2009

ANNALES DU CONCOURS EXTERNE
Ingénieurs du Contrôle de la Navigation Aérienne

ENAC

La référence aéronautique

www.enac.fr

ÉPREUVES :

- Français
- Mathématiques
- Physique
- Anglais

ÉPREUVES OPTIONNELLES :

- Mathématiques
- Physique
- Sciences Industrielles pour l'ingénieur

ÉPREUVES FACULTATIVES :

- Allemand
- Italien
- Espagnol
- Russe
- Connaissances aéronautiques

*** RAPPORT D'EMISSION ***

Nom : ENAC/BC Numéro : 0562174079 Date : 16-04-09 11:22

Date/Heure	16-04 10:17
Liste de diffusion	L_9
Durée totale	6'50"
Nb. pages du document	1

Correct : 0 11 22 23 26

ERRATA MATHEMATIQUES ~~OPTIONNELLE~~ OBLIGATOIRE

CONCOURS ICNA 2009

PAGE 9 - QUESTION 37

b) LIRE (2n)! AU LIEU DE (2n!)

c) LIRE (2n)! AU LIEU DE (2n!)

*** RAPPORT D'EMISSION ***

Nom : ENAC/BC Numéro : 0562174079 Date : 16-04-09 11:28

Date/Heure	16-04 11:28
Numéro composé	00590482000
Durée	0'10"
Mode	NORMAL
Pages	1
Résultat	Correct

* Nb. pages précédemment émises : 3

ERRATA MATHEMATIQUES OPTIONNELLE OBLIGATOIRE

CONCOURS ICNA 2009

PAGE 2 QUESTION 7

Remplacer A par C

Remplacer B par D

*** RAPPORT D'EMISSION ***

Nom : ENAC/BC Numéro : 0562174079 Date : 16-04-09 11:30

Date/Heure	16-04 11:13
Liste de diffusion	L_9
Durée totale	2'19"
Nb. pages du document	1

Correct : 0 11 22 23 26

ERRATA MATHEMATIQUES OPTIONNELLE OBLIGATOIRE

CONCOURS ICNA 2009

PAGE 6 - ~~QUESTION 25~~

DANS LA DEFINITION DE f)

LIRE x
AU LIEU DE z

*** RAPPORT D'EMISSION ***

Nom : ENAC/BC Numéro : 0562174079 Date : 16-04-09 11:43

Date/Heure	16-04 9:35
Liste de diffusion	L_8
Durée totale	6'41"
Nb. pages du document	1

Correct : 4 5 7 8 9 10 13 14 15 16 17 18 19 21 24 27 28 29 52 53

Echec : 35 45

ERRATA MATHEMATIQUES OPTIONNELLE OBLIGATOIRE

CONCOURS ICNA 2009

PAGE 5 - PREAMBULE QUESTION 18

LIRE $\omega(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

AU LIEU DE

$$\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve commune obligatoire de FRANÇAIS

Durée : 4 heures

Coefficient : 2

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde recto
1 page d'instructions verso
2 pages de texte recto/verso

◆

CALCULATRICE NON AUTORISEE

INSTRUCTIONS POUR L'EPREUVE DE FRANÇAIS

« Une victoire paradoxale »

Extrait de ***Misère de la prospérité, la religion marchande et ses ennemis***
Texte de Pascal Bruckner, (éd. Grasset, 2002, pp. 171-175)

1) Résumé (8 points)

Vous résumerez ce texte en 225 mots, avec une marge de tolérance de 10 % (200-250)

Vous indiquerez le nombre de mots à la fin du résumé
(Au sens où l'entendent les typographes ; par exemple : il n'est pas, c'est-à-dire, le plus grand, *comptent respectivement pour 4,4, 3 mots)*

Un résumé n'est ni une analyse, ni une note de synthèse: il adopte intégralement le système énonciatif du texte et, autant que possible, en garde les modalités et les tonalités. Faut-il le rappeler ? Toutes les formules du type « l'auteur dit que », « il montre que », « dans ce texte» sont à proscrire dans cet exercice ! Le candidat prend en charge le propos du texte comme si c'était le sien.

2) Développement argumenté (12 points)

Pascal Bruckner affirme que « notre tâche dans les années à venir », consiste à « réconcilier le souci d'indépendance et le besoin d'appartenance ». Vous analyserez et discuterez cette opinion de l'auteur.

Un bon développement argumenté est composé d'une introduction, de parties distinctes, d'une conclusion ; il doit présenter des arguments accompagnés d'exemples précis et pertinents. La correction de la langue, le respect de l'orthographe, de la ponctuation, de l'accentuation, la qualité de la mise en pages, la lisibilité de l'écriture seront pris en compte pour l'évaluation des devoirs.

Le monde moderne a perdu son âme : ce constat, aussi ancien que la modernité elle-même, fut dressé il y a deux siècles par les Romantiques avec une acuité qui n'a rien perdu de sa pertinence. Il omet tout de même un point fondamental : dans la profusion des voluptés matérielles dont nous sommes abreuvés, nous avons aussi conquis un bien inestimable, la liberté personnelle. *Nous sommes et restons les enfants des Lumières et de la prospérité*, pour le meilleur et pour le pire, même si ces deux ordres sont voués à entrer en conflit. Voici donc venu le temps de l'individu souverain, piaffant et trépignant, à qui le marché donne licence de n'en faire qu'à sa tête, flatte ses moindres inclinations. Il n'est menacé aujourd'hui en Occident que par sa propre présomption ; il doit, sous peine de devenir son pire ennemi, imposer des limites à ses convoitises les plus exorbitantes, ne pas se transformer en nourrisson insatiable et récriminant. Une démocratie peut mourir de l'autoritarisme rampant, du poison totalitaire ; mais aussi du dépérissement de ses propres valeurs, invoquées à tout propos pour satisfaire les aspirations les plus folles de tel groupe, de telle minorité.

Or le moi n'est pas tant haïssable, comme le disait Pascal, que *pitoyable* lorsqu'il se réduit au face-à-face avec soi-même, à l'interminable rumination de ses petits problèmes. Abolition du péché originel, proclamait la Révolution française. Abolition de la dette renchérit la modernité. Désormais, je n'ai plus aucun devoir envers mes ancêtres, je n'ai plus à me soucier du poids d'un héritage, je suis tout entier contemporain à moi-même. (...)

Pourquoi tant de jeunes gens, jeunes filles se soumettent-ils aux procédures dégradantes et débiles des *reality-shows* (style *Big Brother, Loft Story, Kho Lanta ou Star Academy*) ? Surtout pour être reconnus, acquérir une célébrité minute, même au rabais. C'est tout le paradoxe de la vie privée : ayant gagné de haute lutte la guerre pour le respect de son intimité et de ses opinions, l'individu occidental, inquiet de paraître inconsistant aux yeux d'autrui, fait tout pour dévoiler son petit tas de secrets et s'exhibe volontairement partout où l'on veut de lui. Affolé d'être soustrait aux regards d'autrui, il barde son appartement de web-cams, fréquente les clubs échangistes, raconte par le menu sur les plateaux de télévision ou dans des livres ses mœurs amoureuses, bref, il tente de convertir l'insignifiance de son quotidien en événement capital. Il fait pipi, se gratte le nez, mange et dort chaque jour ! Cela mérite d'être révélé au monde entier sur-le-champ. Il accepte donc de la machine médiatique ce qu'il ne tolérerait pas d'une Eglise ou d'un Etat. Servitude volontaire car il oscille entre la peur du contrôle social et la peur équivalente de passer inaperçu. La soif de publicité culmine dans le processus de l'épiphanie médiatique où il me suffit d'apparaître pour être : révélation instantanée qui me dispense de toute activité, de tout travail sur moi-même. Seul le regard d'autrui me dit qui je suis, où j'en suis. Si le passage à l'écran ne suffit pas, reste un autre recours : l'élimination réciproque des concurrents par un vote (belle métaphore, par parenthèse, de la vie en entreprise). Ce type d'émissions cumule les deux modèles du tribunal et de l'école : quel que soit mon âge, j'y suis toujours en position d'être reçu ou recalé, sauvé ou condamné. Petitesse de ces ego avides de s'affirmer et prêts à s'humilier les uns les autres en public pour exister l'espace d'un moment. Mais à vouloir se hausser en écrasant autrui, on se

rabaisse, comme dans ces parodies de justice qu'affectionnaient il y a peu les Etats totalitaires. L'individu contemporain estime ne pas avoir la place qu'il mérite : il va la conquérir sous les spotlights au prix de l'insulte, du ridicule, de la mortification. Sacrée victoire !

Au lieu que la liberté soit la capacité de se quitter, de se désengluer de son univers social, elle se réduit au simple trajet de moi à moi. Quelle tristesse pourtant que d'être soi, de coïncider avec son être ! Alors que la beauté de l'existence, c'est de s'échapper, de s'ouvrir à la multitude des destins possibles que nous portons en nous-mêmes. Plutôt que d'être quelqu'un, pourquoi ne pas vouloir être plusieurs ? Se connaître n'est utile que pour mieux s'oublier, n'être plus encombré de soi, se rendre disponible à la splendeur du monde. Faut-il rappeler cette évidence que la richesse d'une personne est celle des rapports qu'elle entretient avec les autres, de son aptitude à tisser des liens de toutes sortes par l'offrande, la ferveur, la réciprocité ? Qu'un homme n'est grand qu'à se dépasser dans une chose plus vaste, dans la révélation d'un univers plus dense, plus durable que sa simple subjectivité ? Réconcilier le souci d'indépendance et le besoin d'appartenance, telle est probablement notre tâche dans les années à venir, même si les allégeances doivent être de préférence choisies et non subies, plurielles et non uniques, révocables et non permanentes. Il est d'autres usages de soi que l'utilitarisme hédoniste.

P. BRUCKNER
Misère de la prospérité

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve commune obligatoire de MATHEMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 2

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissement
15 pages de texte recto/verso

◆

CALCULATRICE AUTORISEE

ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire de mathématiques» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

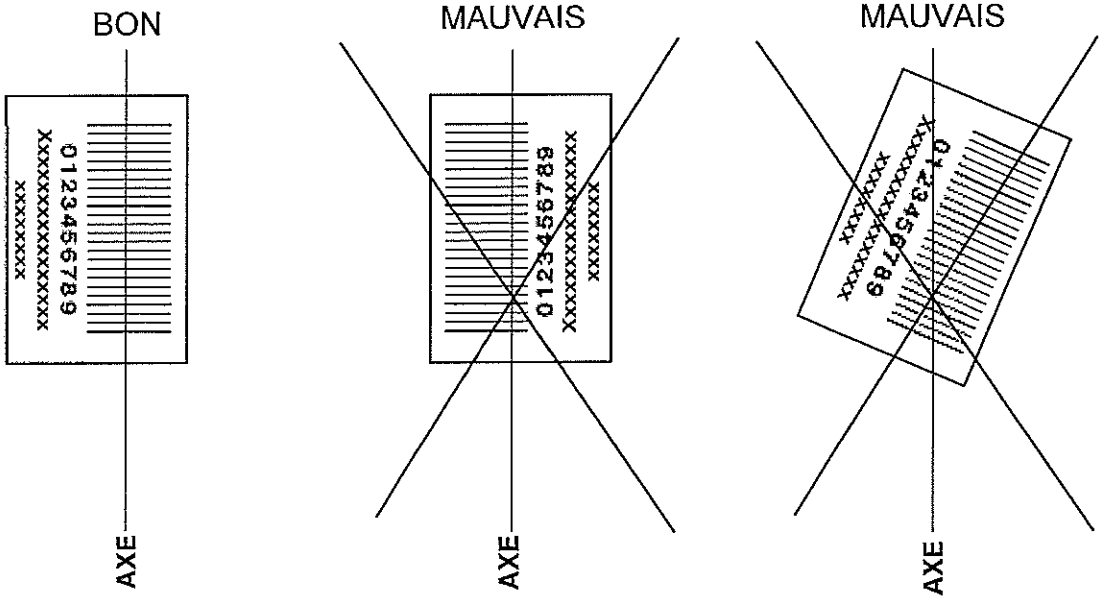
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée avant l'énoncé du sujet lui-même.
Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne :
vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

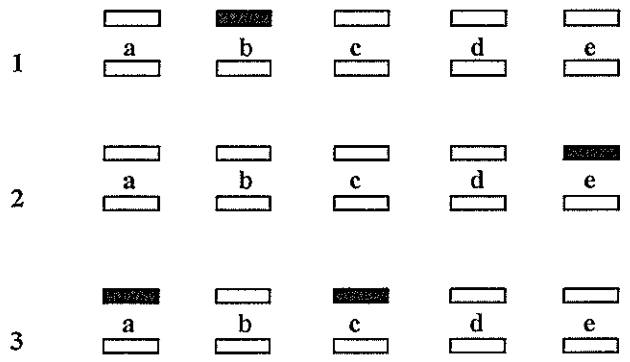
7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
a) 3 b) 5 c) 4 d) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
a) -3 b) -1 c) 4 d) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
a) 1 b) 0 c) -1 d) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENT

QUESTIONS LIEES

Problème 1 : 1 à 11
Problème 2 : 12 à 25

Problème 1 :Transformée de Laplace

On notera $\Re$ l'ensemble des réels et E l'ensemble des fonction f réelles, définies et continues sur $[0,+\infty[$ et telle que pour tout $x > 0$, $\int_0^{+\infty} e^{-xt} f(t)dt$ soit absolument convergente.

Question 1 : Lesquelles des assertions suivantes sont vraies :

a) E n'est pas un espace vectoriel car il existe des applications f réelles définies et continues sur $[0,+\infty[$ et telles que pour tout $x > 0$, $\int_0^{+\infty} e^{-xt} f(t)dt$ ne converge pas.

b) E est un sous espace vectoriel réel de l'espace vectoriel des fonctions réelles.

c) E contient toutes les fonctions réelles définies et continues sur $[0,+\infty[$ et bornées.

d) E contient toutes les fonctions réelles définies et continues sur $[0,+\infty[$ et majorées.

Question 2 : On défini l'application L par : $L(f)(x)= \int_0^{+\infty} e^{-xt} f(t)dt, \forall x > 0$.
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $x \to \cos x \in E$ car $|\cos x| \leq 1, \forall x \geq 0$ et $\forall x > 0$, $L(\cos)(x)=\dfrac{-x}{1+x^2}$

b) $x \to \cos x \in E$ car $|\cos x| \leq 1, \forall x \geq 0$ et $\forall x > 0$, $L(\cos)(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$

c) $x \to \sin x \in E$ car $|\sin x| \leq 2, \forall x \geq 0$ et $\forall x > 0$, $L(\sin)(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$

d) $x \to \sin x \in E$ car $|\sin x| \leq 2, \forall x \geq 0$ et $\forall x > 0$, $L(\sin)(x)=\dfrac{-1}{1+x^2}$

Question 3 : Pour $\lambda \in \Re$, on notera $f_\lambda : \left| \begin{array}{l} [0,+\infty[\to \Re \\ x \to e^{-\lambda x} \end{array} \right.$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $f_\lambda \in E$ si et seulement si $\lambda > 0$ et $\forall x > 0, L(f_\lambda)(x) = \dfrac{1}{x-\lambda}$

b) $f_\lambda \in E$ si et seulement si $\lambda \geq 0$ et $\forall x > 0, L(f_\lambda)(x) = \dfrac{1}{x-\lambda}$

c) $f_\lambda \in E$ si et seulement si $\lambda > 0$ et $\forall x > 0, L(f_\lambda)(x) = \dfrac{1}{x+\lambda}$

d) $f_\lambda \in E$ si et seulement si $\lambda \geq 0$ et $\forall x > 0, L(f_\lambda)(x) = \dfrac{1}{x+\lambda}$

Question 4 : Pour un entier naturel n, on notera $\varepsilon_n : \left| \begin{array}{l} [0,+\infty[\to \Re \\ x \to x^n \end{array} \right.$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) Si $\varepsilon_n \in E$ alors $\varepsilon_{n+1} \in E$ et $\forall x > 0, L(\varepsilon_{n+1}) = \dfrac{n+1}{x} L(\varepsilon_n), \forall n \geq 0$

b) Si $\varepsilon_n \in E$ alors $\varepsilon_{n+1} \in E$ et $\forall x > 0, L(\varepsilon_{n+1}) = -\dfrac{n+1}{x} L(\varepsilon_n), \forall n \geq 0$

c) $\forall n \geq 0, \varepsilon_n \in E$ et $\forall x > 0, L(\varepsilon_n) = \dfrac{(n+1)!}{x^{n+1}}$

d) $\forall n \geq 0, \varepsilon_n \in E$ et $\forall x > 0, L(\varepsilon_n) = \dfrac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$

Question 5 : Dans cette question f est un élément de E. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $\forall \lambda \in \Re, f_\lambda f \in E$ et $\forall x > 0, L(f_\lambda f)(x) = L(f)(x-\lambda)$

b) $\forall \lambda \geq 0, f_\lambda f \in E$ et $\forall x > 0, L(f_\lambda f)(x) = L(f)(x-\lambda)$

c) $\forall \lambda \in \Re, f_\lambda f \in E$ et $\forall x > 0, L(f_\lambda f)(x) = L(f)(x+\lambda)$

d) $\forall \lambda \geq 0, f_\lambda f \in E$ et $\forall x > 0, L(f_\lambda f)(x) = L(f)(x+\lambda)$

Question 6 : Dans cette question f est un élément de E. parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) La définition de l'ensemble E nous permet d'affirmer que $\int_0^{+\infty} e^{-\frac{xt}{2}} f(t)dt$ converge absolument vers $L(f)\left(\frac{x}{2}\right)$ pour tout $x > 0$.

b) Le changement de variable $\tau = \frac{t}{2}$ nous permet d'affirmer que $\int_0^{+\infty} e^{-\frac{xt}{2}} f(t)dt$ converge absolument vers $L(f)\left(\frac{x}{2}\right)$ pour tout $x > 0$.

c) Pour tout x réel, pour tout entier naturel n, les théorèmes de croissances comparées permettent de dire que $\lim_{t \to +\infty} e^{-\frac{xt}{2}} t^n = 0$, soit encore qu'il existe un réel M tel que $\forall t \geq 0, e^{\frac{-xt}{2}} t^n \leq M$

d) Si n est un entier naturel alors $\varepsilon_n f \in E$

Question 7 : Soient I et J deux intervalles de $\Re$ et g une fonction réelle définie sur IxJ. On vous demande de choisir les hypothèses du théorème de continuité sous le signe $\int$ qui permettra de conclure que $x \to \int_J g(x,t)dt$ est une fonction continue sur I

a) g est continue par rapport à x et continue par morceaux par rapport à t. Pour tout t dans J, $\int_I g(x,t)dx$ converge. Il existe une fonction φ, positive, continue par morceaux sur J et telle que $\int_J \varphi(t)dt$ converge et $|g(x,t)| \leq \varphi(t)$ pour tout $(x,t) \in IxJ$.

b) g est continue par rapport à x et continue par morceaux par rapport à t. Pour tout x dans I, $\int_J g(x,t)dt$ converge. Il existe une fonction φ, positive, continue par morceaux sur J et telle que $\int_J \varphi(t)dt$ converge et $|g(x,t)| \leq \varphi(t)$ pour tout $(x,t) \in IxJ$.

c) g est continue par rapport à x et continue par morceaux par rapport à t. Pour tout t dans J, $\int_I |g(x,t)|dx$ converge. Il existe une fonction φ, positive, continue par morceaux sur J et telle que $\int_J \varphi(t)dt$ converge et $|g(x,t)| \leq \varphi(t)$ pour tout $(x,t) \in IxJ$.

d) g est continue par rapport à x et continue par morceaux par rapport à t. Pour tout x dans I, $\int_J |g(x,t)|dt$ converge. Il existe une fonction φ, positive, continue par morceaux sur J et telle que $\int_J \varphi(t)dt$ converge et $|g(x,t)| \leq \varphi(t)$ pour tout $(x,t) \in IxJ$.

Question 8 : Dans cette question $f \in E$. $g : (x,t) \to e^{-xt} f(t)$ est alors continue sur $]0,+\infty[\times [0,+\infty[$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies

a) $|g(x,t)| \leq |f(t)|$ $\forall t \geq 0, \forall x \geq 0$ et comme $f \in E$, $\int_0^{+\infty} |f(t)| dt$ est convergente et donc par application du théorème de continuité sous le signe $\int$ on peut conclure que L(f) est continue sur $]0,+\infty[$.

b) $\forall x_0 > 0, |g(x,t)| \leq |e^{-x_0 t} f(t)|$ $\forall t \geq 0, \forall x \geq x_0$ et comme $f \in E$, $\int_0^{+\infty} |e^{-x_0 t} f(t)| dt$ est convergente et donc par application du théorème de continuité sous le signe $\int$ on peut conclure que L(f) est continue sur $]0,+\infty[$.

c) $\forall x_0 > 0, |g(x,t)| \leq |e^{-x_0 t} f(t)|$ $\forall t \geq 0, \forall x \geq x_0$ et comme $f \in E$, $\int_0^{+\infty} |e^{-x_0 t} f(t)| dt$ est convergente et donc par application du théorème de continuité sous le signe $\int$ on peut conclure que L(f) est continue sur $[0,+\infty[$.

d) L est une application linéaire de E dans l'espace des fonctions continues de $]0,+\infty[$ sur $\Re$.

Question 9 : Dans cette question $f \in E$. On note encore $g : (x,t) \to e^{-xt} f(t)$ et g est continue sur $]0,+\infty[\times [0,+\infty[$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) g admet une dérivée partielle par rapport à x et $\frac{\partial g}{\partial x}$ est continue sur $]0,+\infty[\times [0,+\infty[$.
De plus, $\left|\frac{\partial g}{\partial x}(x,t)\right| \leq t e^{-x_0 t} f(t)$ $\forall t \geq 0, \forall x \geq x_0$ et comme $\varepsilon_1 f \in E$, $\int_0^{+\infty} e^{-x_0 t} t f(t) dt$ est absolument convergente. On peut alors appliquer le théorème de dérivation sous le signe $\int$.

b) g n'admet pas nécessairement de dérivée partielle par rapport à t et on ne peut donc pas appliquer le théorème de dérivation sous le signe $\int$.

c) L(f) est $C^\infty(]0,+\infty[, \Re)$ et pour tout entier naturel n, $[L(f)]^{(n)} = L(\varepsilon_n f)$

d) L(f) est $C^\infty(]0,+\infty[, \Re)$ et pour tout entier naturel n non nul, $[L(f)]^{(n)} = (-1)^{n-1} L(\varepsilon_n f)$

NB : Les questions 10 et 11 proposent une autre voie pour l'étude de la dérivabilité de L(f)

Question 10 : Si f est une fonction indéfiniment dérivable sur un intervalle $[a,b]$ (a et b deux réels $a < b$) la formule de Taylor avec reste de Lagrange s'écrit :

a) Pour tout entier naturel n, $\exists c \in]a,b[, f(b)=\sum_{k=0}^{n} f^{(k)}(a)\frac{(b-a)^k}{k!}+f^{(n)}(c)\frac{(b-a)^n}{n!}$

b) Pour tout entier naturel n, $\exists c \in]a,b[, f(b)=\sum_{k=0}^{n} f^{(k)}(a)\frac{(b-a)^k}{k!}+f^{(n+1)}(c)\frac{(b-a)^{n+1}}{(n+1)!}$

Ce qui permet d'obtenir l'inégalité suivante:

c) $\forall u \in \Re, \left|e^u - 1 - u\right| \leq \frac{u^2}{2}e^u$

d) $\forall u \in \Re, \left|e^u - 1 - u\right| \leq \frac{u^2}{2}e^{|u|}$

Question 11 : On peut déduire de la question précédente que :

a) $\forall x > 0, \forall h \in \left]-\frac{x}{2},\frac{x}{2}\right[, \left|e^{-(x+h)t} - e^{-xt} + hte^{-xt}\right| \leq \frac{h^2t^2}{2}e^{-\frac{xt}{2}}$

b) $\forall x > 0, \forall h \in \left]-\frac{x}{2},\frac{x}{2}\right[, \left|\frac{L(f)(x+h)-L(f)(x)}{h} - L(\varepsilon_1 f)(x)\right| \leq \frac{h}{2}L(\varepsilon_2 f)\left(\frac{x}{2}\right)$

c) $\forall x > 0, \forall h \in \left]-\frac{x}{2},\frac{x}{2}\right[, \left|\frac{L(f)(x+h)-L(f)(x)}{h} + L(\varepsilon_1 f)(x)\right| \leq \frac{h^2}{2}L(\varepsilon_2 f)\left(\frac{x}{2}\right)$

d) $\forall x > 0$, L(f) est dérivable en x et $[L(f)]'(x) = -L(\varepsilon_1 f)(x)$

Problème 2 : Polynômes de Bernoulli

Question 12 : On considère une suite de polynômes $(B_n)_{n\in\mathbb{N}}$ à coefficients réels vérifiant

$$B_0 = 1\ ,\ \ \forall n \geq 1, B'_n = nB_{n-1} \text{ et } \int_0^1 B_n(t)dt = 0$$

On peut alors affirmer :

a) Chaque B_n est défini à une constante additive près

b) On peut démontrer, par récurrence, que la suite $(B_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bien définie de façon unique

c) $B_5 = X^5 - \frac{5}{2}X^4 + \frac{5}{3}X^3 - \frac{1}{6}X$

d) Chaque B_n est de degré n et de coefficient dominant n!

Question 13 Pour tout entier naturel n, on note $C_n(X) = (-1)^n B_n(1-X)$. Quelles assertions parmi les suivantes sont vraies :

a) $C_0 = 1$, $\forall n \in \mathbb{N}, C'_{n+1}(X) = (-1)^n (n+1) B_n(1-X)$ et $\int_0^1 C_n(t)dt = (-1)^n \int_0^1 B_n(t)dt$

b) $C_0 = 1$, $\forall n \in \mathbb{N}, C'_{n+1}(X) = (-1)^n n B_n(1-X)$ et $\int_0^1 C_n(t)dt = (-1)^{n+1} \int_0^1 B_n(t)dt$

c) $C_0 = 1$, $\forall n \in \mathbb{N}, C'_{n+1}(X) = (-1)^n n B_n(1-X)$ et $\int_0^1 C_n(t)dt = (-1)^n \int_0^1 B_n(t)dt$

d) Par unicité de la suite $(B_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $\forall n \in \mathbb{N}, B_n(X) = (-1)^n B_n(1-X)$

Question 14 Les nombres de Bernoulli, sont le termes de la suite $(B_n(0))_{n\in\mathbb{N}}$. On notera pour tout entier naturel n, $b_n = B_n(0)$ Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) Si f est une fonction continue sur [0,1], $\int_0^1 f\left(\frac{t}{2}\right) + f\left(\frac{t+1}{2}\right)dt = \int_0^1 f(t)dt$

b) En s'inspirant de la question 13, on peut montrer que
$B_n(X) = 2^{n-1}\left[B_n\left(\frac{X}{2}\right) + B_n\left(\frac{X+1}{2}\right)\right]$

c) $\forall n \geq 2$, $b_n = B_n(1)$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*, b_{2n+1} = B_{2n+1}(1) = B_{2n+1}\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

d) $\forall n \geq 2$, $b_n = B_n(1)$ et $b_{2n} = B_{2n}(1) = B_{2n}\left(\frac{1}{2}\right)$

Question 15 : On s'intéresse à la fonction u définie sur $\Re$ par $u(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ si $x \neq 0$ et $u(0) = \ell$ où ℓ est un réel fixé. Parmi les assertion suivantes lesquelles sont vraies :

a) Il existe une valeur de ℓ pour laquelle u est de classe C^1 sur $\Re$, mais elle n'est alors pas deux fois dérivable en 0.

b) Pour toute valeur de ℓ, $\frac{1}{u}$ admet $\ell + \sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{(n+1)!}$ comme développement en série entière avec un rayon de convergence infini.

c) Il existe une unique valeur de ℓ pour laquelle $\frac{1}{u}$ admet $\ell + \sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{(n+1)!}$ comme développement en série entière avec un rayon de convergence infini.

d) $\frac{1}{u}$ est nécessairement C^∞ sur $\Re$, puisque, toute fonction C^∞ au voisinage d'un point est développable en série entière au voisinage de ce point.

Question 16 : On choisi dès lors et pour la suite de ce problème $\ell = 1$ et on peut affirmer :

a) $u(x) = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{8}x^3 + o(x^3)$

b) $u(x) = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{24}x^3 + o(x^3)$

c) $u(x) = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{8}x^3 + o(x^4)$

d) $u(x) = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{24}x^3 + o(x^4)$

Question 17 : On défini $\forall (x,t) \in \Re x \Re, \phi(x,t) = \begin{cases} u(x)e^{tx} \text{ si } x \neq 0 \\ 1 \text{ si } x = 0 \end{cases}$. A t fixé, on peut donc dire que le développement limité à l'ordre 3 de $x \to \phi(x,t)$:

a) n'existe pas car $x \to \phi(x,t)$ n'est pas continue en 0

b) existe car $x \to \phi(x,t)$ est continue en 0 et vaut
$1 + \frac{2t-1}{2}x + \frac{6t^2 - 6t + 1}{12}x^2 + \frac{4t^3 - 6t^2 + 2t + 3}{24}x^3 + o(x^3)$

c) existe car $x \to \phi(x,t)$ est continue en 0 et vaut
$1 + \frac{2t+1}{2}x + \frac{6t^2 + 6t + 1}{12}x^2 + \frac{4t^3 - 6t^2 + 2t + 3}{24}x^3 + o(x^3)$

d) existe et vaut $1 + \frac{2t-1}{2}x + \frac{6t^2 - 6t + 1}{12}x^2 + \frac{4t^3 - 6t^2 + 2t + 3}{24}x^3 + o(x^3)$

Question 18 : Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) ϕ est C^∞ sur $\Re x \Re$ car c'est le produit de $(x,t) \to u(x)$ et de $(x,t) \to e^{xt}$ qui sont toutes deux C^∞ sur $\Re x \Re$.

b) $\frac{\phi(h,t) - \phi(0,t)}{h} = \frac{\frac{h}{e^h - 1}e^{th} - 1}{h} \underset{0}{\sim} -\frac{1}{h}$ et donc ϕ n'est pas C^∞ sur $\Re x \Re$

c) $\frac{\phi(h,t) - \phi(0,t)}{h} = \frac{he^{th} - (e^h - 1)}{h(e^h - 1)} = \frac{th^2 + o(h^2)}{h(e^h - 1)}$ et donc $\frac{\partial \phi}{\partial x}(0,t) = t$

d) $\frac{\phi(h,t) - \phi(0,t)}{h} = \frac{he^{th} - (e^h - 1)}{h(e^h - 1)} = \frac{th^2 - \frac{h^2}{2} + o(h^2)}{h(e^h - 1)}$ et donc $\frac{\partial \phi}{\partial x}(0,t) = t - \frac{1}{2}$

Question 19 : Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $\forall(x,t)\in\Re^{*}x\Re, \frac{\partial\phi}{\partial t}(x,t)=x\phi(x,t)$, mais cette propriété n'est pas vraie pour x=0.

b) $\forall(x,t)\in\Re x\Re, \frac{\partial\phi}{\partial t}(x,t)=x\phi(x,t)$

c) $\forall(x,t)\in\Re x\Re, \forall n>0, \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^n\phi}{\partial x^n}(x,t)=x\frac{\partial^n\phi}{\partial x^n}(x,t)+n\frac{\partial^{n-1}\phi}{\partial x^{n-1}}(x,t)$

d) $\forall(x,t)\in\Re x\Re, \forall n>0, \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^n\phi}{\partial x^n}(x,t)=x^n\frac{\partial^n\phi}{\partial x^n}(x,t)$

Question 20 : On pose pour tout n entier naturel $A_n(t)=\frac{\partial^n\phi}{\partial x^n}(0,t)$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies

a) Si a et b sont deux réels (a<b) et que h : $\left|\begin{array}{l}[a,b]x\Re\to\Re\\(t,x)\to h(t,x)\end{array}\right.$ est continue par rapport à t sur [a,b] pour tout x réel et dérivable par rapport à x pour tout t réel alors $x\to\int_a^b h(t,x)dt$ est dérivable sur $\Re$.

b) Pour que la conclusion de a) soit juste il est nécessaire de rajouter $t\to\frac{\partial h}{\partial x}(t,x)$ est continue sur [a,b].

c) Pour que la conclusion de a) soit juste il est suffisant de rajouter $t\to\frac{\partial h}{\partial x}(t,x)$ est continue sur [a,b].

d) $A_0=1$, $\forall n\in\mathbb{N}, A'_{n+1}=(n+1)A_n$ et $\forall n\in\mathbb{N}, n\geq 1, \int_0^1 A_n(t)dt=0$ et donc $\forall n\in\mathbb{N}, A_n=B_n$

Question 21 : Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) Pour tout entier naturel N, $\forall(x,t)\in\Re x\Re, xe^{tx}=\left(e^x-1\right)\sum_{n=0}^{N}\frac{B_n(t)}{n!}x^n$

b) Pour tout entier naturel N,
$\forall(x,t)\in\Re x\Re, \sum_{k=0}^{N}\frac{t^kx^{k+1}}{k!}=\left(\sum_{n=0}^{N}\frac{x^n}{n!}\right)\left(\sum_{n=0}^{N}\frac{B_n(t)}{n!}x^n\right)+o\left(x^N\right)$

c) Pour tout entier naturel n, $\sum_{k=0}^{n}\binom{n+1}{k}b_k=0$

d) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n+1}{k+1}b_k=0$

Question 22 : Dans cette question p est un entier supérieur à1 et $f \in C^{2p}([0,1],\Re)$. On pose pour tout entier k, vérifiant $0 \le k \le p$, $R_k = \int_0^1 \frac{f^{(2k)}(t)B_{2k}(t)}{(2k)!}dt$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies :

a) $\int_0^1 f(t)dt = \frac{f(1)+f(0)}{2} - \frac{f'(1)-f'(0)}{2}b_2 + R_1$

b) $\int_0^1 f(t)dt = \frac{f'(1)-f'(0)}{2}b_2 + R_1$

c) $\int_0^1 f(t)dt = \frac{f(1)+f(0)}{2} - \sum_{j=1}^{p} \frac{b_{2j}}{(2j)!}\left[f^{(2j-1)}(1) - f^{(2j-1)}(0)\right] + R_p$

d) $\int_0^1 f(t)dt = \sum_{j=1}^{p} \frac{b_{2j}}{(2j)!}\left[f^{(2j-1)}(1) - f^{(2j-1)}(0)\right] + R_p$

Question 23 : Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $\forall x \in [0,2\pi[$,

$$B_{2k}\left(\frac{x}{2\pi}\right) = 2\int_0^1 B_{2k}(t)dt + \sum_{n=1}^{+\infty}\left[\int_0^1 B_{2k}(t)\cos(2n\pi t)dt\cos(nx) + \int_0^1 B_{2k}(t)\sin(2n\pi t)dt\sin(nx)\right]$$

La convergence de la série étant assurée par la continuité de B_{2k} sur $[0,2\pi[$

b) $\forall x \in \Re$,

$$B_{2k}\left(\frac{x}{2\pi}\right) = 2\int_0^1 B_{2k}(t)dt + \sum_{n=1}^{+\infty}\left[\int_0^1 B_{2k}(t)\cos(2n\pi t)dt\cos(nx) + \int_0^1 B_{2k}(t)\sin(2n\pi t)dt\sin(nx)\right]$$

La convergence de la série étant assurée par la continuité de B_{2k} sur $\Re$

c) $\forall x \in [0,2\pi[$,

$$B_{2k}\left(\frac{x}{2\pi}\right) = \int_0^1 B_{2k}(t)dt + 2\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\int_0^1 B_{2k}(t)\cos(2n\pi t)dt\cos(nx) + \int_0^1 B_{2k}(t)\sin(2n\pi t)dt\sin(nx)\right]$$

La convergence de la série étant assurée par la continuité de B_{2k} sur $[0,2\pi[$

d) $\forall x \in \Re$,

$$B_{2k}\left(\frac{x}{2\pi}\right) = \int_0^1 B_{2k}(t)dt + 2\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\int_0^1 B_{2k}(t)\cos(2n\pi t)dt\cos(nx) + \int_0^1 B_{2k}(t)\sin(2n\pi t)dt\sin(nx)\right]$$

La convergence de la série étant assurée par la continuité de B_{2k} sur $\Re$

Question 24 : Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

:

a) $\int_0^1 B_{2k}(t)dt = 0$ pour tout k entier naturel

b) $\int_0^1 B_2(t)\cos(2n\pi t)dt = \frac{1}{(2\pi n)^2}$

et pour tout $k \geq 2$ $\int_0^1 B_{2k}(t)\cos(2n\pi t)dt = \frac{-1}{(2\pi n)^2}\int_0^1 B_{2(k-1)}(t)\cos(2n\pi t)dt$

c) Pour tout $k \geq 2$ $\int_0^1 B_{2k}(t)\cos(2n\pi t)dt = \frac{(-1)^{k+1}}{(2\pi n)^{2k}}$

d) Pour tout $k \geq 2$ $\int_0^1 B_{2k}(t)\cos(2n\pi t)dt = (2k)!\frac{(-1)^{k+1}}{(2\pi n)^{2k}}$

Question 25 : On s'intéresse à la ξ définie par pour tout x réel $\xi(x) = \sum_{k=1}^{+\infty}\frac{1}{n^x}$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont exactes :

a) L'ensemble de définition de ξ est $[1,+\infty[$
b) L'ensemble de définition de ξ est $]1,+\infty[$
c) Pour tout k entier naturel $b_{2k} = \frac{(-1)^k}{2^{2(k-1)}\pi^{2k}}\xi(2k)$
d) $\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ et $\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}$

Problème 3 : Des triangles rectangles

Dans ce problème on considère des triangles rectangles dont les longueurs des côtés sont des entiers a, a+1 et c, c étant la longueur de l'hypoténuse.
On note H={ $(a,c) \in \mathbb{N}^2, a \leq c$ et un triangle dont les côtés sont a,a+1 et c est rectangle}.

Question 26 : Pour $T_1 = (a_{T_1}, c_{T_1})$ et $T_2 = (a_{T_2}, c_{T_2})$ deux éléments de H, on défini la relation binaire R par $T_1 R T_2$ si et seulement si $a_{T_1} \leq a_{T_2}$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) T=(a,c) $\in$ H si et seulement si (a,b) $\in (\mathbb{N}^*)^2$ et $2a^2-c^2+2a+1=0$
b) R est une relation d'ordre sur H mais elle est non totale.
c) R est une relation d'ordre totale sur H dont le plus petit élément est (3,5)
d) R n'est pas une relation d'ordre sur H

Question 27 : On cherche à déterminer l'ensemble H en construisant deux suites (a_n) et (c_n) où (a_n) est croissante et $(a_n, c_n) \in H$ décrivant tous les éléments de H. On initialise $a_1 = 3$, $c_1 = 5$ et par convention on posera $a_0 = 0$ et $c_0 = 1$ (notez que $(a_0, c_0) \notin H$) . Parmi les algorithmes suivantes lesquels permettent de donner (a_n, c_n) où n est une entier supérieur à 1 donné?

a)
```
a=3
c=5
Pour i variant de 1 à n
    Si 2i²+2i+1 ≥ 0
        c=√(2i²+2i+1)
        a=a+1
    fin
fin
```

b)
```
a=3
c=5
admissible=1
i=1
tant que admissible=1 et i ≤ n
  Si √(2(a+1)²+2a+3) est un entier
    a=a+1
    c=√(2(a+1)²+2a+3)
    sinon
    admissible=0
  fin
fin
```

c)
```
a=3
c=5
i=1
Pour i variant de 1 à n-1
    admissible=0
    tant que admissible=0
      a=a+1
      Si √(2(a+1)²+2a+3) est un entier
        c=√(2(a+1)²+2a+3)
        admissible=1
      fin
    fin
fin
```

d)Aucun de ces algorithmes ne fonctionne

Question 28 : Les premiers termes de cette suites ainsi définis sont $a_2 = 20$, $a_3 = 119$ et $a_4 = 696$. On veut montrer que pour $n \in \{1,2,3\}$, $\exists(\alpha,\beta) \in \Re x \Re, c_{n+1} + \alpha c_n + \beta c_{n-1} = 0$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $\alpha = 6$ et $\beta = -1$
b) $\alpha = -6$ et $\beta = 1$
c) $\alpha = 6$ et $\beta = 1$
d) $\alpha = -6$ et $\beta = -1$

Question 29 : On veut montrer que pour $n \in \{1,2,3\}$, $\exists(\lambda,\delta) \in \Re x \Re, a_{n+1} + \lambda a_n + \beta a_{n-1} = \delta$.
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $\lambda = -6$ et $\delta = 2$
b) $\lambda = 6$ et $\delta = 2$
c) $\lambda = 6$ et $\delta = -2$
d) $\lambda = -6$ et $\delta = -2$

Question 30 : Dès lors on défini deux suites (u_n) et (v_n) par
$u_0 = a_0, u_1 = a_1, v_0 = c_0, v_1 = c_1$ et pour tout entier naturel non nul,
$u_{n+1} + \lambda u_n + \beta u_{n-1} = \delta$
et $v_{n+1} + \alpha v_n + \beta v_{n-1} = 0$. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) pour tout k entier naturel non nul $(u_{2k}, v_{2k}) \in H$ et $(u_{2k+1}, v_{2k+1}) \notin H$
b) pour tout k entier naturel non nul $(u_k, v_k) \in H$
c) Pour tout entier naturel n, $\begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + 2v_n + 1 \\ v_{n+1} = 4u_n + 3v_n + 2 \end{cases}$
d) Pour tout entier naturel n, $\begin{cases} u_{n+1} = -3u_n + 2v_n + 1 \\ v_{n+1} = 4u_n - 3v_n + 2 \end{cases}$

Question 31: On pose A= $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ et B= $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. On note (e_1, e_2) la base canonique de $\Re^2$.
Parmi assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) A est diagonalisable car elle est de rang 2.
b) A possède deux valeurs propres distinctes et est donc diagonalisable.
c) Il existe une base de $\Re^2$ constituée de vecteurs propres de A et si P note la matrice de passage de la base canonique à la base des vecteurs propres PAP^{-1} est diagonale
d) Il existe une base de $\Re^2$ constituée de vecteurs propres de A et si P note la matrice de passage de la base canonique à la base des vecteurs propres $P^{-1}AP$ est diagonale

Question 32 : On pose $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$ on peut alors affirmer :

a) P est inversible car $\frac{P}{\det(P)}$ est orthogonale

b) P est inversible et $P^{-1}AP=\begin{pmatrix} 3-2\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 3+2\sqrt{2} \end{pmatrix}$

c) P est inversible et $PAP^{-1}=\begin{pmatrix} 3-2\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 3+2\sqrt{2} \end{pmatrix}$

d) P est inversible et $PAP^{-1}=\begin{pmatrix} 3+2\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 3-2\sqrt{2} \end{pmatrix}$

Question 33 : Le système $\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + 2v_n + 1 \\ v_{n+1} = 4u_n + 3v_n + 2 \end{cases}$ est équivalent à :

a) $\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} y_{n+1} = (3-2\sqrt{2})y_n + 1 \\ z_{n+1} = (3+2\sqrt{2})z_n + 2 \end{cases}$ en posant $\begin{pmatrix} y_n \\ z_n \end{pmatrix} = P\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$

b) $\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} y_{n+1} = (3+2\sqrt{2})y_n + 3 \\ z_{n+1} = (3-2\sqrt{2})z_n - \sqrt{2} \end{cases}$ en posant $\begin{pmatrix} y_n \\ z_n \end{pmatrix} = P\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$

c) $\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} y_{n+1} = (3+2\sqrt{2})y_n + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ z_{n+1} = (3-2\sqrt{2})z_n + \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$ en posant $\begin{pmatrix} y_n \\ z_n \end{pmatrix} = P^{-1}\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$

d) $\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} y_{n+1} = (3-2\sqrt{2})y_n + 3 \\ z_{n+1} = (3+2\sqrt{2})z_n - \sqrt{2} \end{cases}$ en posant $\begin{pmatrix} y_n \\ z_n \end{pmatrix} = P^{-1}\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$

Problème 4 : Endomorphismes <u(x),x>=0

E note un espace euclidien. Son produit scalaire sera noté <.,.>. L'objet de l'étude est de donner quelques propriétés des endomorphismes u vérifiant la propriété

$$(P) \quad \forall x \in E, < u(x), x >= 0$$

Question 34 : Un exemple.
Ici E est l'espace vectoriel des polynômes de degrés inférieurs ou égaux à 2. On considère l'application $\varphi : \begin{vmatrix} ExE \to \Re \\ (P,Q) \to P(0)Q(0) + P(1)Q(1) + P(-1)Q(-1) \end{vmatrix}$ ainsi que l'endomorphisme u de E défini par $\forall P \in E, u(P) = 2P'(0)X^2 + (P(1) + P(-1))X$

a) φ est un produit scalaire sur E et $\forall P \in E, \varphi(u(P), P) = 0$
b) φ n'est pas un produit scalaire car notamment $\varphi(X(X^2-1)) = 0$ et $X(X^2-1) \neq 0$
c) u vérifie la propriété (P) pour φ.
d) $\left(\frac{X^2+X}{2}, \frac{X^2-X}{2}, 1-X^2\right)$ est une base orthonormée dans laquelle u a pour matrice représentative $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Question 35 : On retourne ici sur le cas général. On suppose que dimE>0 et on muni E d'une base orthonormée $(e_1, ..., e_{\dim E})$ et u est un endomorphisme de E vérifiant la propriété (P). On note A la matrice représentative de u dans la base $(e_1, ..., e_{\dim E})$
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $\forall x \in E, <u(x),x>=0 \Rightarrow \forall (x,y) \in E^2, < u(x), y >=< x, u(y) >$
b) $\forall x \in E, <u(x),x>=0 \Rightarrow \forall (x,y) \in E^2, < u(x), y >= - < x, u(y) >$
c) $\forall (i,j) \in [\![1, \dim E]\!]^2, A(i,j) =< e_i, u(e_j) >$ et $A = {}^tA$
d) $\forall (i,j) \in [\![1, \dim E]\!]^2, A(i,j) =< u(e_i), e_j >$ et $-A = {}^tA$

Question 36 : Avec les mêmes notations que dans la question 35 . Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) u vérifie (P) $\Leftrightarrow$ $A = {}^tA$
b) u vérifie (P) $\Leftrightarrow$ ${}^tA = -A$
c) u vérifie (P) $\Rightarrow$ $A = {}^tA$ et la réciproque est fausse
d) u vérifie (P) $\Rightarrow$ ${}^tA = -A$ et la réciproque est fausse

Question 37 : u est un endomorphisme de E vérifiant (P). u^2 note uou et pour F un sous espace vectoriel de E, on note $F^{\perp}$ son orthogonal.
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $\operatorname{Im} u = (\ker u)^{\perp}$ et pour tous sous espaces vectoriels F et G de E
$G = (F)^{\perp} \Rightarrow F \oplus G = E$ donc $\operatorname{Im} u$ et $\ker u$ sont supplémentaires dans E
b) $\operatorname{Im} u = (\ker u)^{\perp}$ et pour tous sous espaces vectoriels F et G de E
$G = (F)^{\perp} \Leftrightarrow F \oplus G = E$ donc $\operatorname{Im} u$ et $\ker u$ sont supplémentaires dans E
c) u est un projecteur
d) $\ker u = \ker u^2$

Question 38 : u est un endomorphisme de E vérifiant (P). Sp(u) note le spectre de u.
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) $Sp(u)=\{0\}$ et u diagonalisable $\Leftrightarrow$ u est l'endomorphisme nul
b) $\forall x \in E, < u^2(x), x >=< u(x), u(x) >$ et $Sp(u^2) \subset \Re^+$
c) $\forall x \in E, < u^2(x), x >= - < u(x), u(x) >$ et $Sp(u^2) \subset \Re^-$
d) u^2 vérifie la propriété (P)

Question 39 : u est un endomorphisme de E vérifiant (P).
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) u^2 est symétrique, et tout endomorphisme d'un espace vectoriel réel ou complexe étant diagonalisable, u est donc un endomorphisme diagonalisable de E.
b) Si u est non nul alors nécessairement il existe $\lambda \in Sp(u^2)$ et $\lambda < 0$
c) Si u est non nul alors nécessairement il existe $\lambda \in Sp(u^2)$ et $\lambda > 0$
d) Si $\lambda \in Sp(u^2)$, $\lambda \neq 0$ et si x est un vecteur propre de u^2 associé à λ, alors l'espace vectoriel engendré par (x,u(x)) est une droite vectorielle.

Question 40 : u est un endomorphisme de E vérifiant (P). u est non nul et $\lambda \in Sp(u^2)$ est une valeur propre non nulle de u^2 dont un vecteur propre associé est x. On note F l'espace vectoriel engendré par (x,u(x))
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

a) F et $F^{\perp}$ sont tous les deux stables par u.
b) F est stable par u mais pas nécessairement $F^{\perp}$
c) Le rang de u est pair.
d) Le rang de u est impair.

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve commune obligatoire de PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 2

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM
1 page d'avertissement
13 pages de texte

◆

CALCULATRICE AUTORISEE

ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE
DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire de physique» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

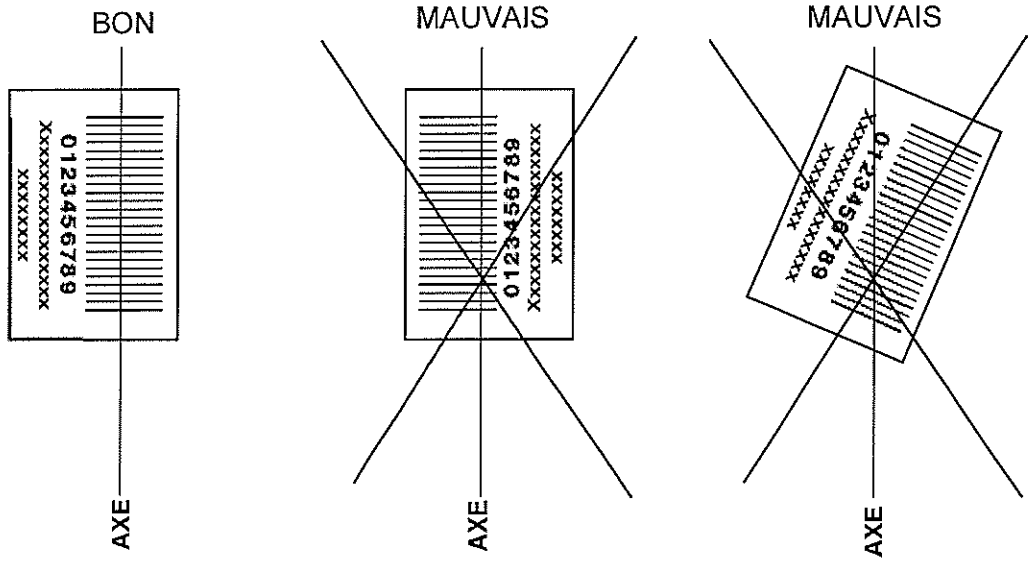
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de physique (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée avant l'énoncé du sujet lui-même.
Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.
6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne :
vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

a) $\lim_{P \to 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.

b) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.

c) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.

d) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

a) $\vec{j} = \dfrac{\vec{E}}{\sigma}$ b) $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ c) $\vec{E} = \sigma^2\vec{j}$ d) $\vec{j} = \sigma^2\vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

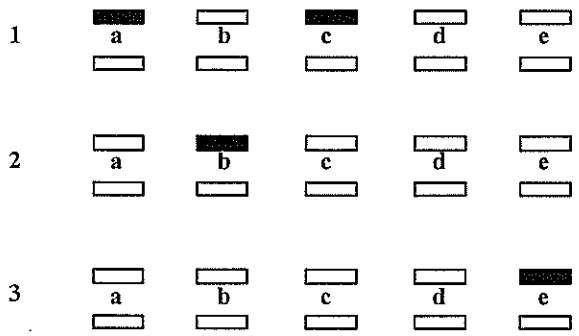
a) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.

b) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.

c) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \dfrac{T_2}{T_1}$

d) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENT

Questions liées :

1 à 11 (mécanique)

12 à 16 (thermodynamique)

17 à 21 (thermodynamique)

22 à 30 (optique)

31 à 40 (électromagnétisme)

Question 1 :

Dans le référentiel terrestre $\Re = \left(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\right)$ considéré comme galiléen, on étudie un système matériel (Σ), de masse M et de centre de masse C, représentant un modèle simplifié de moto. Il est constitué de trois solides, dont l'association réalisée par des liaisons parfaites est indéformable :

- la roue arrière (S_1) : disque de rayon R, de masse m, de centre C_1 et d'axe C_1x.
- la roue avant (S_2) : disque de rayon R, de masse m, de centre C_2 et d'axe C_2x.
- le châssis (S_3) de centre C_3.

Soit $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{e_z}$, le champ de pesanteur uniforme, et I le moment d'inertie d'une des roues par rapport à son axe de révolution.

Les deux roues roulent sans glisser sur le plan horizontal xOy. On note I_1 et I_2 les points de contact respectifs de (S_1) et (S_2) avec le sol, $\overrightarrow{\omega_1} = \omega_1\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{\omega_2} = \omega_2\overrightarrow{e_x}$ les vitesses de rotation respectives de (S_1) et (S_2) autour de leur axe de révolution, et $\vec{v}(C/\Re) = \vec{v}(C_3/\Re) = v\overrightarrow{e_y}$ la vitesse de C dans $\Re$. Tous les frottements avec l'air seront négligés.

A) La vitesse de glissement de (S_1) par rapport au sol est égale à la vitesse de glissement de (S_2) par rapport au sol.

B) La vitesse de glissement de (S_1) par rapport au sol est nulle.

C) $\overrightarrow{\omega_1} = -\overrightarrow{\omega_2}$.

D) $\vec{v}(C/\Re) = R\omega_2\overrightarrow{e_y}$

Question 2 :

L'énergie cinétique totale du système $E_k(\Sigma/\Re)$ s'écrit :

A) $E_k(\Sigma/\Re) = \frac{1}{2}Mv^2$

B) $E_k(\Sigma/\Re) = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}m(R\omega_1)^2 + \frac{1}{2}m(R\omega_2)^2$

C) $E_k(\Sigma/\Re) = \frac{1}{2}(M-2m)v^2 + \frac{1}{2}m(R\omega_1)^2 + \frac{1}{2}m(R\omega_2)^2$

D) $E_k(\Sigma/\Re) = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}m(R\omega_1)^2 + \frac{1}{2}m(R\omega_2)^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2 + \frac{1}{2}I\omega_2^2$

Question 3 :

Le moment cinétique total $\overrightarrow{L_C}(\Sigma/\Re)$ du système en C dans $\Re$ s'écrit :

A) $\overrightarrow{L_C}(\Sigma/\Re)=\dfrac{2Iv}{R}\overrightarrow{e_z}$	**B)** $\overrightarrow{L_C}(\Sigma/\Re)=-\dfrac{2Iv}{R}\overrightarrow{e_z}$
C) $\overrightarrow{L_C}(\Sigma/\Re)=\dfrac{2Iv}{R}\overrightarrow{e_x}$	**D)** $\overrightarrow{L_C}(\Sigma/\Re)=-\dfrac{2Iv}{R}\overrightarrow{e_x}$

Question 4 :

Le châssis permet d'exercer sur chaque roue (S_i) un couple $\overrightarrow{\Gamma_i}=\Gamma_i\overrightarrow{e_x}$, de manière à ce que la moto soit en phase d'accélération ou de freinage lors de son mouvement rectiligne sans glissement. On supposera pour toute la suite de l'exercice, que $v>0$.

La seule roue motrice est la roue arrière (S_1), de sorte que $\overrightarrow{\Gamma_1}$ peut être un couple moteur ou un couple de freinage, alors que $\overrightarrow{\Gamma_2}$ ne peut être qu'un couple de freinage.

A) $\Gamma_2>0$
B) $\Gamma_2<0$
C) Pendant la phase d'accélération, $\Gamma_1>0$.
D) Pendant la phase de freinage, $\Gamma_1>0$.

Question 5 :

A) $\Gamma_2=I\dfrac{\mathrm{d}\omega_2}{\mathrm{d}t}$	**B)** $\Gamma_2=2I\dfrac{\mathrm{d}\omega_2}{\mathrm{d}t}$
C) $\Gamma_2=-\dfrac{I}{R}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	**D)** $\Gamma_2=\dfrac{I}{R}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

Question 6 :

Les couples Γ_1 et Γ_2 sont supposés constants, et la moto est immobile à l'instant $t=0$. Le théorème de la puissance cinétique appliqué à (Σ) donne :

A) $\Gamma_1\omega_1 = \Gamma_2\omega_2$	**B)** $\Gamma_1\omega_1 + \Gamma_2\omega_2 = 0$
C) $(\Gamma_1+\Gamma_2)\dfrac{v}{R} = -\left(M+\dfrac{2I}{R^2}\right)v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	**D)** $v(t) = -\dfrac{R(\Gamma_1+\Gamma_2)}{MR^2+2I}t$

Question 7 :

Soit $\overrightarrow{R_i} = T_i\overrightarrow{e_y} + N_i\overrightarrow{e_z}$ la réaction au point I_i exercée par le sol sur la roue (S_i). Le théorème du moment cinétique appliqué à chacune des roues permet d'obtenir :

A) $T_1 = -\dfrac{I}{R^2}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\Gamma_1}{R}$	**B)** $T_2 = -\dfrac{I}{R^2}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} - \dfrac{\Gamma_2}{R}$
C) $T_1+T_2 = -\dfrac{2I}{R^2}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} - \dfrac{\Gamma_1+\Gamma_2}{R}$	**D)** $T_1+T_2 = -\dfrac{3}{2}m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} - \dfrac{\Gamma_1-\Gamma_2}{R}$

Question 8 :

On déduit du théorème de la résultante cinétique appliqué au système (Σ) dans $\Re$:

A) $T_1+T_2 = (2m+M)\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	**B)** $T_1+T_2 = M\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$
C) $T_1+T_2 = 2m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	**D)** $N_1+N_2 = Mg$

Question 9 :

Le centre de masse C du système est situé à une hauteur $h > 2R$ du sol, à la distance d_1 du plan médian de la roue arrière et à la distance d_2 du plan médian de la roue avant, telles que $d_1 + d_2 = C_1C_2$.

Le théorème du moment cinétique appliqué en C dans $\Re$ au système (Σ) permet d'obtenir :

A) $\left[\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_C}(\Sigma/\Re)}{\mathrm{d}t}\right]_{\Re} = \overrightarrow{CI_1} \times \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{CI_2} \times \overrightarrow{R_2}$

B) $\left[\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_C}(\Sigma/\Re)}{\mathrm{d}t}\right]_{\Re} = \overrightarrow{CI_1} \times \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{CI_2} \times \overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{CI_1} \times \overrightarrow{\Gamma_1} + \overrightarrow{CI_2} \times \overrightarrow{\Gamma_2}$

C) $(d_1 + d_2)N_1 = d_2Mg - \left(Mh + \dfrac{2I}{R}\right)\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

D) $(d_1 + d_2)N_2 = d_1Mg - \left(Mh + \dfrac{2I}{R}\right)\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

Question 10 :

Soit f le coefficient de frottement entre le sol et la roue. Lors d'une accélération constante de la moto, de norme a_o, on obtient :

A) $T_1 = fN_1$	**B)** $\Gamma_1 = \dfrac{MR^2 + 2I}{R} a_o$
C) $T_2 = fN_2$	**D)** $\Gamma_2 = 0$

Question 11 :

A) $T_1 = \dfrac{MR^2 + I}{R^2} a_o$

B) $T_2 = \dfrac{I}{R^2} a_o$

C) $f = \left(1 + \dfrac{2I}{MR^2}\right)\dfrac{a_o}{g}$

D) $f = \left(1 - \dfrac{2I}{MR^2}\right)\dfrac{g}{a_o}$

Question 12 :

Soit un cylindre solide plein de rayon R et d'axe Oz, de hauteur $L >> R$, dont la conductivité thermique est λ. La base inférieure du cylindre, de surface S_{B-}, située dans le plan xOy du repère orthonormé direct $\Re = \left(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\right)$ est portée à la température constante T_{inf}. Sa base supérieure, de surface S_{B+}, est à la température constante T_{sup}. La face latérale du cylindre, de surface S_{lat} est en contact avec l'atmosphère ambiant à la température T_{atm}, et le coefficient d'échange par convection est h.
On note $\mathcal{B}_{cyl} = \left(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z}\right)$ la base cylindrique associée à $\Re$.

On suppose que le régime est permanent, et que les surfaces isothermes sont des sections du cylindre (bon conducteur de la chaleur) de sorte que le problème est unidimensionnel.

A) Dans le Système International d'unité, h s'exprime en $J.s^{-1}.m^{-1}.K^{-1}$.
B) Dans le Système International d'unité, h s'exprime en $J.s^{-1}.m^{-2}.K^{-1}$.
C) Dans le Système International d'unité, λ s'exprime en $J.s^{-1}.m^{-1}.K^{-1}$.
D) Dans le Système International d'unité, λ s'exprime en $J.s^{-1}.m^{-2}.K^{-1}$.

Question 13 :

Soit $\overrightarrow{j_Q} = j_Q \overrightarrow{e_z}$ le vecteur densité surfacique de courant thermique conductif, défini en tout point du cylindre, et $\overrightarrow{j_c} = j_c \overrightarrow{e_r}$ le vecteur densité surfacique de courant thermique convectif, défini en tout point de la surface du cylindre. On déduit du bilan de puissance entre deux sections droites du cylindre définies par z et $z + dz$:

A) $\left[j_Q(z) - j_Q(z+dz)\right] 2\pi R dz = \pi R^2 j_c(z)$

B) $\iint_{S_{B-} \cup S_{B+}} \overrightarrow{j_c} \cdot \vec{n}\, dS = \iint_{S_{lat}} \overrightarrow{j_Q} \cdot \vec{n}\, dS$

C) $\left[j_Q(z) - j_Q(z+dz)\right] \pi R^2 = 2\pi R dz j_c(z)$

D) $\iint_{S_{B-} \cup S_{B+}} \overrightarrow{j_c} \cdot \vec{n}\, dS + \iint_{S_{lat}} \overrightarrow{j_Q} \cdot \vec{n}\, dS = 0$

Question 14 :

En utilisant la loi de Fourier et les résultats de la question précédente :

A) $\frac{d^2T}{dr^2}+\frac{2h}{\lambda R}T=0$

B) $\frac{d^2T}{dr^2}-\frac{2h}{\lambda R}(T-T_{atm})=0$

C) $\frac{d^2T}{dz^2}+\frac{2h}{\lambda R}(T-T_{atm})=0$

D) $\frac{d^2T}{dz^2}-\frac{2h}{\lambda R}(T-T_{atm})=0$

Question 15 :

Le profil de température en un point du cylindre de coordonnée z s'exprime par $T(z)=T_{atm}+A\exp(\alpha z)+B\exp(-\alpha z)$ avec :

A) $\alpha=\sqrt{\frac{2h}{\lambda R}}$

B) $A=\frac{(T_{\inf}-T_{atm})\exp(\alpha L)+T_{atm}-T_{\sup}}{\exp(\alpha L)-\exp(-\alpha L)}$

C) $\alpha=i\sqrt{\frac{2h}{\lambda R}}$

D) $B=\frac{(T_{\inf}-T_{atm})\exp(\alpha L)+T_{atm}-T_{\sup}}{\exp(\alpha L)-\exp(-\alpha L)}$

Question 16 :

Si la barre est supposée de longueur infinie avec $T_{sup}=T_{atm}$, le profil de température devient :

A) $T(z)=T_{atm}+(T_{\inf}-T_{atm})\cos(\alpha z)$

B) $T(z)=T_{atm}+(T_{\inf}-T_{atm})\sin(\alpha z)$

C) $T(z)=T_{atm}+(T_{\inf}-T_{atm})\exp(\alpha z)$

D) $T(z)=T_{atm}-(T_{\inf}-T_{atm})\exp(\alpha z)$

Question 17 :

Dans le référentiel $\Re = \left(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\right)$, une conduite cylindrique creuse (rayon intérieur R_1, rayon extérieur R_2, axe Oz) de conductivité thermique λ, est parcourue par un fluide à la température $T_o = \text{cte}$. Elle est en contact avec l'air ambiant extérieur à la température constante T_{atm}. Le régime permanent est atteint. Soit $\overrightarrow{j_Q} = j_Q \overrightarrow{e_r}$ le vecteur densité surfacique de courant thermique de conduction défini en tout point de la conduite cylindrique (donc entre R_1 et R_2). On utilisera la base cylindrique $\left(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z}\right)$ associée à $\Re$. Le bilan de puissance thermique en tout point de la conduite cylindrique, donc pour $r \in]R_1, R_2[$ permet d'écrire :

A) $j_Q(r) 2\pi r \mathrm{d}z - j_Q(r+\mathrm{d}r) 2\pi r \mathrm{d}z = 0$

B) $j_Q(r) \pi r^2 \mathrm{d}z - j_Q(r+\mathrm{d}r) \pi (r+\mathrm{d}r)^2 \mathrm{d}z = 0$

C) $j_Q(r) 2\pi r \mathrm{d}z - j_Q(r+\mathrm{d}r) 2\pi (r+\mathrm{d}r) \mathrm{d}z = 0$

D) $j_Q(r) \pi r^2 \mathrm{d}z - j_Q(r+\mathrm{d}r) \pi r^2 \mathrm{d}z = 0$

Question 18 :

En tout point de la conduite cylindrique, tel que $r \in]R_1, R_2[$, la loi de Fourier s'écrit :

A) $\overrightarrow{j_Q} = -\dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\overrightarrow{e_r}$

B) $\overrightarrow{j_Q} = -\lambda\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\overrightarrow{e_r}$

C) $\overrightarrow{j_Q} = -\lambda\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\overrightarrow{e_r}$

D) $\overrightarrow{j_Q} = -\dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\overrightarrow{e_r}$

Question 19 :

α étant une constante, le profil de température dans la gaine est de la forme :

A) $T(r) = T(R_1) + \left[T(R_1) - T(R_2)\right]\exp(\alpha r)$.

B) $T(r) = T(R_1) + \left[T(R_2) - T(R_1)\right]\sin(\alpha r)$.

C) $T(r) = T(R_1) + \left[T(R_2) - T(R_1)\right]\dfrac{\ln\dfrac{r}{R_1}}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$.

D) $T(r) = T(R_1) + \left[T(R_2) - T(R_1)\right]\dfrac{r}{R_1}$.

Question 20 :

La résistance thermique de conduction R_c, par unité de longueur de la conduite, s'exprime par :

A) $R_c = \dfrac{R_1 - R_2}{\pi\lambda (R_1)^2}$	**B)** $R_c = \dfrac{R_1 - R_2}{\pi\lambda (R_2)^2}$
C) $R_c = \dfrac{R_1 - R_2}{\pi\lambda (R_1 - R_2)^2}$	**D)** $R_c = \dfrac{R_1 - R_2}{\pi\lambda (R_1^2 - R_2^2)}$

Question 21 :

On note h_1 et h_2, respectivement, les coefficients d'échange au niveau des surfaces de rayons R_1 et R_2. Les résistances thermiques, par unité de longueur, par convection R_{fluide} avec le fluide, R_{air} avec l'air ambiant, et la résistance thermique totale R_{th} du système, s'expriment par :

A) $R_{fluide} = \dfrac{1}{\pi h_1 R_1^2}$	**B)** $R_{th} = R_{fluide} + R_c + R_{air}$
C) $R_{air} = \dfrac{1}{2\pi h_2 R_2}$	**D)** $R_{th} = \dfrac{1}{\pi (R_2^2 - R_1^2)} \left[\dfrac{1}{h_1} + \dfrac{R_2 - R_1}{\lambda} + \dfrac{1}{h_2} \right]$

Question 22 :

Soit trois lentilles minces (L_1), (L_2) et (L_3), de focales respectives $f_1 = 30\,\text{cm}$, $f_2 = 10\,\text{cm}$ et f_3. (L_1) constitue l'objectif, et (L_2) l'oculaire d'une lunette afocale.

A) Le foyer image de (L_2) est confondu avec le foyer image de (L_1).
B) Le foyer image de (L_1) est confondu avec le foyer objet de (L_2).
C) Le foyer objet de (L_2) est confondu avec le foyer objet de (L_1).
D) Le foyer image de (L_2) est confondu avec le foyer objet de (L_1).

Question 23 :

Le foyer image de l'association de (L_1) et (L_2) est situé :

A) A 10 cm après (L_2).
B) A 10 cm en avant de (L_2).
C) A 30 cm après (L_1).
D) A 30 cm en avant de (L_1).

Question 24 :

La lentille (L_3) est positionnée au niveau du foyer objet F_2 de (L_2). De manière générale, on notera F_i et F_i', respectivement, le foyer objet et le foyer image de (L_i).
L'association des trois lentilles constitue un système :

A) Afocal.
B) Convergent.
C) Divergent.
D) De vergence nulle.

Question 25 :

On cherche à déterminer la valeur de f_3, de manière à ce que l'image finale de F_2 donnée par l'association des trois lentilles soit confondue en F_2.

A) F_2 est un objet réel pour le système.
B) F_2 est un objet virtuel pour le système.
C) F_2 est une image réelle pour le système.
D) F_2 est une image virtuelle pour le système.

Question 26 :

On note F_{21} l'image donnée par (L_1) de l'objet initial F_2, et F_{22} l'image de F_{21} donnée par (L_2).
La relation de conjugaison de Newton permet d'obtenir :

A) $\overline{F_3F_{22}} \cdot \overline{F_3F_2'} = (f_3)^2$	**B)** $\overline{F_2F_{21}} \cdot \overline{F_2F_1} = (f_1)^2$
C) $\overline{F_2F_{22}} \cdot \overline{F_2F_2'} = (f_2)^2$	**D)** $\overline{F_3F_{22}} \cdot \overline{F_3F_{21}} = (f_3)^2$

Question 27 :

La relation de Descartes peut s'écrire sous la forme :

A) $\frac{1}{\overline{F_3F_{22}}} - \frac{1}{\overline{F_3F_{21}}} = \frac{1}{f_3}$	**B)** $\frac{1}{\overline{F_2F_{22}}} - \frac{1}{\overline{F_2F_{21}}} = \frac{1}{f_3}$
C) $\frac{1}{\overline{F_2F_{22}}} - \frac{1}{\overline{F_2F_{21}}} = \frac{1}{f_2}$	**D)** $\frac{1}{\overline{F_2F_1}} - \frac{1}{\overline{F_1F_{21}}} = \frac{1}{f_1}$

Question 28 :

On déduit de ces relations :

A) $f_3 = \frac{f_1 f_2}{2(f_1 + f_2)}$	**B)** $f_3 = \frac{f_1 f_2}{2(f_2 - f_1)}$	**C)** $f_3 = 3,75$ cm	**D)** $f_3 = -7,5$ cm

---

Question 29 :

Les grandissements transversal G_t et angulaire G_a, relatifs au système entier constitué par l'association des trois lentilles, vérifient :

A) $G_t = 3$	**B)** $G_t = \frac{1}{3}$	**C)** $G_a = 3$	**D)** $G_a = \frac{1}{3}$

Question 30 :

Si on modifie la nature de la lentille (L_3) :

A) Les signes de G_t et G_a sont modifiés, mais leurs valeurs absolues sont conservées.

B) Seuls, le signe et la valeur de G_t sont modifiés.

C) Seuls, le signe et la valeur de G_a sont modifiés.

D) Les valeurs absolues de G_t et G_a sont modifiées, mais leurs signes sont conservés.

Question 31 :

Soit un condensateur $(\mathcal{C})$ formé de deux plateaux circulaires coaxiaux parfaitement conducteurs, de rayon R et d'épaisseur h, séparés par une distance $2e$. On note V la différence de potentiel aux bornes de $(\mathcal{C})$, et Q la charge portée par l'armature positive de $(\mathcal{C})$. Soit σ et ρ, respectivement, les densités surfacique et volumique de charges de cette armature positive, et ε_o la permittivité du vide dans lequel est placé le système.

A) $\rho = 0$	**B)** $\rho = \dfrac{Q}{\pi R^2 h}$	**C)** $\sigma = 0$	**D)** $\sigma = \dfrac{Q}{\pi R^2}$

Question 32 :

La capacité C de $(\mathcal{C})$ peut s'exprimer sous la forme :

A) $C = \dfrac{2\sigma\pi R^2}{V}$	**B)** $C = \dfrac{\rho\pi R^2 h}{V}$	**C)** $C = \dfrac{V}{2\sigma\pi R^2}$	**D)** $C = \dfrac{V}{\sigma\pi R^2}$

Question 33 :

A) $C = \dfrac{\varepsilon_o \pi R^2}{2e}$	**B)** $C = \dfrac{\varepsilon_o \pi R^2}{2e}$	**C)** $C = \dfrac{\varepsilon_o \pi R^2}{e}$	**D)** $C = \dfrac{2\varepsilon_o \pi R^2}{h}$

Question 34 :

Les deux plateaux sont maintenant animés, en sens inverse, d'une vitesse de rotation autour de leur axe commun Oz, O étant situé à égale distance des deux armatures. Ils effectuent ainsi n tours par seconde, de sorte que les charges des armatures sont mises en mouvement et créent un courant.

Soit un cylindre creux, d'épaisseur $\mathrm{d}r$, de rayon moyen r, d'axe Oz, et de hauteur h, constituant une partie élémentaire d'une des armatures. Il porte une charge élémentaire $\mathrm{d}q$. Le courant élémentaire $\mathrm{d}i$ créé par le cylindre élémentaire en mouvement s'exprime sous la forme :

A) $\mathrm{d}i = \dfrac{\mathrm{d}q}{n}$	**B)** $\mathrm{d}i = n\mathrm{d}q$	**C)** $\mathrm{d}i = 2\pi n\sigma r\mathrm{d}r$	**D)** $\mathrm{d}i = 2\pi n\rho h r\mathrm{d}r$

Question 35 :

On rappelle que le champ magnétique créé par une spire de rayon R, parcourue par un courant I, en un point M de son axe, a pour norme $\mu_o \frac{I}{2R} \sin^3 \alpha$, dans laquelle μ_o est la perméabilité du vide et α est l'angle sous lequel est vu la spire depuis le point M.

Alors, le champ magnétique élémentaire $\overrightarrow{dB_1}(O)$ créé par une des armatures en O a pour norme :

A) $\left\|\overrightarrow{dB_1}(O)\right\| = \mu_o \frac{di}{2R} \frac{r^3}{\left(r^2+e^2\right)^{3/2}}$

B) $\left\|\overrightarrow{dB_1}(O)\right\| = \mu_o \frac{di}{2} \frac{r^2}{\left(r^2+e^2\right)^{3/2}}$

C) $\left\|\overrightarrow{dB_1}(O)\right\| = \mu_o \frac{di}{2} \frac{R^2}{\left(r^2+R^2\right)^{3/2}}$

D) $\left\|\overrightarrow{dB_1}(O)\right\| = \mu_o \frac{di}{2} \frac{r^2}{\left(r^2+4e^2\right)^{3/2}}$

Question 36 :

Le champ magnétique élémentaire $\overrightarrow{dB_2}(O)$ créé par la deuxième armature en O est tel que :

A) $\overrightarrow{dB_1}(O)$ et $\overrightarrow{dB_2}(O)$ ont même norme.
B) $\overrightarrow{dB_1}(O)$ et $\overrightarrow{dB_2}(O)$ ont même direction.
C) $\overrightarrow{dB_1}(O)$ et $\overrightarrow{dB_2}(O)$ sont de sens opposé.
D) $\overrightarrow{dB_1}(O)$ et $\overrightarrow{dB_2}(O)$ sont perpendiculaires.

Question 37 :

La norme du champ magnétique total $\overrightarrow{B}(O)$ créé par la rotation des deux armatures, en O, s'écrit :

A) $B(O) = 2\int_{-R}^{R} dB_1(O)$

B) $B(O) = 2\int_{-R}^{R} dB_2(O)$

C) $B(O) = \int_{-R}^{R} dB_1(O) + \int_{-R}^{R} dB_1(O)$

D) $B(O) = 0$

Question 38 :

A) $B(O)=\pi\varepsilon_o\mu_o nV\int_0^R \frac{r^2\mathrm{d}r}{\left(r^2+e^2\right)^{3/2}}$

B) $B(O)=\pi\varepsilon_o\mu_o nV\left[\frac{R^2+e^2}{e\sqrt{R^2+e^2}}-1\right]$

C) $B(O)=\frac{\pi\varepsilon_o\mu_o nV}{e}\left[\int_0^R \frac{\mathrm{d}\left(r^2\right)}{2\sqrt{r^2+e^2}}-\frac{e^2}{2}\int_0^R \frac{\mathrm{d}\left(r^2\right)}{\left(r^2+e^2\right)^{3/2}}\right]$

D) $B(O)=\pi\varepsilon_o\mu_o nV\left[\frac{R^2+2e^2}{e\sqrt{R^2+e^2}}-2\right]$

Question 39 :

Si les deux armatures tournent dans le même sens et toujours à la vitesse de n tours par seconde, le champ magnétique résultant en O est :

A) $B(O)=0$

B) $B(O)=\pi\varepsilon_o\mu_o nV\left[\frac{R^2+e^2}{e\sqrt{R^2+e^2}}-1\right]$

C) $B(O)=\frac{\pi\varepsilon_o\mu_o nV}{2}\left[\frac{R^2+e^2}{e\sqrt{R^2+e^2}}-1\right]$

D) $B(O)=\pi\varepsilon_o\mu_o nV\left[\frac{R^2+2e^2}{e\sqrt{R^2+e^2}}-2\right]$

Question 40 :

On considère que l'épaisseur $2e$ est négligeable devant le rayon R des disques. Alors :

A) $B(O)=0$

B) $B(O)=\pi\varepsilon_o\mu_o nV\left[\frac{R}{e}-1\right]$

C) $B(O)=\frac{\pi\varepsilon_o\mu_o nV}{2}\left[\frac{R}{e}-2\right]$

D) $B(O)=\pi\varepsilon_o\mu_o nV\left[\frac{R}{2e}-1\right]$

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve commune obligatoire d'ANGLAIS

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
8 pages de texte recto/verso

◆

CALCULATRICE NON AUTORISEE

ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire d'Anglais» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

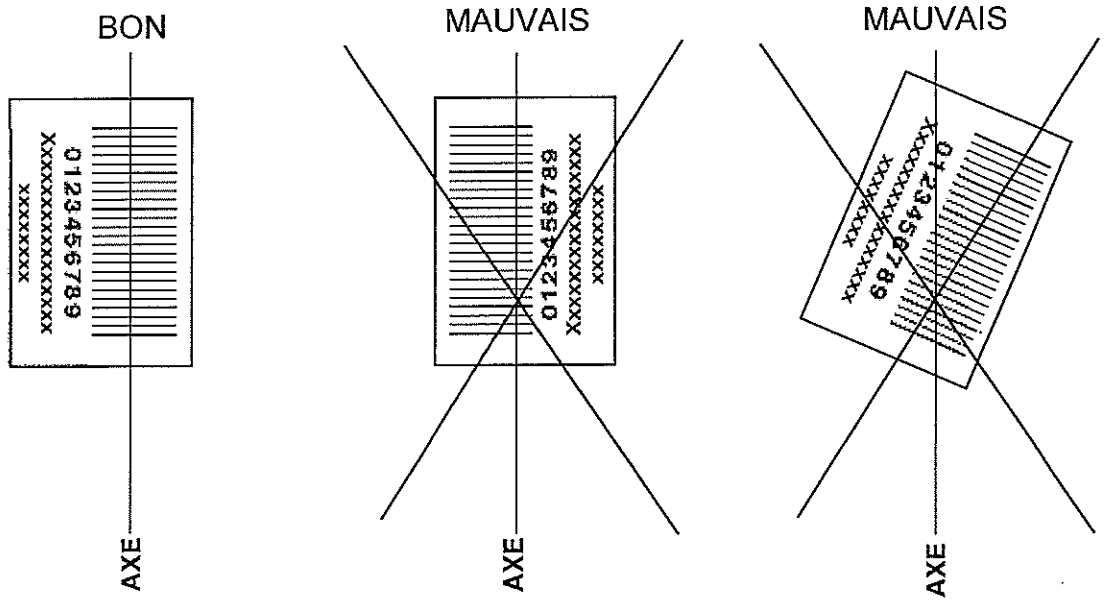
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve d'anglais (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Le sujet comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. **N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 81 à 100**. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

Dans cette épreuve, il n'est accepté **qu'une réponse pour chaque question** ; ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.

Une bonne réponse vaut 1 point, une réponse fausse 0.

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes des mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses.

1. By the time the police arrived the man had calmed ..... and was standing still.

   a) bottom b) down c) up d) herself e) out

2. Critics say the General has shown no ..... to democracy in the past.

   a) committed b) commission c) commitment d) commit e) commerce

3. " I cannot stay with him any longer. Too much water ..... under the bridge. ",she said.

   a) is going b) will go c)goes d) has gone e) went

4. Two boys and an adult died when gunfire broke ..... during a demonstration.

   a) in b) out c) over d) up e) around

5. He has changed the whole system, ...several judges who spoke against him.

   a)sacking b)will sack c)will have sacked d)which sacks e)being sacked

6. The car includes a self-drive function which ..... drivers the possibility of automated driving.

   a)allows to b)allows c)is allowed d)has been allowed e)allows of

7. How ..... do designers come up with something that's easy to wear? Never !

   a) soon b) always c)never d)ever e)often

8. The documents reveal the determination to cover ..... what really happened.

   a) in b)off c)up d)on e)from

9. On land, elephants are being employed to clear some of the heavier ..... from roads.

   a.) debris b) routes c)rosters d) paths e) alleys

10. If targets are met, this ..... a record total for a charity T.V. programme.

    a) is b) would be c) were d) will be e) would have been

11. I ..... every day for the first three months after his death.

a) am crying b) cried c) have cried d) cry e) are crying

12. "The ..... feeling is that they want to leave it where it is because in a sense everything has been done."

a) overawing b) overtaking c)overwhelming d) overachieving e) overdone

13. Among their conclusions are that carbon dioxide emissions are .....more quickly than they were a decade ago

a) rising b) raising c) arising d) lifting e) heightening

14. Researchers found that during the 2005 drought, many parts of the rainforest "greened", apparently growing ..... than previously.

a) fast b) more fastly c) faster d) more fast e) fastest

15. Writing in the journal "Science", the ..... say it is unclear how the forest would respond to a long drought.

a) conductors b) seekers c) investigators d) researchers e) checkers

16. It has been thought that stressed trees in drought conditions would try to preserve their water by ..... loss of water through leaves (transpiration).

a) lessening b) reducing c) shrinking d) tightening e) dulling

17. The island site, 1,000km (621 miles) ..... mainland Norway, was chosen as the location for the seed vault.

a) northern b) northbound of c) northly of d) north e) north of

18. No deal can be done till he ..... about how long he is prepared to sustain the enormous financial support he has offered.

a) heads up b) commands c) makes his mind up d) minds himself e)heads

19. Detectives have appealed for any residents who lived in the area at the same time as Peter Tobin to ..... them.

a) reach b) get in touch with c) touch d) get in reach with e) examine

20. There are major projects trying to improve Middlesbrough's record, but it ..... many more years to reverse decades of poor health.

a) will take b) would have taken c) will be taking d) would be taking e) would take

Lisez la texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez en suite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

Too much spending.....

A remarkable shopping list .....(21) the Saudi ambassador to Britain with a possible £3m debt, and the embarrassment of having allegations about the ostentatious spending habits of the royal family laid ..... (22). Last month, he was ordered to pay more than £3m to his family's former private secretary, Walid El Hage, who spent many years as confidante to the ambassador and his father. He .....(23) he spent the money on their behalf. As well as large bills for hotels, cars and security guards, the lists also include charges for a variety of the world's most sophisticated brand-name items. Last night a statement .....(24) on the ambassador's behalf saying that El Hage had worked for the prince's father for 27 years until he suffered a stroke in 2002. "The nature of the relationship ..... (25) changed." Lawyers in Saudi Arabia were handling the claim, and had asked for receipts "to seek to reach an amicable settlement".

21. a) lands b) has landed c) would land d) is landing e) have landed

22. a) to rest b) up c) the table d) bare e) under

23. a) assures b) infers c) claims d)holds e) inserts

24. a) issued b) was issued c) has been issued d) will be issued e) might be issued

25. a) afterwards b) after c)following d) lately e)subsequently

And too little....

Tens of millions of people across more than half the states in sub-Saharan Africa need urgent food aid, but the causes are often complex and varied. Food crises were once primarily .....(26) by natural disasters like droughts. But ..... (27) research by the UN Food and Agriculture Organization, man-made causes are increasingly to blame. These include conflict and poor governance, as well as HIV/Aids. Rural poverty, international trade .....(28), overpopulation, deforestation, poor use of land and environmental problems can also be .....(29). The truth is that a crisis situation has become difficult to identify. ..... (30) grinding poverty, death from curable disease is part of everyday life.

26. a) eaten b)shot off c) triggered d) gunned e) manifested

27. a) supposing b) according to c) as for d) looking to e) in effect

28. a) boundaries b) gates c) fences d) gates e) lines

29. a) things b) reasonings c) occasions d) factors e) portions

30. a) As for b) Due to c) Maybe d) However e) Overmuch

Lisez le texte suivant. Completez chaque blanc avec un des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

Concern grows for smallest bear

Habitat loss and commercial hunting ..... (31) for a decline in the number of sun bears - the world's smallest species of bear. An assessment by World Conservation Union (IUCN) has re-classified the animal as "vulnerable". Experts estimate that sun bears, found in south-east Asia, have declined by at least 30% in the past 30 years. The IUCN's bear expert groups warn that six out of the world's eight bear species are .....(32) extinction.

".....(33) we still have a lot to learn .....(34) the biology and ecology of this species *(Helarctos malayanus)*, we are quite certain it is .....(35) trouble," said Rob Steinmetz, a member of the IUCN bear specialist group. "We estimate that sun bears have declined by at least 30% over the past 30 years and continue to decline at this .....(36)." Mr Steinmetz said deforestation had reduced the size and quality of the bears' habitat. "Where habitat is now protected, commercial poaching remains a significant threat," he added. "We are working with governments, protected area managers, conservation groups and local people to..... (37) extinction of the many small, isolated sun bear .....(38)."

Until this latest assessment, the bears had been classified as "data deficient" because not enough was known about the state of the species. The assessment of the seven terrestrial bear species and polar bear (technically classified as a marine mammal) was published on Sunday following a meeting in Mexico. The findings .....(39) update the bears' entries in the 2007 edition Red List of Threatened Species, which is considered to be .....(40) authoritative audit of more than 41,000 species.

31. a) have blamed b) have been blamed c) is blamed d) has been blamed e) blame

32. a) threatened with b) a threat to c) threatened for d) threats for e) threatened

33. a) At first b) Despite c) Although d) Regardless e) Even

34. a) at b) about c) until d) again e) up

35. a) on b) at c) by d) in e) big

36. a) proportion b) degree c) rate d) grade e) total

37. a) prevent with b) prevent from c) prevent of d) prevent the e) prevent some

38. a) populations b) candidates c) folk d) societies e) dudes

39. a) being used to b) will be used to c) used to d) get used to e) use

40. a) the more b) most c) more d) much e) the most

Complétez les phases à l'aide des mots ou groupes de mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix su la grille de réponses.

41. Pope Benedict made a .....appeal on Saturday for an end to the war in Iraq

a) pressure b) precious c) present d) pressing e) pression

42. Two bomb attacks carried ..... by Al Qaeda militants in the northern Iraqi city of Mosul on Friday killed 21 people

a) up b) through c) about d) out e) forward

43. A winning bid of almost 40,800 dollars bought the right to name a newly discovered ..... "Owl" butterfly

a) raw b) racy c) rash d) race e) rare

44. Nearly a third of Swaziland's children ..... orphaned and vulnerable as AIDS takes its toll on the country

a) are considered b) consider c) are considering d) will consider
e) be considered

45. It is now thought that the mysterious Angolan illness ..... bromide poisoning

a) can be b) would be c) could be d) is able to be e) will be

46. Indonesia's vast forests have long been seen by governments and businesses ..... as a resource to be exploited for massive profit

a) alike b) likely c)both d) together e) the same

47. Northern Ireland's only salmon farm was completely wiped ..... by a freak jellyfish attack.

a) up b) over c) around d) out e) under

48. Rock band Arcade Fire recently ..... the first video for a song from its sophomore album, "Neon Bible"

a) undid b) understood c) unveiled d) unauthorised e) unsound

49. He worked with six basketball players, who all ran faster and made more shots over a period ..... they slept at least 10 hours a night.

a) which b) in which c) who d) on which e) at which

50. The football team, Aston Villa's, manager Martin O'Neill has ..... himself out of the running for the vacant England manager's position

a) rode b) ripped c) ruined d) rostered e) ruled

Lisez le texte suivante. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

Iceberg blamed as passengers flee holed ship

They had paid more than £4,000 each for an adventure in the Antarctic Ocean. Last night the 24 Britons who had kept their (51)..... up by telling Titanic jokes as they drifted for hours in icy waters must have felt that they had got their money's (52) .....

The ship on which they were awoken by a loud bang soon after midnight became the focus of a huge rescue operation off King George Island involving the Chilean Navy and (53) ..... from Argentina, Britain and America. Together with 67 fellow passengers, nine "expedition staff" and the 62 crew on board the stricken MV Explorer, they had been hustled into lifeboats at the (54)..... of the polar dawn to float on a freezing sea beside the iceberg that had (55)..... their vessel. Hours later, the abandoned cruise liner sank. The passengers and crew were picked up by a Norwegian cruise liner five hours later.

All the passengers were fit and well.

51.	a) smiles	b) sprites	c) spirits	d) hands	e) springs
52.	a) purse	b) wallet	c) worth	d) worry	e) waste
53.	a) coasters	b) bodyguards	c) savers	d) lifeguards	e) coastguards
54.	a) cry	b) crease	c) call	d) crack	e) cold
55.	a) cringed	b) crippled	c) crinkled	d) cranked	e) crafted

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc avec un des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

An Extract from "Thomas Hardy – A Time Torn Man" by Claire Tomalin

He liked to work in old clothes, and particularly a pair of trousers that went back to the (56) ..... of the century and which he mended himself with string. He also kept an ancient shawl, crocheted from fawn or beige wool, to put over his shoulders, and sometimes his head too, (57) .....the cold. There was an open fire, laid but not (58)..... by the maid because he liked to get it going himself. No other heat, since neither gas nor electricity had reached Max Gate, and light was provided by oil lamps. No telephone, although one was installed downstairs in 1920, which he refused to answer. In the same year the house acquired a wireless set, of which Wessex, his dog, became (59) ..... passionately fond that Hardy sometimes got up early and went down in his long night-shirt and short dressing-gown to turn it on for him. He slept in an unheated bedroom and had his hot water brought up in jugs. His second wife Florence (60).....him for early morning tea at 7.45, coming through the dressing room between their rooms.

56. a) torn b) tide c) trace d) turn e) time

57. a) against b) amongst c)upon d)around e)under

58. a) lighted b)turned on c) lit d)switched on e) lit up

59. a) totally b) so c) completely d) intensely e) fully

60. a) is joining b) join c) will join d) would join e) would be joined

Dans le texte ci-dessous une erreur a pu être introduite dans chaque ligne. Choisissez la colonne (a-d) qui correspond à l'emplacement de l'erreur. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses. Si la ligne ne contient aucune erreur, noircissez la case (e) sur la grille des réponses.

	a	b	c	d
61.	Mazari Sharif (Mazar) owes its	existence to a dream. At the	beginning of the 12th Century,	a local mullah was having a dream
62.	on which Ali bin Talib,	the Prophet's cousin and son-in-law	appeared to reveal that	he had been secretly buried
63.	near the city of Balkh.	After investigation, the sultan	ordered a shrine to be builded	on the spot where it stood until
64.	its destruction by Ghengis.	Mazar is the capital of Balkh	province and Afghanistan's fourth	larger city. During the Soviet
65.	invasion of Afghanistan, Mazar	was a strategic base for the Soviet	army as they used its airport	to launch airstrikes on Afghan
66.	Muhajadeen. After the Soviet	Union withdrew from Afghanistan,	Mazar slowly begun falling into	the hands of different militias.
67.	From the early 1990 to early	1997, Mazar was an oasis of peace	during the civil war and as the rest	of the country disintegrated and
68.	was took over by the Taliban.	Mazar strengthened its ties	with the newly independent	Asian States and Turkey, printed
69.	its own money and founded	it's own airline. This peace	was shattered when the leader	of the Militia was betrayed by
70.	one of his own generals	and the Taliban prepared to take	the city. At firstly , 2500 Taliban	soldiers were massacred by the
71.	new general and his Shia	followers. In retaliation for this,	the Taliban reportedly returned	a six days killing frenzy of locals.
72.	Soon after, the city was	occupied and taken over of	the Taliban. It was this capture	of Mazar that prompted
73.	Pakistan recognition of the	Taliban regime. Following 9/11,	Mazar was the first city to fall	to the Afghan Northern Alliance.
74.	Mazar is now under full control	of the new Afghan central	government who is led by	a U.S. backed president.
75.	There are also NATO	peacekeeping forces in and around	the city providing assistance	to the new gouvernment.
76.	The city's local economy	is dominated by agriculture and	production of food sources from	a breed of domestic sheep.
77.	The city is a traditional center	for "Bukashi", a team sport	played on horses. The goal of a	player is grab the carcass
78.	of headless goat or calf	and then get it clear of the other	players and pitch it across a goal	line or into a target circle.
79.	Mazar is also famous for	its shrine and the blue mosque	which is covered on dazzling	artwork. Much restored it is
80.	one of Afghanistan's most	glorious monument. Outside	Mazar lies the ancient city of Balkh	which holds much interest.

ICNA CONCOURS 2008 REPONSES

1	B		**41**	D	
2	C		**42**	D	
3	D		**43**	E	
4	B		**44**	A	
5	A		**45**	C	
6	B		**46**	A	
7	E		**47**	D	
8	C		**48**	C	
9	A		**49**	B	
10	D		**50**	E	
11	B		**51**	C	
12	C		**52**	C	
13	A		**53**	E	
14	C		**54**	D	
15	D		**55**	B	
16	B		**56**	D	
17	E		**57**	A	
18	C		**58**	C	
19	B		**59**	B	
20	A		**60**	D	
21	B		**61**	D	
22	D		**62**	A	
23	C		**63**	C	
24	B		**64**	D	
25	E		**65**	E	
26	C		**66**	C	
27	B		**67**	A	
28	A		**68**	A	
29	D		**69**	B	
30	B		**70**	C	
31	B		**71**	D	
32	A		**72**	B	
33	C		**73**	A	
34	B		**74**	C	
35	D		**75**	D	
36	C		**76**	E	
37	A		**77**	D	
38	A		**78**	A	
39	B		**79**	C	
40	E		**80**	B	

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve optionnelle obligatoire de MATHEMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissement
10 pages de texte recto/verso

◆

CALCULATRICE AUTORISEE

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «optionnelle obligatoire de mathématiques» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

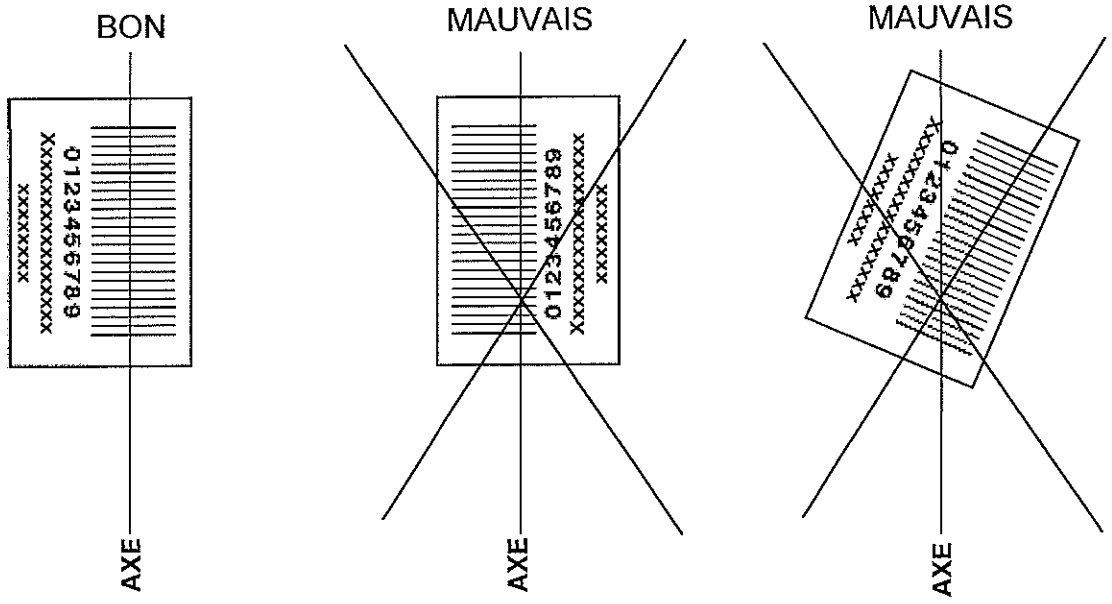
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve optionnelle obligatoire de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée au début du texte du sujet.
Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne :
vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

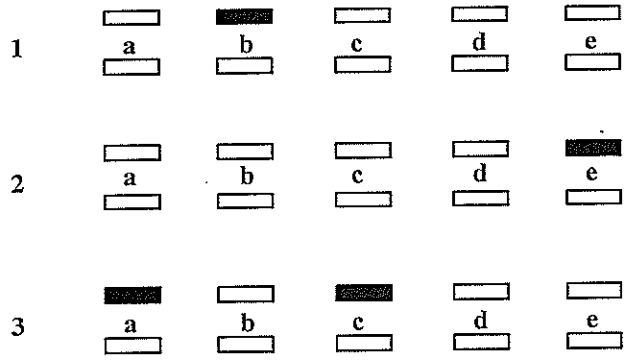
7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut
a) 3 b) 5 c) 4 d) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut
a) -3 b) -1 c) 4 d) 0

Question 3 : les racines de l'équation $x^2 - 1 = 0$
a) 1 b) 0 c) -1 d) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



Le sujet comporte 6 parties indépendantes.

- Partie 1 (Question 1 à 3)
- Partie 2 (Question 4 à 7)
- Partie 3 (Question 8 à 15)
- Partie 4 (Question 16 à 30)
- Partie 5 (Question 31 à 36)
- Partie 6 (Question 37 à 40)

Dans tout le sujet

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 3, \ldots\}$ désigne l'ensemble des entiers positifs. $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$.
- $\mathbb{Z}$ désigne ensemble des entiers relatifs.
- $\mathbb{R}$ désigne le corps de nombres réels et $\mathbb{C}$ celui des nombres complexes.

PARTIE 1

Soit f une fonction continue sur $[0,1]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ on définit pour $x \in [0,\infty[$, la suite de fonctions $f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{1+x}$.

Question 1 *La suite de fonction f_n converge*

(a) *uniformément sur $[0,\infty[$ et la fonction limite est continue.*

(b) *uniformément $[0,1]$ et la fonction limite est continue.*

(c) *uniformément sur $[0,\infty[$.*

(d) *uniformément sur tout compact de $]0,\infty[$.*

Question 2 *Soit $v_n = \int_0^1 f_n(x)dx$*

(a) *La suite v_n converge car elle est décroissante minorée.*

(b) *La suite v_n converge car $0 \leq v_n \leq \frac{1-e^{-n}}{n}$.*

(c) *La suite v_n converge car elle est croissante majorée.*

(d) *La suite v_n converge car $0 \leq v_n \leq \frac{1}{1+x}$.*

Question 3 *Soit $w_n = \int_0^1 nx^n f(x)dx$*

(a) *La suite w_n converge vers 1.*

(b) *La suite w_n converge si et seulement si f est un polynôme.*

(c) *La suite w_n converge vers $+\infty$ si f est positive.*

(d) *La suite w_n converge si et seulement si f est dérivable.*

PARTIE 2

Soit A, B, C, D et M cinq matrices carrées de taille n sur le corps $\mathbb{C}$ et soit λ un nombre complexe non nul. On suppose que M n'est pas la matrice nulle. On notera $tr(X)$ la trace d'une matrice X.

Question 4

(a) *Si A et B sont diagonalisables alors $A+B$ est diagonalisable.*

(b) *Si A et B sont diagonalisables alors AB est diagonalisable.*

(c) *Si A et B sont diagonalisables et ont les mêmes vecteurs propres alors AB est diagonalisable.*

(d) *A est diagonalisable si et seulement si A^2 est diagonalisable.*

Question 5 *On supose que*

$$\begin{cases} M = \lambda(A+B) \\ M^2 = \lambda^2(A+B) \end{cases}$$

(a) *$A+B$ et M ont trois valeurs propres distinctes et sont diagonalisables.*

(b) *$A+B$ et M ont trois valeurs propres distinctes et ne sont pas diagonalisables.*

(c) *$A+B$ et M ont deux valeurs propres distinctes et sont diagonalisables.*

(d) *$A+B$ et M ont deux valeurs propres distinctes et ne sont pas diagonalisables.*

Question 6 *On suppose A diagonalisable, soit P un polynôme*

(a) *si A et B ont même polynôme caractéristique, alors B est diagonalisable.*

(b) *si $A = P(B)$, alors B est diagonalisable.*

(c) *si A et B ont même polynôme caractéristique et A inversible, alors B est diagonalisable.*

(d) *si A et B ont même polynôme minimal, alors B est diagonalisable.*

Question 7 *On suppose maintenant que*

$$\begin{cases} C^2 = D^2 = -I_n \\ CD + DC = 0 \end{cases}$$

(a) *Le système a toujours une solution.*

(b) *Si le système possède une solution alors $tr(A) = tr(B) = 0$ et A et B sont diagonalisables.*

(c) *Si le système possède une solution alors $tr(A) = tr(B) = 1$.*

(d) *Si le système possède une solution si alors A et B ne sont pas diagonalisables.*

PARTIE 3

Soit t un nombre réel et Soit u_t l'application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ dont la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ est

$$U_t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ t & -4 & -2 \\ 4 & 12 & 5 \end{pmatrix}$$

Question 8 *La matrice U_0^2 est*

(a) $\begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 \\ -8 & -8 & -2 \\ 28 & 24 & 5 \end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix} 8 & 6 & 0 \\ -8 & -8 & -2 \\ 28 & 20 & 5 \end{pmatrix}$.

(c) U_0.

(d) $2U_0$.

Question 9 *On suppose dans cette question que $t \neq 0$*

(a) U_t *possède une et une seule valeur propre réelle.*

(b) U_t *possède deux valeurs propres réelles distinctes et une valeur propre complexe non réelle.*

(c) U_t *possède trois valeurs propres complexes non réelles.*

(d) U_t *possède trois valeurs propres complexes distinctes.*

Question 10

(a) 0 *est valeur propre de* U_0 *car* U_0 *n'est pas inversible.*

(b) 0 *est la seule valeur propre de* U_0 *car* U_0 *n'est pas inversible.*

(c) 0 *est valeur propre de* U_t *si et seulement si* $t \leq \frac{1}{3}$

(d) 0 *est valeur propre de* U_t *si et seulement Si* $t = 0$.

Question 11

(a) U_t *possède trois valeurs propres réelles distinctes pour tout* $t \geq -\frac{1}{3}$.

(b) U_t *possède trois valeurs propres réelles distinctes pour tout* $t > -\frac{1}{3}$.

(c) U_t *ne possède jamais trois valeurs propres réelles distinctes.*

(d) U_t *ne possède jamais trois valeurs propres réelles.*

Question 12 *On note* P_t *le polynôme caractéristique de* U_t.

(a) P_t *n'est jamais de degré* 3.

(b) P_t *est de degré* 3 *si et seulement si* u_t *possède trois valeurs propres réelles distinctes.*

(c) P_t *est de degré* 3 *si et seulement si* u_t *possède trois valeurs propres complexes non rélles distinctes.*

(d) P_t *est de degré* 3 *si et seulement si* u_t *possède trois valeurs propres distinctes.*

Question 13

(a) $P_t(U_t)$ *est la matrice identité.*

(b) $P_t(U_t)$ *est la matrice nulle.*

(c) $P_t(U_t)$ *est la matrice identité, si et seulement si* U_t *est diagonalisable.*

(d) $P_t(U_t)$ *est la matrice nulle, si et seulement si* U_t *est diagonalisable.*

Question 14 *On suppose maintenant que* $t = 0$ *ou* $t = -1/3$. *Pour* $n \geq 3$ *on effectue la division euclidienne de* X^n *par* P_t *et on note* Q_t *le quotient et* R_t *le reste*

(a) $R_0(X) = (2^{n-1} - 1)X^2 + (2 - 2^{n-1})X$.

(b) $R_0(X) = (2^n - 1)X^2 + (2 - 2^n)X$.

(c) $R_{-1/3}(X) = \frac{n(n-1)}{2}X^2 + n(2-n)X + \frac{n^2-3n+2}{2}$.

(d) $R_{-1/3}(X) = n(n-1)X^2 + n(2-n)X + n^2 - 3n + 2$.

Question 15 *On suppose maintenant que $t = 0$. On note $U = U_0$*

(a) $U^6 = \begin{pmatrix} 200 & 102 & 1 \\ -248 & -128 & 4 \\ 748 & 384 & 5. \end{pmatrix}$.

(b) $U^{10} = \begin{pmatrix} 3068 & 1536 & 1 \\ -4088 & -2048 & -2 \\ 12268 & 6144 & 5 \end{pmatrix}$.

(c) $U^n = \begin{pmatrix} 6.2^{n-1} - 4 & 3.2^{n-1} & 1 \\ 8(1-2^{n-1}) & -4.2^{n-1} & -2 \\ 4(6.2^{n-1} - 5) & 12.2^{n-1} & 5 \end{pmatrix}$.

(d) $U^n = \begin{pmatrix} 6.2^n - 4 & 3.2^n & 1 \\ 8(1-2^n) & -4.2^n & -2 \\ 4(6.2^n - 5) & 12.2^n & 5 \end{pmatrix}$.

PARTIE 4

Soit $\mathbb{R}[X]$ l'ensemble des polynômes à coefficients dans $\mathbb{R}$. Soit $I =]a, b[$ un intervalle de $\mathbb{R}$ et w une fonction positive et continue de I dans $\mathbb{R}$ vérifiant l'hypothèse suivante

$$\int_a^b |P(x)|w(x)dx < \infty \qquad \forall P \in \mathbb{R}[X]. \qquad (H)$$

Question 16 *Soit P et Q deux éléments de $\mathbb{R}[X]$. On pose*

$$< P, Q >= \int_a^b P(x)Q(x)w(x)dx.$$

(a) *L'hypothèse (H) ne suffit pas pour que $< P, Q >$ soit correctement définie.*

(b) *L'application $(P, Q) \mapsto < P, Q >$ est bilinéaire symétrique et elle définit une norme sur $\mathbb{R}[X]$.*

(c) *L'application $(P, Q) \mapsto < P, Q >$ est bilinéaire symétrique et elle définit une norme sur $\mathbb{R}[X]$ que si il existe $x \in]a, b[$ tel que $w(x) > 0$.*

(d) *L'application $(P, Q) \mapsto < P, Q >$ est bilinéaire symétrique et elle définit une norme sur $\mathbb{R}[X]$ que si $w(x) > 0$ pour tout $x \in]a, b[$.*

Question 17 *Soit $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de polynôme.*

(a) *$(P_n)_n$ est une base de $\mathbb{R}[X]$ si et seulement si pour tout n P_n est de degré n.*

(b) *$(P_n)_n$ est une base de $\mathbb{R}[X]$ si et seulement si $(P_n)_n$ est une famille libre.*

(c) *$(P_n)_n$ est une base de $\mathbb{R}[x]$ si et seulement si lorsque $k \neq l$ on a $< P_k, P_l >= 0$.*

(d) *$(P_n)_n$ ne peut être une base de $\mathbb{R}[X]$ car $\mathbb{R}[X]$ est un espace vectoriel de dimension infinie.*

On suppose maintenant que $I =]-1,1[$, $w(x) = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$. Pour tout entier naturel n et pour tout $\theta \in \mathbb{R}$ soit T_n le polynôme défini par

$$T_n(\cos\theta) = \cos(n\theta)$$

Question 18

(a) *Comme* $w(1) = w(-1) = +\infty$, *l'hypothèse* (H) *n'est pas vérifiée.*

(b) (H) *est vérifiée que pour les polynômes* P *et* Q *vérifiant* $Q(1) = Q(-1) = P(1) = P(-1) = 0$.

(c) (H) *est vérifiée.*

(d) (H) *est vérifiée que pour les polynômes* P *et* Q *pour lesquels* $(X-1)(X+1)$ *divise* PQ.

Question 19

(a) *Il n'est pas vrai que* T_n *soit un polynôme.*

(b) *Il existe plusieurs polynôme* T_n.

(c) *Comme* $\cos(n\theta) = \sum_{p=0}^{E(n/2)}(-1)^p C_n^{2p}(\cos\theta)^{n-2p}(1-\cos^2\theta)^p$, T_n *est bien un polynôme et il est unique (Ici* $E(x)$ *désigne la partie entière de* x, *et* C_n^k *est le coefficient binomial).*

(d) *Comme* $\cos(n\theta) = \sum_{p=0}^{n}(-1)^p C_n^{2p}(\cos\theta)^{n-2p}(1-\cos^2\theta)^p$, T_n *est bien un polynôme et il est unique.*

Question 20 *Pour tout* $\theta \in \mathbb{R}$ *et* $x \in]-1,1[$ *on a*

(a) $T_n(\cos\theta) - T_{n+2}(\cos\theta) = 2\cos(\theta)T_{n+1}(\cos\theta)$ *et donc* $T_{n+2} = -2XT_{n+1} + T_n$.

(b) $T_n(\cos\theta) + T_{n+2}(\cos\theta) = 2\cos(\theta)T_{n+1}(\cos\theta)$ *et donc* $T_{n+2} = 2XT_{n+1} - T_n$.

(c) $T_n(\cos\theta) + T_{n+2}(\cos\theta) = 3\cos(\theta)T_{n+1}(\cos\theta)$ *et donc* $T_{n+2} = 3XT_{n+1} - T_n$.

(d) $T_n(\cos\theta) + T_{n+2}(\cos\theta) = \cos(\theta)^2 T_{n+1}(\cos\theta)$ *et donc* $T_{n+2} = X^2T_{n+1} - T_n$.

Question 21

(a) T_n *est unitaire de degré* n.

(b) T_n *est de degré* n *de coefficient dominant* 2^n.

(c) $T_3 = 8X^3 - 3X$.

(d) T_n *est de degré* $n+1$ *de coefficient dominant* 2^{n-1}

Question 22

(a) T_n *est une fonction paire.*

(b) T_n *est une fonction impaire.*

(c) T_n *a la même parité de* n.

(d) *T_n a la parité contraire de n.*

Question 23

(a) *Pour tout entier $n < T_n, T_n >= 1$.*

(b) *Pour tous entiers n et p, $< T_n, T_p >= 0$.*

(c) *T_n est une base orthogonale de $\mathbb{R}[X]$.*

(d) *T_n est une base orthonormale de $\mathbb{R}[X]$.*

On suppose maintenant que $w(x) = \exp(-x^2)$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, on définit

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n}\left[e^{-x^2}\right]$$

L'objectif des questions qui suivent est d'étudier pour $n \in \mathbb{N}$ l'équation différentielle (E_n).

$$y'' - 2xy' + 2ny = 0. \qquad (E_n)$$

Question 24

(a) *(E_n) est une équation différentielle linéaire à coefficients constants.*

(b) *(E_n) est une équation différentielle linéaire à coefficients non constants.*

(c) *E_0 admet une unique solution.*

(d) *Si f est solution de E_0 alors $f'(x) = e^{x^2}$.*

Question 25 *On s'intéresse dans cette question aux solutions f de (E_n) développables en séries entières. Soit $S_n = \{f(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} a_k z^k,$ solution de$(E_n)\}$.*

(a) *S_n est un espace vectoriel de dimension finie et si $f \in S_n$, $g \in S_n$ vérifient $f(0)g(0)f'(0)g'(0) \neq 0$ alors f et g ont le même rayon de convergence.*

(b) *Si $f \in S_n$ alors le rayon de convergence de f vaut 1.*

(c) *Pour tout $f \in S_n$, $a_{2k} = 0$ pour k suffisament grand.*

(d) *Pour tout $f \in S_n$, $a_{2k+1} = 0$ pour k suffisament grand.*

Question 26

(a) *Pour tout n, S_n est de dimension 2 et il existe une base de S_n dans laquelle un des vecteurs de bases est un polynôme.*

(b) *Pour tout n, S_n est de dimension 2 et il existe une base de S_n dans laquelle les deux vecteurs de bases sont des polynômes.*

(c) *Pour tout n, S_n est de dimension 3 et il existe une base de S_n dans laquelle un des vecteurs de bases est un polynôme.*

(d) *Pour tout n, S_n est de dimension 3 et il existe une base de S_n dans lequelle les trois vecteurs de bases sont des polynômes.*

Question 27

(a) $H_n(x) = e^{x^2} P_n(x)$ *où* P_n *est un polynôme de degré* n.

(b) $H_n(x)$ *est une fonction polynomiale paire de degré* n.

(c) $H_n(x)$ *est une fonction polynomiale impaire de degré* n.

(d) $H_n(x)$ *n'est pas une fonction polynômiale*

Question 28

(a) *La suite* $(H_n)_n$ *est orthogonale et* $< H_n, H_n >= 2^n n! \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt$.

(b) *Si* $P \in \mathbb{R}[X]$ *alors* $< P, H_n >= \int_{-\infty}^{+\infty} (-1)^n \frac{d^n}{dt^n} P(t).e^{-t^2} dt$.

(c) *Si* $P \in \mathbb{R}[X]$ *alors* $< P, H_n >= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^n}{dt^n} P(t).e^{-t^2} dt$.

(d) *Si* $P \in \mathbb{R}[X]$ *alors* $< P, H_n >$ *nest pas définie car* e^{x^2} *n'est pas intégrable sur* $\mathbb{R}$.

Question 29

(a) H_n *est solution de* E_n *et* $H_{n+1} - 2xH_n + 2nH_{n-1} = 0$.

(b) H_n *est solution de* E_n *si et seulement si* n *est pair.*

(c) H_n *est l'unique solution de* E_n.

(d) H_n *est l'unique solution non nulle de* E_n.

On suppose maintenant que la fonction w est continue positive sur I. Vérifiant $\int_a^b w(x)dx \neq 0$

Question 30

(a) *Alors il est toujours possible de construire une suite* $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *de* $\mathbb{R}[X]$ *vérifiant* $< P_i, P_j >= \delta_{i,j}$ *et* P_n *est de degré* n *(avec* $\delta_{i,j} = 1$ *si* $i = j$ *et* 0 *sinon).*

(b) *Pour pouvoir construire une telle suite il faut que* w *soit dérivable.*

(c) *On peut construire une telle suite si on suppose de plus que* w *ne s'annule pas sur* I.

(d) *On peut trouver une fonction* w *pour laquelle une telle suite de polynôme n'existe pas.*

PARTIE 5

Question 31 *Soit* f *la fonction de* $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}$ *définie par* $f(0) = 0$ *et* $f(x) = x^3 \sin \frac{1}{x}$.

(a) f *est deux fois dérivable en* 0 *car* $\left|\frac{f(x)}{x^2}\right| \leq |x|$.

(b) f *est deux fois dérivable en* 0 *car* f *admet un développement limité à l'ordre 2 en 0.*

(c) f *est une fois dérivable en* 0 *car* f *admet un développement limité à l'ordre 1 en 0.*

(d) *f ne peut admettre de développement limité à l'ordre 2 en 0 car f n'est pas deux fois dérivable en 0.*

Question 32 *Soit $f(x) = (\cos x)^{\frac{1}{x}}$ pour $x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[-\{0\}$.*

(a) *f admet en 0 le développement limité suivant $f(x) = 1 + \frac{x}{2} + o(x^2)$ et par suite f est prolongeable par continuité en 0.*

(b) $\cos(0) = 1$ *donc on peut prolonger f en 0 en posant $f(0) = 0$.*

(c) $\lim_{x\to 0} \left|\frac{1}{x}\right| = +\infty$ *donc* $\lim_{x\to 0} |f(x)| = +\infty$.

(d) *A l'aide d'un dévelopement limité de f en 0, on peut montrer que f est dérivable en 0 et que $f'(0) = -\frac{1}{2}$.*

Question 33 *Soit $f : [a, b] \to$ une fonction de classe C^1 . Posons $M = \sup_{x\in[a,b]} |f'(x)|$.*

(a) *$M < \infty$ et* $|\int_a^b f(t)dt| \leq M\frac{(b-a)^2}{2}$.

(b) *$M < \infty$ et si $f(a) = f(b) = 0$* $|\int_a^b f(t)dt| \leq M\frac{(b-a)^2}{2}$.

(c) *$M < \infty$ et* $|\int_a^b f(t)dt| \leq M\frac{(b-a)^2}{4}$.

(d) *$M < \infty$ et si $f(a) = f(b) = 0$* $|\int_a^b f(t)dt| \leq M\frac{(b-a)^2}{4}$.

Question 34 *Soit f la fonction définie pour $x < 1$ par*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} \ln\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right) & si\ 0 < x < 1 \\ 1 & si\ x = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{-x}} \arctan(\sqrt{-x}) & si\ x < 0. \end{cases}$$

(a) *f n'est pas continue en 0.*

(b) *f est continue en 0 mais elle n'est pas dérivable en 0.*

(c) *f est dérivable en 0 et $f'(0) = 3$.*

(d) *f est dérivable en 0 et admet en 0 un développement limité à l'ordre 2 donné par*

$$f(x) = 1 + \frac{x}{3} + \frac{x^2}{5} + o(x^2).$$

Soit $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1-x}$ définie pour $x \in]-1, 1[$ et soit C le cercle de centre $(-2, 2)$ passant par $(0, 0)$. On note C_f la courbe représentative de f.

Question 35 *Soit $C_i = \{(x, y) \in C,\ y \leq 2\}$*

(a) $C_i = \{(x, 2 - \sqrt{4 - 4x - x^2}),\ x \in \mathbb{R}\}$.

(b) $C_i = \{(x, 2 + \sqrt{4 - 4x - x^2}),\ x \in \mathbb{R}\}$.

(c) $C_i = \{(x, 2 - \sqrt{4 - 4x - x^2}),\ x \in [-2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2}]\}$.
(d) $C_i = \{(x, 2 + \sqrt{4 - 4x - x^2}),\ x \in [-2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2}]\}$.

Question 36 *Au voisinage de $x = 0$,*

(a) *C_f est au-dessus de C.*
(b) *C_f est au-dessous de C.*
(c) *C_f est au-dessous de C si $x > 0$ et au-dessus si $x < 0$.*
(d) *C_f est au-dessous de C si $x < 0$ et au-dessus si $x > 0$.*

PARTIE 6

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Soit $E_n = \{0, 1, \ldots, 2n\}$ et C_n (resp. D_n) l'ensemble des applications ϕ de E_n à valeurs dans $\mathbb{N}$ (resp $\mathbb{Z}$) vérifiant $\phi(0) = 0$ et $\phi(2n) = 0$ et $|\phi(x+1) - \phi(x)| = 1$ pour tout $x \in E_n$. On admettra qu'il n'y a qu'un nombre fini de fonction ϕ dans C_n et dans D_n. On notera respectivement c_n et d_n ces nombres. Par convention on posera $c_0 = d_0 = 1$.

Question 37

(a) *$c_n \leq d_n$ et $d_n = 2^n$.*
(b) *$c_n \leq d_n$ et $d_n = \frac{(2n!)}{n!n!}$.*
(c) *$c_n \geq d_n$ et $d_n = \frac{(2n!)}{n!n!}$.*
(d) *$c_n \geq d_n$ et $d_n = 2^n$.*

On admettra aussi que c_n vérifie pour $n \geq 1$ $c_n = \sum_{k=1}^{n} c_{k-1} c_{n-k}$. On pose $f(x) = \sum_{n \in \mathbb{N}} c_n x^n$, $g(x) = \sum_{n \in \mathbb{N}} d_n x^n$.

Question 38

(a) *g est une série entière de rayon de convergence $1/2$, donc f est une série entière de rayon de convergence $1/2$.*
(b) *g est une série entière de rayon de convergence $1/2$, donc f est une série entière de rayon de convergence $R \geq 1/2$.*
(c) *g est une série entière de rayon de convergence $1/4$, donc f est une série entière de rayon de convergence $1/4$.*
(d) *g est une série entière de rayon de convergence $1/4$, donc f est une série entière de rayon de convergence $R \geq 1/4$.*

Question 39 *En utilisant la relation liant les coefficient c_n, on peut montrer que pour les x pour lesquels f est bien définie on a :*

(a) *$f(x) = f^2(x)$.*
(b) *$f(x) = 1 + f^2(x)$.*

(c) $f(x) = 1 + xf^2(x)$.

(d) $f(x) = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x}$.

Question 40 *On peut montrer en utilisant le développement en série entière de f que*

(a) $c_n = \frac{d_n}{2}$

(b) $c_n = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$

(c) $c_n = d_n/n$

(d) $c_n = \frac{(2n)!}{n!n!} - \frac{(2n)!}{n!(n-1)!}$

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve optionnelle obligatoire de PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissement
7 pages de texte recto/verso

◆

CALCULATRICE AUTORISEE

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire de physique» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

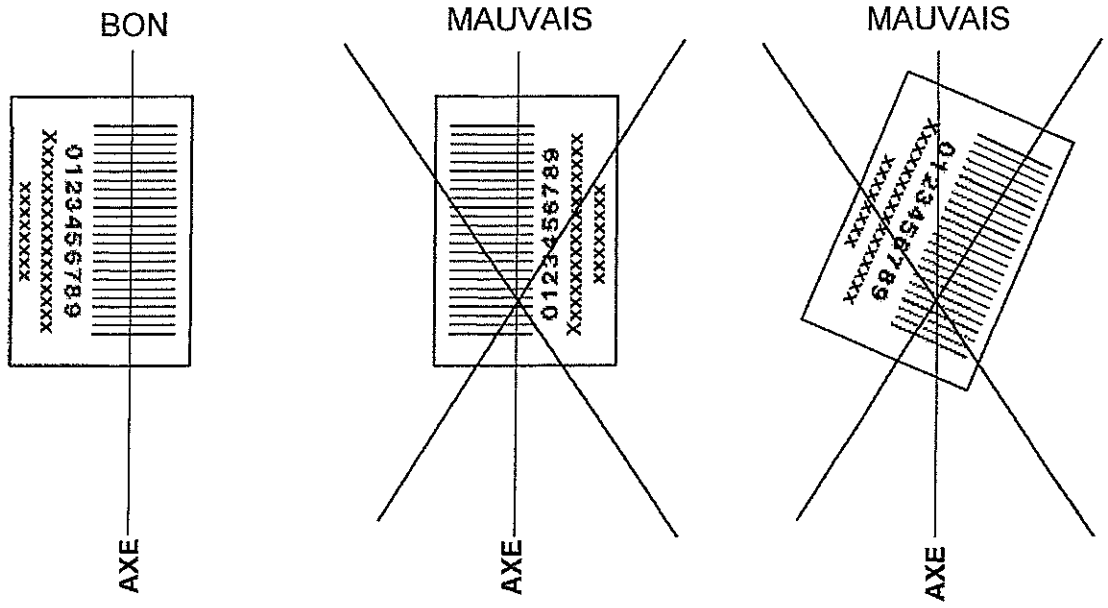
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de physique (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée avant l'énoncé du sujet lui-même.
Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.

▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.

▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne :
vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

a) $\lim_{P\to 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.

b) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.

c) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.

d) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ, la forme locale de la loi d'OHM est :

a) $\vec{j} = \dfrac{\vec{E}}{\sigma}$ b) $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ c) $\vec{E} = \sigma^2\vec{j}$ d) $\vec{j} = \sigma^2\vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

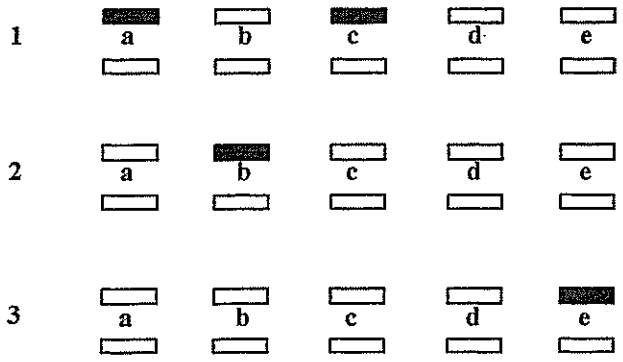
a) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.

b) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.

c) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \dfrac{T_2}{T_1}$

d) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENTS

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Nous attirons leur attention sur les points suivants :

1 - Les résultats sont arrondis en respectant les règles habituelles (il est prudent d'éviter les arrondis - ou des arrondis peu précis - sur les résultats intermédiaires).

2 - Les valeurs fausses qui sont proposées sont suffisamment différentes de la valeur exacte pour que d'éventuelles différences d'arrondi n'entraînent aucune ambiguïté sur la réponse.

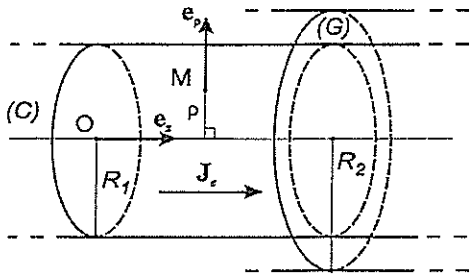
Conformément aux notations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras.

QUESTIONS LIEES

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]
[8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]
[15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]
[22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]
[29, 30, 31, 32, 33, 34]
[35, 36, 37, 38, 39, 40]

1. Un conducteur électrique cylindrique ($\mathcal{C}$), d'axe de révolution $O\mathrm{e}_z$, de rayon R_1 , d'extension infinie et de conductivité électrique γ , est parcouru par un courant volumique longitudinal uniforme et stationnaire, de vecteur densité de courant $\mathbf{J}_e = J_{e,0}\,\mathrm{e}_z$ (cf. figure ci-après). En désignant par I l'intensité du courant électrique qui traverse ($\mathcal{C}$), exprimer la puissance volumique $\mathcal{P}_J$ dissipée par effet Joule en un point M du conducteur :

A) $\mathcal{P}_J = \gamma \dfrac{I^2}{\pi^2 R_1^4}$ B) $\mathcal{P}_J = \dfrac{I^2}{\pi^2 R_1^4 \gamma}$ C) $\mathcal{P}_J = \gamma \dfrac{I^2}{4\pi^2 R_1^2}$ D) $\mathcal{P}_J = \dfrac{I^2}{4\pi^2 R_1^2 \gamma}$



2. L'énergie dissipée par effet Joule est transférée par conduction thermique jusqu'à la surface de ($\mathcal{C}$). En désignant par ρ la distance de M à l'axe $O\mathrm{e}_z$ et par e_ρ le vecteur de base radial associé au système de coordonnées cylindriques, le vecteur courant thermique s'écrit : $\mathbf{J}_u(\rho,t) = J_{u,0}(\rho,t)\mathrm{e}_\rho$. Exprimer le flux thermique sortant ϕ_1 à travers un cylindre de révolution d'axe $O\mathrm{e}_z$ de hauteur h et de rayon $\rho < R_1$:

A) $\phi_1 = \pi\rho^2 h J_{u,0}(\rho,t)$ B) $\phi_1 = \pi\rho J_{u,0}(\rho,t)$ C) $\phi_1 = 2\pi\rho J_{u,0}(\rho,t)$ D) $\phi_1 = 2\pi\rho h J_{u,0}(\rho,t)$

3. On suppose dans toute la suite de ce problème que le régime stationnaire est atteint. Déterminer $J_{u,0}(\rho)$:

A) $J_{u,0}(\rho) = \dfrac{I^2}{2\pi^2\rho^3\gamma}$ B) $J_{u,0}(\rho) = \dfrac{I^2\rho}{2\pi^2 R_1^4\gamma}$ C) $J_{u,0}(\rho) = \dfrac{I^2\gamma\rho}{2\pi^2 R_1^4}$ D) $J_{u,0}(\rho) = \dfrac{I^2\rho}{\pi^2 R_1^3\gamma}$

4. Si λ_1 désigne la conductivité thermique de ($\mathcal{C}$), déterminer le profil de température $T(\rho)$ à l'intérieur de ($\mathcal{C}$) en fonction de la température $T(0)$ sur l'axe $O\mathrm{e}_z$:

A) $T(\rho) = T(0) - \dfrac{I^2\rho^2}{4\pi^2 R_1^4\gamma\lambda_1}$ C) $T(\rho) = T(0) - \dfrac{I^2\rho^2}{2\pi^2 R_1^4\gamma\lambda_1}$

B) $T(\rho) = T(0) + \dfrac{I^2\rho^2}{4\pi^2 R_1^4\gamma\lambda_1}$ D) $T(\rho) = T(0) + \dfrac{I^2\rho^2}{\pi^2 R_1^2\gamma\lambda_1}$

5. Le conducteur ($\mathcal{C}$) est entouré d'une gaine cylindrique (G) conductrice de chaleur mais non conductrice de l'électricité, d'axe $O\mathrm{e}_z$ et de rayon $R_2 > R_1$. Déterminer le flux thermique sortant ϕ_2 à travers un cylindre de révolution d'axe $O\mathrm{e}_z$ de hauteur h et de rayon ρ compris entre R_1 et R_2 :

A) $\phi_2 = \dfrac{I^2 h}{\pi R_2^2\gamma}$ B) $\phi_2 = \dfrac{I^2 h}{2\pi R_2\gamma}$ C) $\phi_2 = \dfrac{I^2 h}{\pi R_1^2\gamma}$ D) $\phi_2 = \dfrac{I^2\gamma h}{2\pi R_1}$

6. En désignant par λ_2 la conductivité thermique de (G), déterminer la température $T(R_2)$ à la surface de la gaine en fonction de la température $T(R_1)$ à la surface de ($\mathcal{C}$) :

A) $T(R_2) = T(R_1) - \dfrac{I^2}{2\pi^2 R_1^2\gamma\lambda_2}\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)$ C) $T(R_2) = T(R_1) + \dfrac{I^2}{2\pi^2 R_2^2\gamma\lambda_2}\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)$

B) $T(R_2) = T(R_1) - \dfrac{I^2 h}{\pi R_1^2\gamma\lambda_2}(R_2 - R_1)$ D) $T(R_2) = T(R_1) + \dfrac{I^2}{2\pi^2 R_2^2\gamma\lambda_2}$

7. En introduisant la résistance électrique linéique r_l de ($\mathcal{C}$) (résistance par unité de longueur du conducteur), exprimer $T(0)$ en fonction de $T(R_2)$:

Tournez la page S.V.P.

A) $T(0) = T(R_2) + r_l I^2 \left[\frac{1}{2\pi\lambda_2} + \frac{1}{4\pi\lambda_1}\right]$

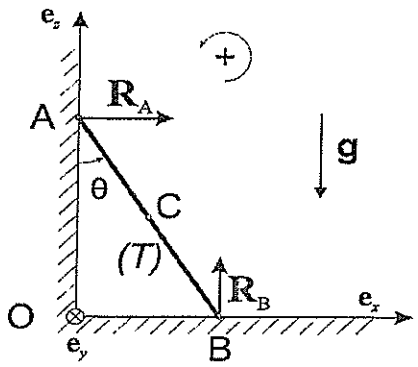
B) $T(0) = T(R_2) + r_l I^2 \left[\frac{R_1/R_2}{2\pi\lambda_2} + \frac{1}{4\pi\lambda_1}\right]$

C) $T(0) = T(R_2) - r_l I^2 \left[\frac{R_2/R_1}{2\pi\lambda_2} + \frac{1}{4\pi\lambda_1}\right]$

D) $T(0) = T(R_2) + r_l I^2 \left[\frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi\lambda_2} + \frac{1}{4\pi\lambda_1}\right]$

---

8. Dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$ supposé galiléen, muni d'un repère cartésien $(O, \mathrm{e}_x, \mathrm{e}_y, \mathrm{e}_z)$, une tige homogène (T) de masse m, de longueur $L = 30\,\mathrm{cm}$ et de centre d'inertie C, glisse sans frotter sur un bâti dans le plan $(O, \mathrm{e}_x, \mathrm{e}_z)$ comme indiqué sur la figure ci-après. On désigne par $\mathbf{R}_A$ et $\mathbf{R}_B$ les actions de contact subies par la tige respectivement aux extrémités A et B, et l'on note $\mathbf{g} = -g\mathrm{e}_z$, le champ de pesanteur terrestre ($g = 9{,}80\,\mathrm{m.s^{-2}}$). La position de la tige est repérée par l'angle orienté $\theta(t)$, qui vaut à l'instant origine $\theta(0) = \theta_0$ avec, par ailleurs, $[\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t](0) = 0$. Le moment d'inertie de (T) en C vaut $I_C = mL^2/12$.



Déterminer la vitesse $\mathbf{v}_C$ de C dans $\mathcal{R}$:

A) $\mathbf{v}_C = \frac{L\dot{\theta}}{2}(\cos\theta\,\mathrm{e}_x + \sin\theta\,\mathrm{e}_z)$

B) $\mathbf{v}_C = \frac{L\dot{\theta}}{2}(\sin\theta\,\mathrm{e}_x - \cos\theta\,\mathrm{e}_z)$

C) $\mathbf{v}_C = \frac{L\dot{\theta}}{2}(\sin\theta\,\mathrm{e}_x + \cos\theta\,\mathrm{e}_z)$

D) $\mathbf{v}_C = \frac{L\dot{\theta}}{2}(\cos\theta\,\mathrm{e}_x - \sin\theta\,\mathrm{e}_z)$

9. Exprimer l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$ de (T) dans $\mathcal{R}$ en choisissant l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur dans le plan $O, \mathrm{e}_x, \mathrm{e}_y$.

A) $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mgL\cos\theta$

B) $\mathcal{E}_m = \frac{1}{8}mL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mgL\cos\theta$

C) $\mathcal{E}_m = \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mgL\cos\theta$

D) $\mathcal{E}_m = \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mgL\sin\theta$

10. En déduire que l'équation différentielle du mouvement de (T) se met sous la forme: $\tau^2\dot{\theta}^2 = \cos\theta_0 - \cos\theta$ où τ est une durée que l'on exprimera:

A) $\tau = \left(\frac{L}{3g}\right)^{1/2}$ B) $\tau = \left(\frac{L}{g}\right)^{1/2}$ C) $\tau = \left(\frac{3L}{g}\right)^{1/2}$ D) $\tau = \left(\frac{2L}{3g}\right)^{1/2}$

11. En appliquant le théorème de la résultante cinétique (encore appelé théorème du centre de masse), déterminer $\mathbf{R}_A$ en supposant le contact en A non rompu:

A) $\mathbf{R}_A = \frac{3}{4}mg\sin\theta\,(2\cos\theta + \cos\theta_0)\mathrm{e}_x$

B) $\mathbf{R}_A = \frac{3}{4}mg\sin\theta\,(3\cos\theta - 2\cos\theta_0)\mathrm{e}_x$

C) $\mathbf{R}_A = -\frac{3}{2}mg\sin\theta\,(\cos\theta_0 - \cos\theta)\mathrm{e}_x$

D) $\mathbf{R}_A = \frac{3}{4}mg\sin\theta\,\cos\theta\,\mathrm{e}_x$

12. Exprimer $\mathbf{R}_B$:

A) $\mathrm{R}_B = \frac{mg}{4}\left(1 + 9\cos^2\theta - 6\cos\theta_0\cos\theta\right)\mathrm{e}_z$

B) $\mathrm{R}_B = \frac{mg}{4}\left(1 + 3\cos\theta\sin\theta + 2\cos\theta_0\cos\theta\right)\mathrm{e}_z$

C) $\mathrm{R}_B = \frac{3mg}{4}\left(1 + 3\sin^2\theta - 6\cos\theta_0\cos\theta\right)\mathrm{e}_z$

D) $\mathrm{R}_B = \frac{3mg}{4}\left(1 + 9\cos^2\theta - 6\cos\theta_0\cos\theta\right)\mathrm{e}_z$

13. Pour $\theta_0 = 20°$, déterminer l'angle θ_1 correspondant à la perte de contact en A de la tige avec la bâti :

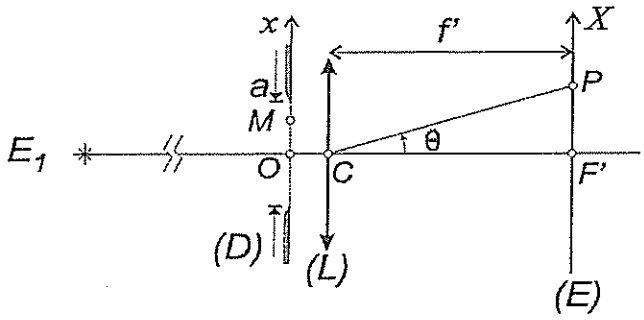
A) $\theta_1 = 71{,}3°$ B) $\theta_1 = 62{,}0°$ C) $\theta_1 = 51{,}2°$ D) $\theta_1 = 50{,}2°$

14. Que vaut alors, à cet instant de perte de contact, la composante horizontale de la vitesse de C dans $\mathcal{R}$, $v_x(\theta_1) = \mathrm{v}_C \cdot \mathrm{e}_x$?

A) $v_x(\theta_1) = 0{,}52\,\mathrm{m.s^{-1}}$ B) $v_x(\theta_1) = 0{,}78\,\mathrm{m.s^{-1}}$ C) $v_x(\theta_1) = 1{,}81\,\mathrm{m.s^{-1}}$ D) $v_x(\theta_1) = 2{,}01\,\mathrm{m.s^{-1}}$

---

15. On assimile l'objectif d'un télescope à une lentille mince convergente ($\mathcal{L}$) de centre C et de distance focale $f' = 12\,\mathrm{m}$. On modélise l'influence de la monture de l'objectif par un diaphragme ($\mathcal{D}$) en forme de fente de largeur $a = 1\,\mathrm{m}$ et d'extension infinie placée en avant de ($\mathcal{L}$) (cf. figure ci-après). On vise avec cet instrument une étoile E_1 assimilée à un objet ponctuel situé à l'infini dans la direction de l'axe optique qui émet un rayonnement supposé monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$. On observe la lumière reçue sur un écran ($\mathcal{E}$) placé dans le plan focal image de ($\mathcal{L}$).



Cocher la ou les affirmation(s) exacte(s) :

A) L'image obtenue est réelle.

B) On observe sur l'écran la figure de diffraction à l'infini de $\mathcal{D}$.

C) On observe sur l'écran l'image de $\mathcal{D}$.

D) On observe sur l'écran des aberrations chromatiques.

16. Le coefficient $\underline{\Psi}_0$ étant une constante, quelle est l'expression de l'amplitude $\underline{\Psi}(P)$ des ondes lumineuses diffractées dans la direction $\theta \ll 1\,\mathrm{rad}$ et reçues en un point P d'abscisse $X = \overline{F'P}$ de ($\mathcal{E}$)?

A) $\underline{\Psi}(P) = \underline{\Psi}_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp[-i2\pi\theta X/\lambda]\,\mathrm{d}\theta$

B) $\underline{\Psi}(P) = \underline{\Psi}_0 \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi\theta\lambda x]\,\mathrm{d}x$

C) $\underline{\Psi}(P) = \underline{\Psi}_0 \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi\theta\lambda/x]\,\mathrm{d}x$

D) $\underline{\Psi}(P) = \underline{\Psi}_0 \int_{-a/2}^{a/2} \exp[-i2\pi\theta x/\lambda]\,\mathrm{d}x$

17. On observe que l'éclairement sur ($\mathcal{E}$) s'annule aux points d'abscisses $X_k = kd$, où k est un nombre entier non nul. Déterminer d :

A) $d = 12\,\mu\mathrm{m}$ B) $d = 6\,\mu\mathrm{m}$ C) $d = 3\,\mu\mathrm{m}$ D) $d = 1\,\mu\mathrm{m}$

18. On dispose dans le plan du diaphragme ($\mathcal{D}$), une pupille de transmittance $T(x) = \cos(\pi x/a)$, où $x = \overline{OM}$ est l'abscisse d'un point M de ($\mathcal{D}$) (cf. Figure). L'amplitude $\underline{\Psi}'(P)$ des ondes lumineuses diffractées dans la direction $\theta \ll 1$ et reçues en un point P de ($\mathcal{E}$) se met sous la forme suivante :

$$\underline{\Psi}'(P) = k_1 \frac{\cos(\pi u a)}{u^2 a^2 - k_2} \quad \text{avec} \quad u = \frac{\theta}{\lambda}$$

Exprimer k_1 :

Tournez la page S.V.P.

A) $k_1 = -\frac{a}{\pi}\underline{\Psi}_0$ B) $k_1 = -\frac{a}{2\pi}\underline{\Psi}_0$ C) $k_1 = -\pi a\underline{\Psi}_0$ D) $k_1 = -2\pi a\underline{\Psi}_0$

19. Que vaut k_2 ?

A) $k_2 = \frac{1}{8}$ B) $k_2 = \frac{1}{4}$ C) $k_2 = \frac{1}{2}$ D) $k_2 = 1$

20. Que vaut alors la plus petite valeur $X_a > 0$ de l'abscisse de P pour laquelle l'éclairement sur ($\mathcal{E}$) s'annule?

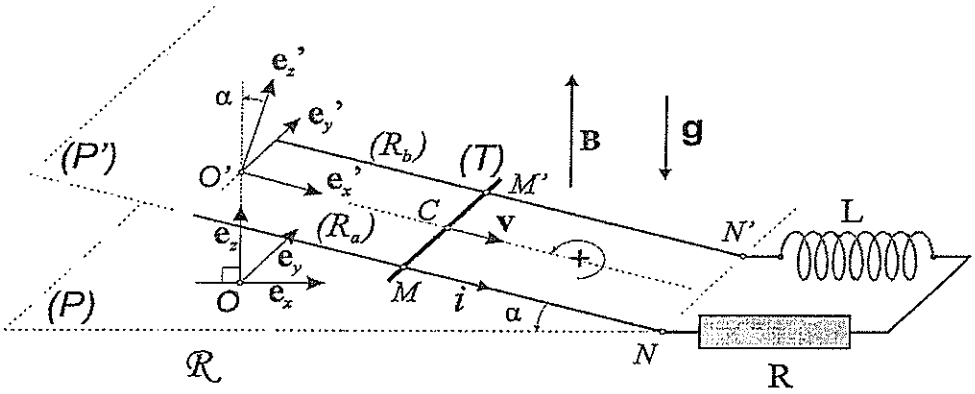
A) $X_a = 0{,}5\,\mu\text{m}$ B) $X_a = 3\,\mu\text{m}$ C) $X_a = 6\,\mu\text{m}$ D) $X_a = 9\,\mu\text{m}$

21. Exprimer, en seconde d'arc, l'angle θ_a de diffraction correspondant à la valeur précédemment calculée de X_a :

A) $\theta_a = 0{,}01''$ B) $\theta_a = 0{,}05''$ C) $\theta_a = 0{,}15''$ D) $\theta_a = 1{,}35''$

---

22. Deux rails conducteurs parallèles ($\mathcal{R}_a$) et ($\mathcal{R}_b$) de longueurs l, distants de a, sont contenus dans un plan ($\mathcal{P}' = O', \mathrm{e}'_x, \mathrm{e}'_y$) incliné d'un angle α par rapport à un plan horizontal ($\mathcal{P} = O, \mathrm{e}_x, \mathrm{e}_y$) dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$ supposé galiléen et muni d'un repère cartésien ($O, \mathrm{e}_x, \mathrm{e}_y, \mathrm{e}_z$) (voir figure ci-après). Les rails sont plongés dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\mathbf{B} = B_0\mathrm{e}_z$ et reliés en N et N' à un circuit série RL. Un barreau mobile ($\mathcal{T}$), homogène de masse m, conducteur, en translation rectiligne dans ($\mathcal{P}'$) selon la direction e'_x parallèle aux rails, glisse sans frotter en maintenant le contact électrique en M et en M'. Le circuit, ainsi fermé, est placé dans le champ de pesanteur terrestre $\mathbf{g} = -g\mathrm{e}_z$.



On note $\mathbf{v} = v(t)\mathrm{e}'_x$ la vitesse du centre d'inertie C de ($\mathcal{T}$), qui coïncide en permanence avec le milieu de MM'. Déterminer la force électromotrice induite e en adoptant comme orientation du circuit, le sens positif (+) indiqué sur la figure précédente.

A) $e = B_0 a v(t)\cos\alpha$ B) $e = -B_0 a v(t)\cos\alpha$ C) $e = 2B_0 a v(t)\sin\alpha$ D) $e = -\frac{1}{2}B_0 a v(t)\sin\alpha$

23. En désignant par $i(t)$ l'intensité du courant algébrique qui circule dans le circuit, déterminer la composante $F_{L,x'} = \mathbf{F}_L \cdot \mathrm{e}'_x$ dans le plan ($\mathcal{P}'$) de la force de Laplace $\mathbf{F}_L$ subie par ($\mathcal{T}$) :

A) $F_{L,x'} = i(t)aB_0\sin\alpha$ C) $F_{L,x'} = -i(t)aB_0\cos\alpha$

B) $F_{L,x'} = 2i(t)aB_0\sin\alpha$ D) $F_{L,x'} = -\frac{1}{2}i(t)aB_0\cos\alpha$

24. Le théorème de la résultante cinétique (encore appelé théorème du centre de masse) permet d'écrire:

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = h_1 + i(t)h_2$$

où h_1 et h_2 sont des coefficients qui s'expriment en fonction de g, α, a et B_0. Que vaut le rapport h_1/h_2 ?

A) $\frac{h_1}{h_2} = \frac{mg\cos\alpha}{aB_0}$ B) $\frac{h_1}{h_2} = -\frac{mg}{aB_0\sin\alpha}$ C) $\frac{h_1}{h_2} = -\frac{mg\tan\alpha}{aB_0}$ D) $\frac{h_1}{h_2} = \frac{mg}{aB_0\tan\alpha}$

25. L'intensité $i(t)$ obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{\tau_e}\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = \omega_0^2 i_0 \quad \text{où} \quad \tau_e = \frac{L}{R}$$

ω_0 et i_0 étant des coefficients indépendants du temps. Déterminer ω_0 :

A) $\omega_0 = \frac{aB_0\cos\alpha}{(Lm)^{1/2}}$ B) $\omega_0 = \frac{aB_0\sin\alpha}{(Lm)^{1/2}}$ C) $\omega_0 = \frac{a^2B_0^2\sin^2\alpha}{Lm}$ D) $\omega_0 = \frac{2RB_0\cos\alpha}{m}$

26. Que vaut i_0 ?

A) $i_0 = \frac{mg\tan\alpha}{B_0a}$ B) $i_0 = \frac{mg}{B_0a\tan\alpha}$ C) $i_0 = \frac{2mg\tan\alpha}{B_0a}$ D) $i_0 = \frac{mg\sin\alpha}{B_0a}$

27. À l'instant initial, $i(0) = 0$ et $(di/dt)(0) = 0$. Lorsque $R = 0$ (et $L \neq 0$), le barreau oscille à la pulsation ω_0 et sa vitesse s'exprime selon : $v(t) = v_0\sin(\omega_0 t) + \text{Cte}$. Déterminer v_0 :

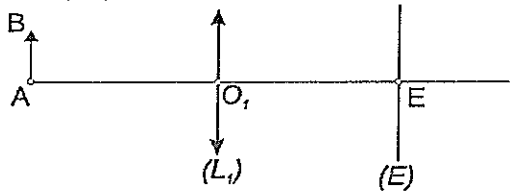
A) $v_0 = \frac{2g(mL)^{1/2}\sin\alpha}{B_0a}$ B) $v_0 = \frac{g(mL)^{1/2}\tan\alpha}{B_0a}$ C) $v_0 = \frac{g(mL)^{1/2}\tan\alpha}{4B_0a}$ D) $v_0 = \frac{g(mL)^{1/2}}{2B_0a\cos\alpha}$

28. En adoptant les mêmes conditions initiales que dans la question précédente, et si $L = 0$ (et $R \neq 0$), le courant se met sous la forme suivante : $i(t) = i_0[1 - \exp(-t/\tau)]$. Déterminer τ :

A) $\tau = 2\tau_e$ B) $\tau = \frac{mR}{a^2B_0^2}$ C) $\tau = \frac{mR}{a^2B_0^2\tan^2\alpha}$ D) $\tau = \frac{mR}{a^2B_0^2\cos^2\alpha}$

---

29. On utilise une lentille mince convergente ($\mathcal{L}_1$) de centre O_1 et de distance focale f_1' pour former l'image d'un objet réel AB sur un écran (E) placé à une distance $D = \overline{AE}$ de l'objet (Figure ci-après).



Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :
A) La distance objet écran ne doit pas excéder f_1'.
B) La distance objet écran ne doit pas excéder $4f_1'$.
C) La distance objet écran doit excéder $4f_1'$.
D) La distance objet écran peut être quelconque.

30. Le grandissement transversal de cette projection est $G_t = -2$. Que vaut $\overline{O_1E}$?

A) $\overline{O_1E} = \frac{D}{4}$ B) $\overline{O_1E} = \frac{D}{3}$ C) $\overline{O_1E} = \frac{D}{2}$ D) $\overline{O_1E} = \frac{2D}{3}$

31. On dispose entre ($\mathcal{L}_1$) et (E), une lentille mince convergente ($\mathcal{L}_2$), de centre O_2, de même axe optique que ($\mathcal{L}_1$), et de distance focale $f_2' = 4{,}00$ cm. Lorsque $\overline{O_1O_2} = 8{,}00$ cm, il se forme une image réelle $A_2'B_2'$ située à $\overline{O_2A_2'} = 3{,}68$ cm. Déterminer D :

Tournez la page S.V.P.

A) $D = 12\,\text{cm}$ B) $D = 81\,\text{cm}$ C) $D = 121\,\text{cm}$ D) $D = 169\,\text{cm}$

32. En déduire f_1' :

A) $f_1' = 18\,\text{cm}$ B) $f_1' = 16\,\text{cm}$ C) $f_1' = 8\,\text{cm}$ D) $f_1' = 4\,\text{cm}$

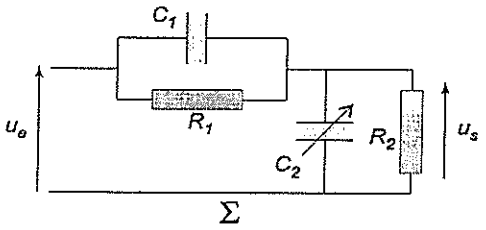
33. On s'intéresse au doublet constitué par les deux lentilles ($\mathcal{L}_1$) et ($\mathcal{L}_2$) distantes de $\overline{O_1O_2} = 8\,\text{cm}$. Déterminer la position du foyer objet F du doublet :
A) $\overline{O_1F} = -4{,}11\,\text{cm}$
B) $\overline{O_1F} = -3{,}27\,\text{cm}$
C) $\overline{O_1F} = 3{,}27\,\text{cm}$
D) $\overline{O_1F} = 5{,}14\,\text{cm}$

34. Déterminer la position du foyer image F' du même doublet :

A) $\overline{O_1F'} = 3{,}2\,\text{cm}$ B) $\overline{O_1F'} = 7{,}2\,\text{cm}$ C) $\overline{O_1F'} = 11\,\text{cm}$ D) $\overline{O_1F'} = 22\,\text{cm}$

---

35. Le système électronique Σ (figure ci-après) comporte deux résistors de résistances $R_1 = 5\,\text{k}\Omega$ et $R_2 = 10\,\text{k}\Omega$ et deux condensateurs de capacités $C_1 = 100\,\text{nF}$ et C_2 . On applique la tension d'entrée $u_e(t) = u_{e,m}\cos(\omega t)$ de fréquence $f = \omega/(2\pi)$ et on recueille en sortie, la tension $u_s(t) = u_{s,m}\cos(\omega t + \phi)$; les grandeurs $u_{e,m}$, $u_{s,m}$, ω et ϕ sont indépendantes du temps.



La fonction de transfert du filtre se met sous la forme suivante :

$$H(j\omega) = H_0 \frac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}$$

Calculer ω_1 :

A) $\omega_1 = 667\,\text{rad.s}^{-1}$ B) $\omega_1 = 1\,000\,\text{rad.s}^{-1}$ C) $\omega_1 = 2\,000\,\text{rad.s}^{-1}$ D) $\omega_1 = 3\,000\,\text{rad.s}^{-1}$

36. Exprimer ω_2 :

A) $\omega_2 = \dfrac{1}{R_2C_2}$

B) $\omega_2 = \dfrac{1}{(R_1 + R_2)(C_1 + C_2)}$

C) $\omega_2 = \dfrac{C_1 + C_2}{R_2C_1C_2}$

D) $\omega_2 = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1R_2(C_1 + C_2)}$

37. Que doit valoir C_2 afin que le gain de Σ soit indépendant de la fréquence du signal d'entrée ?

A) $C_2 = 50\,\text{nF}$ B) $C_2 = 100\,\text{nF}$ C) $C_2 = 200\,\text{nF}$ D) $C_2 = 300\,\text{nF}$

38. Calculer, pour cette valeur de C_2 , le gain G_{dB} en décibel du circuit :

A) $G_{dB} = -9{,}54\,\text{dB}$ B) $G_{dB} = -3{,}52\,\text{dB}$ C) $G_{dB} = -6{,}02\,\text{dB}$ D) $G_{dB} = 0\,\text{dB}$

39. Quelle nouvelle valeur C_2' doit prendre C_2 afin que la tension de sortie soit en retard de $15°$ sur la tension d'entrée lorsque $\omega = \omega_1$?

A) $C'_2 = 13{,}4\,\text{nF}$ B) $C'_2 = 50\,\text{nF}$ C) $C'_2 = 159{,}8\,\text{nF}$ D) $C'_2 = 200\,\text{nF}$

40. Que vaut, dans les conditions de la question précédente, le nouveau gain G'_{dB} de Σ ?

A) $G'_{dB} = -1{,}76\,\text{dB}$ B) $G'_{dB} = -3\,\text{dB}$ C) $G'_{dB} = -4{,}52\,\text{dB}$ D) $G'_{dB} = -6{,}53\,\text{dB}$

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve optionnelle obligatoire de SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

◆

ROBOT TONDEUR « AUTOMOWER »

Cette épreuve comporte 29 pages

Contenu du dossier :

- 1 page de garde
- dossier « travail demandé » : pages S1 à S14
- dossier technique : pages DT1 à DT3
- dossier réponse : pages DR1 à DR11

N.B. :

1. Sauf indication contraire, les réponses doivent être rédigées sur les feuilles réponses prévues à cet effet. Les feuilles réponses doivent être insérées dans la copie. Ne pas oublier de reporter votre n° d'inscription sur chacune d'entre elles. Il est demandé d'apporter un maximum de soin à la rédaction.

2. Le sujet comporte trois parties indépendantes. Cependant, il est fortement conseillé de respecter l'ordre établi dans le travail demandé.

3. Si le candidat constate ce qu'il pense être une anomalie dans le texte, il lui appartient de poursuivre en signalant cette anomalie sur sa copie et en prenant les initiatives qu'il juge opportunes.

4. Aucune documentation autorisée.

◆

CALCULATRICE AUTORISEE

ROBOT TONDEUR "AUTOMOWER"

L'AUTOMOWER, est un robot tondeur qui libère l'utilisateur des tâches classiques de tonte d'une pelouse :

- Coupe du gazon
- Traitement des déchets

Ce robot permet le traitement des pelouses de superficie pouvant atteindre 1500 m².
Il présente la particularité d'être complètement autonome car il est équipé d'une batterie électrique qu'il recharge de lui-même sans l'intervention de l'utilisateur.
Il tond régulièrement, quelques heures par jour, suivant les consignes programmées par le propriétaire.
Le résultat est une tonte quasi-permanente, sans ramassage des déchets de coupe, permettant ainsi de réduire l'apport d'engrais à la pelouse.
Il est équipé d'un système électronique antivol.

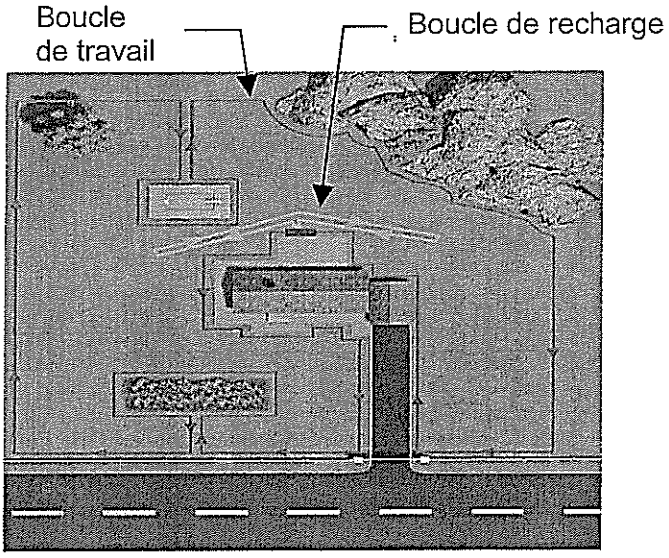
Robot AUTOMOWER

Afin d'assurer le bon fonctionnement du système, il est nécessaire d'installer 2 boucles magnétiques constituées de fils électriques enterrés. La première boucle permet de délimiter la zone de tonte, la seconde dirige le robot tondeur vers son socle de rechargement.

En cas de problèmes de fonctionnement :

- non détection de la boucle périphérique,
- non détection de la boucle de recharge,
- impossibilité de se dégager d'un recoin,
- soulèvement ou cabrage du robot en pente,

les moteurs ne sont plus alimentés, une alarme sonore se met en route et un code correspondant au problème s'affiche par allumage de diodes électroluminescentes sur l'afficheur.



Exemple de zone de tonte

PRESENTATION DU SUJET

On se propose de vérifier sur un modèle de connaissance, certaines performances techniques annoncées par le constructeur.

Le sujet comporte trois parties indépendantes :

PARTIE A : Analyse fonctionnelle

PARTIE B : Vérification des performances

PARTIE C : Etude de l'asservissement du module de coupe

DOSSIER TRAVAIL DEMANDE

PARTIE A

ANALYSE FONCTIONNELLE

Pour traiter cette partie, il est nécessaire d'avoir, auparavant consulté le dossier technique pages DT1 à DT3.
Pour le paramétrage et les données se référer à l'annexe A.

A.1- IDENTIFIER LES CONSTITUANTS DE LA CHAINE D'ENERGIE FP1.1.1

On donne sur le document réponse DR1, le diagramme FAST partiel du système.
A.1.1 Compléter ce diagramme en Indiquant les différents constituants remplissant les fonctions FP1.1.1.1 à FP1.1.1.4.

A.2- DECRIRE LE COMPORTEMENT DU ROBOT

Le comportement du système est décrit dans le dossier technique.

On définit en annexe A figure A.2 et A.3 les variables Entrées / sorties.
On impose pour la conduite du système le fonctionnement suivant :

- Le cycle de tonte démarre par l'information (**dcy**)
- Il s'achève de deux façons différentes :

1. Fin du cycle de tonte (**f_cy**) ou arrêt demandé (**ar**) par l'utilisateur.
   Dans ce cas la tonte est considérée terminée et on a un retour en état initial.

2. Présence d'un dysfonctionnement (**dys**).
   Dans ce cas la procédure automatique correspondant au dysfonctionnement est lancée (coupures moteurs, alarme). Cette procédure est décrite par le Grafcet de l'étape encapsulante A2 (voir page DR1) . L'utilisateur doit interrompre l'alarme, effectuer le dépannage (**DEP**). Le dépannage terminé, l'utilisateur signale un acquittement (**acq**), le système retourne alors en état initial.

A.2.1 Compléter le Grafcet de conduite GC ébauché sur le document réponse.

A.2.2 Compléter l'encapsulation **GAL** de l'étape encapsulante **A2**.
On prendra soin de respecter la syntaxe imposée par la norme.

A.2.3 Interpréter les symboles : AL :=1 , 0,5s/X3

A.2.4 Expliquer l'utilité du Grafcet **Gmem**.

PARTIE B

VERIFICATION DES PERFORMANCES

Pour traiter cette partie, il est nécessaire d'avoir, auparavant consulté le dossier technique pages DT2 et DT3.
Pour le paramétrage et les données se référer à l'annexe B.

ETUDE DE LA FONCTION FP1.1 : "DEPLACER LE ROBOT"

On définit sur l'annexe B page S12 les caractéristiques et le paramétrage du réducteur de roue.
On donne ci–dessous, figure 1.B, le graphe synoptique des chaînes d'énergie associées à la fonction FP1.1.

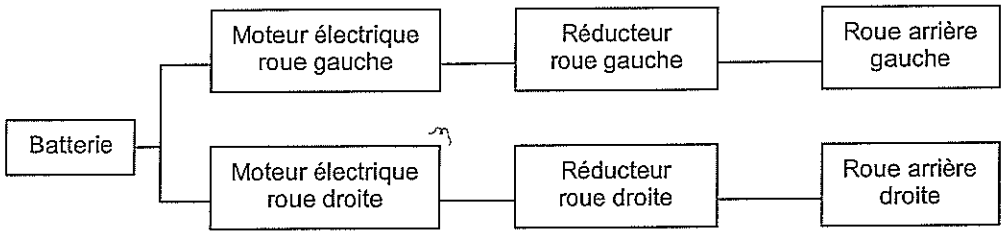


Figure 1.B : Graphe synoptique

Les deux chaînes d'énergie (roues droite et gauche) sont identiques.

B.1- Vérification de la capacité de tonte

On désire vérifier la performance annoncée par le constructeur : **capacité de tonte : 60 $m^2.h^{-1}$**

Les deux réducteurs sont des trains épicycloïdaux à trois étages.
Le premier étage de réduction est défini sur la figure 2.B, ci-contre.

B.1.1 Déterminer le rapport de transmission du premier étage $r_1 = \frac{\omega_{5/1}}{\omega_{3/1}}$,

en fonction du nombre de dents Z_i des différents pignons.
Effectuer l'application numérique.

B.1.2. En déduire l'expression littérale du rapport de transmission global du transmetteur $r_g = \frac{\omega_{2/1}}{\omega_{3/1}}$, en fonction r_1.
Effectuer l'application numérique.

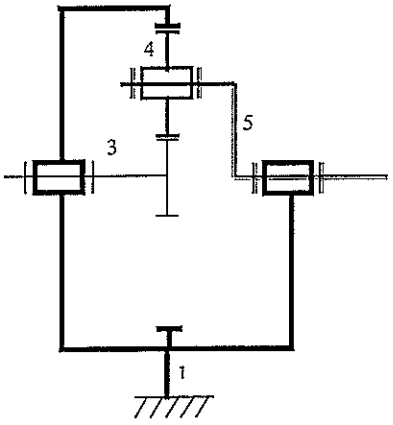


Figure 2.B :

Hypothèses et données :

- Le robot se déplace en ligne droite.
- Les roues motrices (2_d) (roue droite) et (2_g) (roue gauche) roulent sans glisser sur le sol (0) aux points A_d et A_g.

B.1.3. Etablir l'expression littérale de la vitesse de déplacement du robot par rapport au sol $\overrightarrow{V_{O1}}(1/0)$ en fonction de D_m, ω_{31} et r_g.

On donne le rapport de réduction $r_g = 0,008$

B.1.4. En supposant la vitesse de l'arbre moteur égale à la vitesse nominale donnée dans le dossier technique, calculer la valeur numérique de la vitesse de déplacement.

Hypothèses et données :

- On suppose un terrain carré de côté $a = 39m$.
- On néglige le temps de changement de direction.
- On suppose la vitesse de déplacement constante et égale à la vitesse nominale V=0,4 m/s
- A l'instant t=0 on suppose la batterie chargée complètement
- La trajectoire est optimale suivant le modèle donné figure 3.B. Le robot effectue des aller-retour équidistants pratiquement de la largeur de coupe.
- Autonomie de travail moyenne 2h, pour un temps de recharge de 2h.

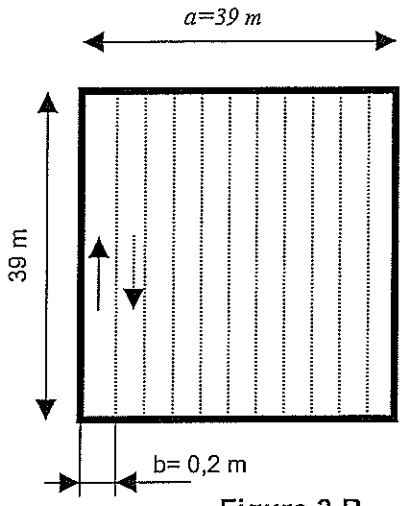


Figure 3.B

B.1.5. Calculer le temps T_{tonte} nécessaire pour tondre ce terrain.

En déduire N_{tonte} le nombre de m² tondus par heure.

Comparer ce résultat avec celui annoncé dans la documentation technique page DT1 et conclure sur la validation des performances annoncées par le constructeur en prenant en compte les hypothèses de calcul.

On poursuit l'étude en analysant les changements de direction.
Un changement de direction est obtenu en imposant aux roues motrices droite et gauche des fréquences de rotation différentes.

On se propose d'étudier l'optimisation de cette solution au regard :

- Du **temps** de changement de direction.
- De **l'espace** nécessaire pour un changement de direction.

Hypothèses et données :

- Paramétrage voir annexe pages S12 et S13
- On étudie un virage à gauche $(\theta > 0)$.
- On rappelle l'hypothèse de roulement sans glissement des roues par rapport au sol.
- Le sol est un plan horizontal de normale $\vec{y}_0$.
- Les vitesses de rotation des roues ω_d et ω_g sont constantes.

<u>Etude du Critère « espace » pour un changement de direction</u>

B.1.6. Enoncer la condition pour que dans un mouvement entre deux solides, il existe un centre instantané de rotation (CIR).
Analyser le mouvement de 1 / 0 et en déduire l'existence d'un CIR que l'on notera I_{10}.

On définit le rayon du virage par la grandeur $\rho = O_1 I_{10}$ et on se propose de déterminer la position du CIR, I_{10}.

B.1.7. Etablir l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}_{Qd}(1/0)$ en fonction de (D_m, ω_d). dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. De même établir l'expression littérale de $\vec{V}_{Qg}(1/0)$ en fonction de (D_m, ω_g).

B.1.8. Pour la cas particulier $\omega_d = 2\omega_g$, tracer sur la figure incomplète, le vecteur $\vec{V}_{Qd}(1/0)$.

B.1.9. Construire le CIR I_{10}. Justifier succinctement la construction.
En déduire la valeur du rayon de virage ρ en fonction de L.

On se place à présent dans le cas particulier qui est celui retenu pour la solution du robot c'est-à-dire : $\omega_d = -\omega_g \quad avec \quad \omega_d > 0$.

B.1.10. Par une méthode au choix identifier la position du CIR I_{10} et en déduire la valeur du rayon de virage ρ.
Que peut-on penser de la solution retenue au regard du critère « **espace** » ?

<u>Etude du Critère « temps » pour un changement de direction</u>

On se propose de comparer le temps nécessaire pour virer d'un angle θ dans les deux cas :

1. $\omega_d = -\omega_g = Cte$
2. $\|\omega_d\| \neq \|\omega_g\|$ les vitesses sont constantes et de signes opposés.

<u>Etude Cas 1</u>

B.1.11. En exploitant les résultats de l'étude précédente donner l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}_{Qd}(1/0)$ en fonction de $(L, \dot{\theta})$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

B.1.12. En exploitant les résultats de la question B.1.7, donner l'expression $\dot{\theta}(D_m, L, \omega_d)$

On suppose à l'instant : $t = 0$; $\theta(0) = 0$ et on note t_V, la durée pour virer d'un angle θ_V.

B.1.13. Etablir l'expression littérale du temps $t_V(\theta_V, \omega_d, L, D_m)$ pour virer d'un angle θ_V.

<u>Etude Cas 2</u>

B.1.14. Compléter la figure dans le plan $(O_1, \vec{z}_1, \vec{x}_1)$ en portant de manière qualitative :

- Les vitesses $\vec{V}_{Qd}(1/0)$ et $\vec{V}_{Qg}(1/0)$ (de normes arbitraires, mais correspondant en signe à un virage à gauche d'angle θ)
- Le point : I_{10}

B.1.15. Déduire de la question précédente l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}_{Qd}(1/0)$ en fonction de $(L, \dot{\theta}, \rho)$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.
De même, donner l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}_{Qg}(1/0)$ en fonction de $(L, \dot{\theta}, \rho)$

B.1.16. A partir des relations établies dans la question B.1.7 et B.1.15, établir l'expression littérale $\dot{\theta}(D_m, L, \omega_d, \omega_g)$.

B.1.17. Calculer l'expression littérale du temps $t_V(\theta_V, \omega_d, \omega_g, L, D_m)$ pour virer d'un angle θ_V.

B.1.18. Comparer les temps de virage dans les deux cas d'étude et conclure sur le choix du constructeur.

On donne :
Les fréquences de rotation des roues droite et gauche, $N = 30,4 tr/mn$ et de sens de rotation opposés.

B.1.19. Calculer numériquement le temps mis pour faire un demi-tour dans le cas de la solution retenue par le constructeur. Ce temps est –il négligeable dans le cas de tonte de la question B.1.5 ?

B.2- Vérification du déplacement dans une pente

L'objet de l'étude est de vérifier les performances annoncées pour la montée de pentes $\leq 15°$
Pour cette étude on consultera le paramétrage donné en annexe B pages S13 et S14.

Etude du basculement sur une rampe inclinée

- Le robot est placé sur un plan incliné d'angle d'inclinaison α.
- Les moteurs ne sont pas alimentés.
- On fait l'hypothèse de problème plan dans le plan $(O_1, \vec{z}_0, \vec{y}_0)$.
- Le contact roue motrice / sol est avec frottement de facteur de frottement $f = \tan\varphi$
- Les roues folles sont en liaison pivot parfaite par rapport au châssis 1.
- La masse des roues folles est négligée.
- Le contact roue folle / sol est avec frottement de facteur de frottement $f = \tan\varphi$

B.2.1. Procéder à l'isolement d'une roue folle et par application du Principe Fondamental de la Statique (PFS) montrer que l'action du sol sur la roue est de la forme : $T_B(0 \to 3) = {}_B\begin{cases} \vec{F}_{03} = F_{03}.\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{cases}$

B.2.2. Isoler le robot tondeur. et par application du PFS établir l'expression littérale de l'angle limite d'inclinaison $\alpha_{bas}(z_G, y_G)$ pour lequel il ne peut y avoir basculement au repos.
Effectuer l'application numérique et conclure au regard des performances énoncées.

Etude du déplacement sur une rampe inclinée

Hypothèses et données

- Le robot se déplace en ligne droite avec une vitesse d'ascension constante V = 0,4m/s, ainsi les moteurs de roue sont supposés tourner à vitesses constantes et identiques.
- On a roulement sans glissement des roues sur la rampe inclinée.
- Le moteur de coupe n'est pas alimenté.
- Rendement du réducteur : $\eta_R = 0,6$; rapport de réduction $r_g = 0,008$
- L'angle d'inclinaison est $\alpha = 15°$ (voir annexe B figure B3)
- Les liaisons rotor moteur/châssis et roues/châssis sont, toutes, supposées parfaites.

On note :

- $m = 7,1kg$ la masse totale du robot.
- $g = 9,81m/s^2$ l'accélération de la pesanteur.

On reconduit les autres hypothèses précédentes.

L'objectif de cette étude est une vérification de la puissance de motorisation des roues.

B.2.3. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique et par son application établir l'expression littérale de la puissance d'un moteur de roue $P_m(m, g, V, \alpha, \eta_R)$

B.2.4. Effectuer l'application numérique et comparer le résultat obtenu avec la puissance nominale des moteurs de roues .
Expliquer, compte tenu des hypothèses, quel peut être le comportement du robot dans une telle situation.

Etude du déplacement sur un terrain pentu

Hypothèses et données

On reconduit les hypothèses précédentes mais on change la nature du contact roue / sol.

L'objectif de cette étude est une vérification de la motorisation des roues lorsque le robot subit une résistance au roulement du sol sur les roues.

On donne page S13 en annexe B, figure B4 une modélisation de l'action du sol sur les roues motrices.
Remarque : étant donné l'hypothèse de problème plan, le torseur représente l'action sur les deux roues.

On utilisera dans ce qui suit la conclusion de la question B.2.1
B.2.5. Démontrer que l'expression littérale de la puissance d'un moteur est :

$$P_m = \frac{D_m.m.g.\sin\alpha - 2M_r}{2D_m.\eta_R}V$$

On donne : $M_r = -0,5N.m$
B.2.6. Effectuer l'application numérique et comparer le résultat obtenu avec la puissance nominale des moteurs de roues. Commenter le résultat.

B.2.7. Effectuer l'application numérique dans le cas d'un terrain horizontal et commenter le résultat.

Etude de la tonte sur un terrain pentu

Le robot est dans la situation de l'étude précédente et procède à la tonte du gazon.

Hypothèses et données

- On reprend les hypothèses de l'étude précédente
- L'action de l'herbe sur l'outil de coupe est définie en annexe B page S14 .

B.2.8. Donner l'expression littérale du torseur cinématique $\mathcal{V}_C(outil/sol) = {}_C\begin{Bmatrix}\vec{\Omega}(4/0)\\ \vec{V}_C(4/0)\end{Bmatrix}$ dans la base $(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ en fonction de V *et* ω_C.

B.2.9. Montrer que la puissance de coupe a pour expression : $P_{coupe} = F_C.V + M_C.\omega_C$.

Cette puissance est la somme de deux termes : $P_{coupe} = P_{FC} + P_{MC}$
B.2.10. Indiquer pour chaque terme, le moteur sollicité.

A partir d'une expérimentation on obtient : ${}_C\begin{cases}\vec{F}_C = -4.\vec{z}_1 \ (N)\\ \vec{M}_C = -0,05.\vec{y}_1 \ (N.m)\end{cases}$

B.2.11. Reprendre le résultat de la question B.2.6 en tenant compte de l'influence des actions de la coupe.

Le moteur de coupe est supposé être utilisé à sa vitesse nominale.
B.2.12. Calculer la puissance nécessaire pour la coupe et conclure sur le choix du moteur d'un point de vue puissance.

PARTIE C

ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DU MODULE DE COUPE

Pour traiter cette partie, il est nécessaire d'avoir, auparavant consulté le dossier technique pages DT2 et DT3 et l'annexe C page S14.

Le moteur utilisé pour la coupe de l'herbe est un moteur à courant continu à aimants permanents.

La vitesse de rotation doit être adaptée à la densité de l'herbe à tondre. En effet il est nécessaire de diminuer la vitesse de coupe lorsque le couple nécessaire augmente.

Ainsi le module de coupe comporte une boucle de courant.

C.1. Expliquer pourquoi une boucle de courant permet de mesurer le couple exercé par l'herbe sur l'outil? Une boucle de courant peut-elle avoir éventuellement une autre fonction ?

On donne en annexe C, les équations électriques et mécaniques du moteur, ainsi que ses données techniques page DT3 du dossier technique.

Notations et hypothèses :

- A une fonction f(t) dans le domaine temporel on fera correspondre la notation F(p) dans le domaine de LAPLACE.
- On suppose les conditions initiales nulles.
- Le couple de frottement sec sur l'arbre moteur est noté C_{rm} (valeur algébrique)

C.2. Appliquer la transformation de Laplace aux quatre équations temporelles.

C.3. Compléter le schéma bloc fonctionnel du moteur. On prendra soin de noter en entrée et en sortie de chaque bloc les différentes variables et leur unité.

On étudie à présent le module de coupe qui comporte le moteur + l'outil de coupe.
On note :

- J_C le moment d'inertie de l'outil (plateau + axe + 3 lames).
- C_C le moment exercé par l'herbe sur l'axe du rotor du moteur (valeur algébrique).

On néglige le couple de frottement sec sur le rotor moteur que l'on supposera nul $C_{rm} = 0$

C.4. Ecrire, à présent, les équations électriques et mécaniques dans le domaine de LAPLACE de l'ensemble moteur + outil soumis à l'action de coupe.

C.5. Compléter le schéma bloc fonctionnel correspondant à ces équations.

On donne en annexe B page S14, un modèle simplifié de l'outil.

C.6. Etablir l'expression littérale $J_C(m_{41}, m_{42}, m_{43}, R_{41}, R_{42})$ et effectuer l'application numérique.

Quelle que soit la valeur trouvée on retiendra pour la suite de l'étude $J_C = 0,002 kg.m^2$

C.7. Montrer que $\Omega_m(p)$ peut s'écrire sous la forme : $\Omega_m(p) = H_U(p).\ U_m(p) + H_C(p).\ C_C(p)$

Etablir les expressions littérales de $H_U(p)$ *et* $H_C(p)$.

On étudie le système avec $C_C = 0$

C.8. Etablir l'expression littérale $H_{IU}(p) = \dfrac{I_m(p)}{U_m p)}$ en fonction de $(J_m, J_C, R, L, K_E, K_C, p)$

$H_{IU}(p)$ sera exprimée sous la forme canonique : $H_{IU}(p) = \dfrac{k_1.p}{1+k_2.p+k_3.p^2}$

Effectuer l'application numérique.

On donne la réponse $i_m(t)$ à un échelon d'amplitude 12Volts.

C.9. Procéder à l'analyse de la réponse et justifier d'un point de vue des caractéristiques techniques du moteur l'existence d'une boucle de courant.

Hypothèses et données

- Dans la suite de l'étude on prend en compte la boucle de courant.
- Le système est modélisé par le schéma bloc figure C1 en annexe C.
- *C(p)* est la fonction de transfert du correcteur.
- K_H est un gain pur associé à un hacheur.
- K_I est le gain pur associé au capteur de courant.

On procède à l'étude de la boucle de courant figure 1.C ci-après.

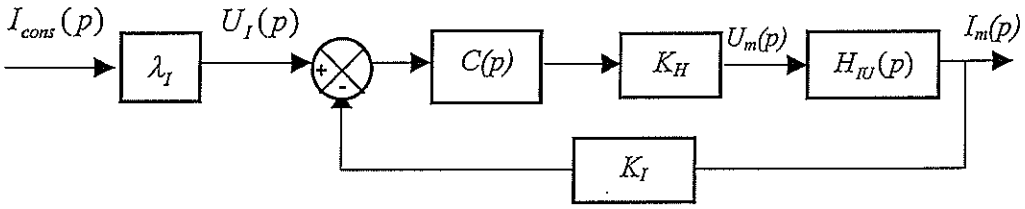


Figure 1.C

C.10. Donner la relation entre λ_I et K_I pour avoir un fonctionnement correct de la boucle .

C.11. Etablir l'expression littérale de la fonction $H_I(p,k_1,k_2,k_3,K_H,K_I,C(p)) = \dfrac{I_m(p)}{I_{cons}(p)}$, en retenant la relation de la question C.10.

On poursuit l'étude sur le schéma bloc de la figure 2.C

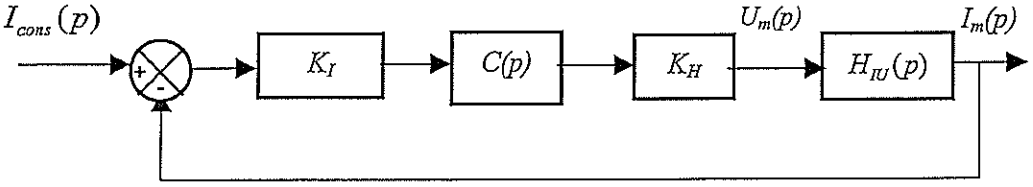


Figure 2.C

On suppose que le correcteur a une fonction *C(p)* correspondant à un gain pur.

C.12. Etablir l'expression littérale de $H_1(p) = \dfrac{U_m(p)}{I_{cons}(p) - I_m(p)}$. en fonction de $(K_I, K_H, C(p))$

A quel instant (avec des conditions initiales nulles) l'expression $i_{cons}(t) - i_m(t)$ est-elle maximale ?

Données

- $K_I = 0{,}1V/A$
- $C(p) = 1$ et $K_H = 24$

C.13. Le moteur étant alimenté par une tension maximale de 12V, en déduire la valeur maximale de la consigne $(I_{cons})_{Maxi}$. Commenter le résultat obtenu compte tenu du moteur choisi.

On donne l'expression de la fonction $H_{IU}(p) = \dfrac{2p}{1+1,03p+4.10^{-5}p^2}$

On applique en entrée de la boucle un échelon d'amplitude $(I_{cons})_{Maxi}$.

C.14. Donner l'expression de l'erreur statique de position ε en fonction de $(I_{cons})_{Maxi}$. Que peut-on penser du résultat ?

Compte tenu de l'étude précédente on décide de choisir un correcteur de fonction $C(p) = \dfrac{K(1+\tau.p)}{p}$.

C.15. Quel est le type du correcteur choisi ?

On donne $\tau = 0,01s$

C.16. Donner la nouvelle expression de l'erreur statique en fonction de $(I_{cons})_{Maxi}$ et de K.

Le cahier des charges de la boucle de courant impose une erreur statique de position $\leq 1\%$

C.17. Calculer la valeur de K permettant de vérifier cette condition.

ANNEXE. A PRESENTATION FONCTIONNELLE

DIAGRAMME DES INTER-ACTEURS

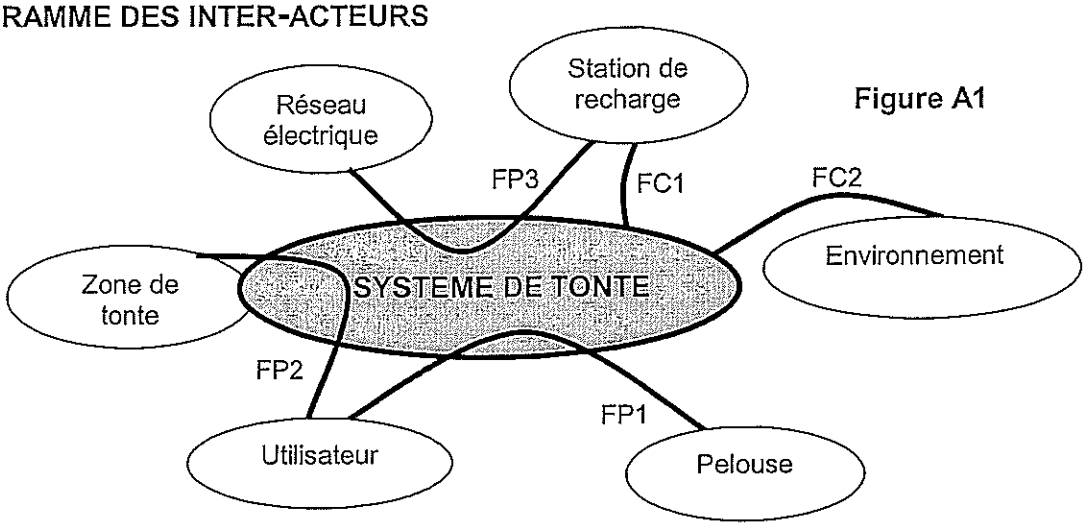


Figure A1

Fonction	Description
FP1	Tondre la pelouse pour l'utilisateur
FP2	Permettre à l'utilisateur de délimiter la zone de tonte
FP3	Permettre le raccordement de la station de recharge au réseau électrique
FC1	Recharger la batterie
FC2	Assurer la tonte malgré les divers types d'obstacles

GRAFCETS : VARIABLES ENTREES / SORTIES

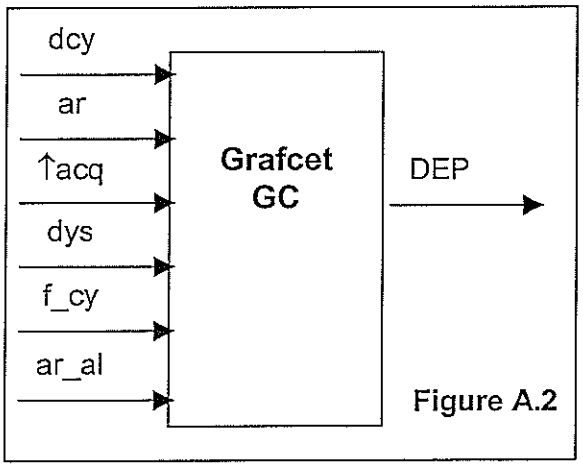


Figure A.2

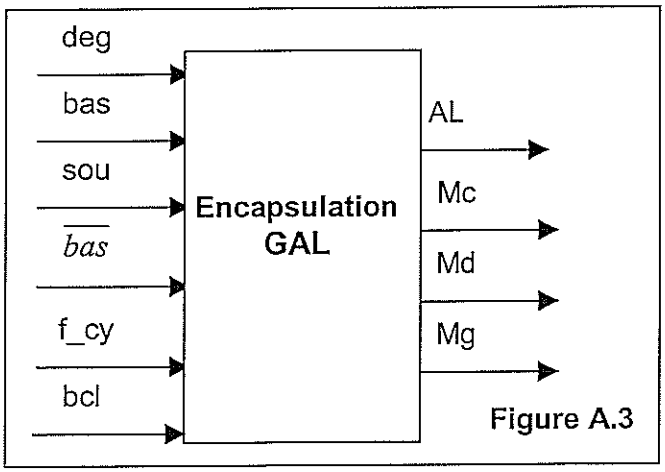


Figure A.3

Variables d'entrée	Description	Variables d'entrée	Description
deg	Impossibilité de se dégager	dcy	Départ cycle
bas	Basculement du robot	ar	Arrêt demandé
sou	Soulèvement du robot	acq	Acquit
f_cy	Fin cycle tonte	dys	Présence dysfonctionnement
bcl	Défaut boucles magnétiques	ar_al	Alarme arrêtée

ANNEXE. B PARAMETRAGE ET NOTATIONS

Réducteur de la transmission d'une roue

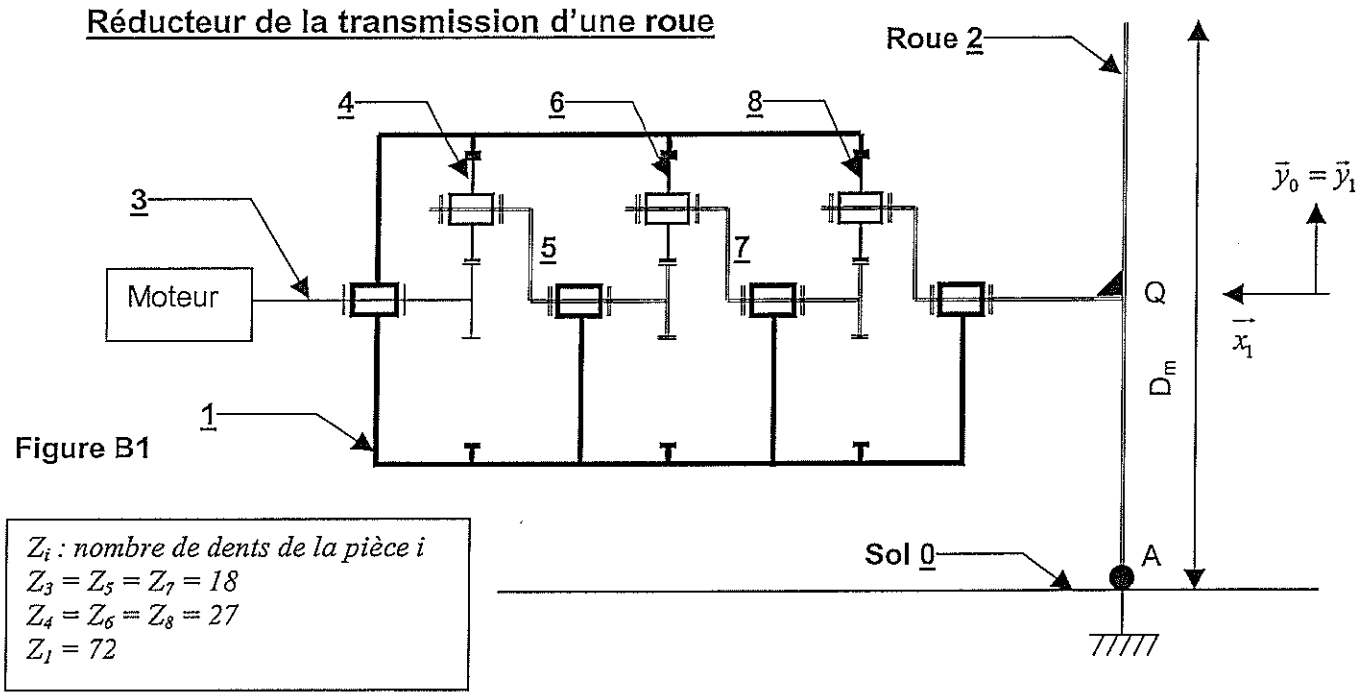


Figure B1

Z_i : *nombre de dents de la pièce i*
$Z_3 = Z_5 = Z_7 = 18$
$Z_4 = Z_6 = Z_8 = 27$
$Z_1 = 72$

Remarque : Les repères R0 et R1 sont représentés dans le cas d'une pente d'inclinaison nulle $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$

Paramétrage géométrique

- Diamètre des roues arrières motrices : $D_m = 248mm$
- Diamètre des roues "folles" : $D_f = 80mm$
- Contact des roues motrices sur le sol aux points A_d et A_g

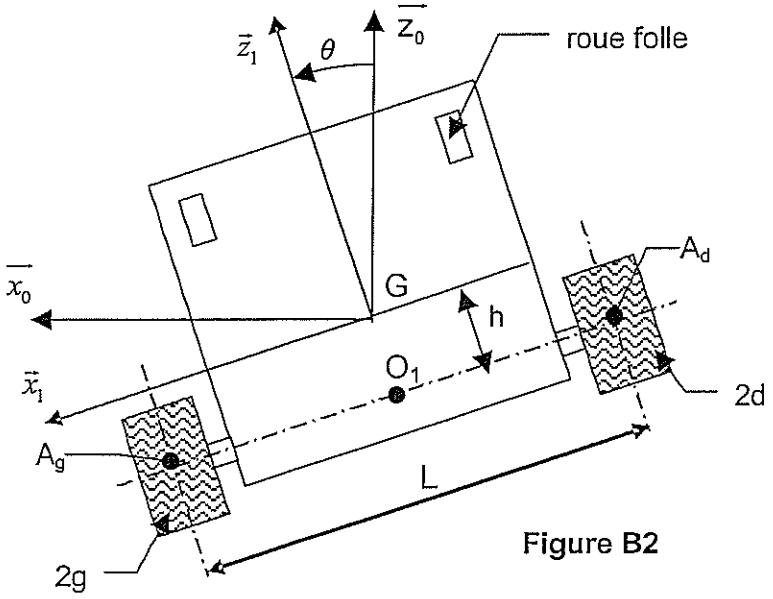


Figure B2

Vue de dessus du robot sur le sol

- $\overrightarrow{O_1A_d} = \overrightarrow{O_1Q_d} + \overrightarrow{Q_dA_d} = -\frac{L}{2}.\vec{x}_1 - \frac{D_m}{2}\vec{y}_1$

Le point $Q_d \in$ à l'axe de la roue

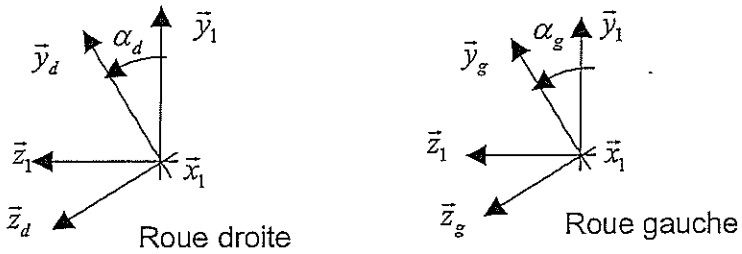
- $\overrightarrow{O_1A_g} = \overrightarrow{O_1Q_g} + \overrightarrow{Q_gA_g} = \frac{L}{2}.\vec{x}_1 - \frac{D_m}{2}\vec{y}_1$
- $\overrightarrow{O_1G} = h.\vec{z}_1$
- $\vec{\omega}(i/j)$ le vecteur rotation de i/j
- $\omega(2_d/1) = \omega_d$ *et* $\omega(2_g/1) = \omega_g$

sont les vitesses de rotation des roues droite et gauche par rapport au châssis

- $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$

Données :
$L = 490mm$; $h = 70mm$

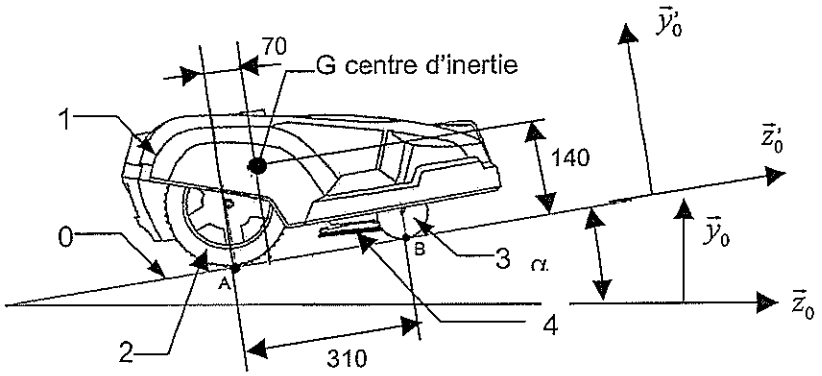
Paramétrage des roues motrices / châssis

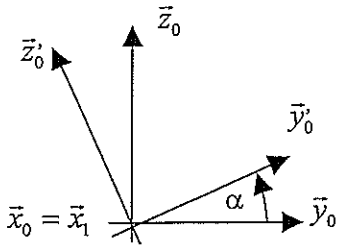


- $\vec{\omega}(2_d/1) = \vec{\omega}_d$
- $\vec{\omega}(2_g/1) = \vec{\omega}_g$
- $(\vec{y}_1, \vec{y}_d) = (\vec{z}_d, \vec{z}_1) = \alpha_d$
- $(\vec{y}_1, \vec{y}_g) = (\vec{z}_g, \vec{z}_1) = \alpha_g$

Modèle de calcul d'étude du basculement

Figure B3





$\overrightarrow{AG} = \vec{z}_G.\vec{z}_0' + y_G.\vec{y}_0'$

$Z_G = 70mm$; $Y_G = 140mm$

$\alpha = \left\|(\vec{z}_0, \vec{z}_0')\right\| = \left\|(\vec{y}_0, \vec{y}_0')\right\|$

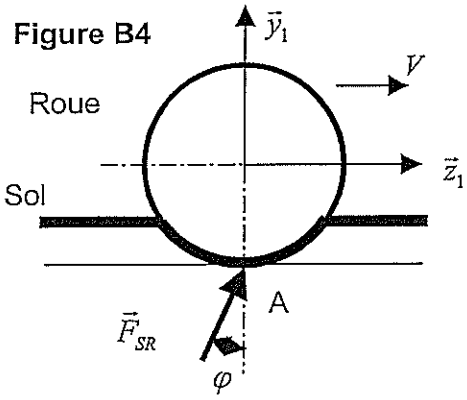
$\overrightarrow{AB} = a.\vec{z}_0'$; $a = 310mm$

masse du robot : m =7,1kg

Modèle de calcul de l'action Sol → Roue

Le contact sol/roue est assimilé à un contact ponctuel avec roulement sans glissement auquel on superpose un moment de résistance au roulement M_r qui s'oppose au déplacement du robot.

Figure B4



Modèle de contact

- $f = tan\ \varphi = 0,35$: facteur de frottement sol/roue
- *Action du sol → roues :* (sur les roues)

$$T_A(Sol \rightarrow Roues) = \begin{cases} \vec{F}_{SR} \\ \overline{M}_A(S \rightarrow R) = M_r.\vec{x}_1 \end{cases}_A$$

Nota :
V est la vitesse de déplacement robot / sol
V et M_r sont de signes opposés.

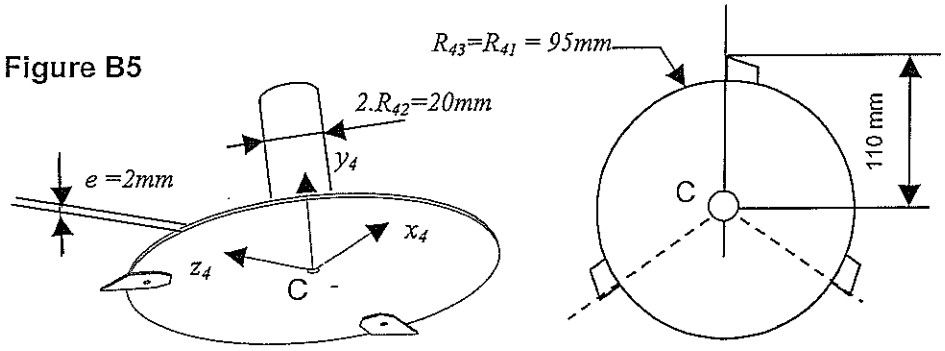
Modélisation du module de coupe

L'outil (4) est globalement constitué :

- d'un plateau ayant la forme d'un disque de rayon $R_{41} = 95mm$, *de masse* $m_{41} = 350g$
- d'un axe d'entraînement, modélisé par un cylindre de rayon $R_{42} = 10mm$, *de masse* $m_{42} = 120g$
- de trois lames coupantes escamotables réparties à 120°. chaque lame est modélisée par une masse $m_{43} = 15g$ concentrée en un point situé à une distance $R_{43} = 95mm$ de l'axe de rotation.

Le moteur de coupe entraîne directement l'outil.

Figure B5



L'action de l'herbe sur l'outil est définie par : $T_C\left(herbe \rightarrow outil\right) = {}_C\begin{cases}\vec{F}_C = F_C.\vec{z}_1 \\ \vec{M}_C = M_C\vec{y}_1\end{cases}$

Nota :

- L'effort de coupe F_C et la vitesse V de déplacement sont de signes opposés.
- Le moment de coupe M_C et la vitesse de rotation du moteur de coupe ω_C sont de signes opposés.

ANNEXE. C COMMANDE DU MODULE DE COUPE

Modélisation du moteur : Equations temporelles électriques et mécaniques :

Paramétrage du moteur	
Puissance	P_m
Tension d'alimentation	U_m
Constante de couple	K_C
Constante de F.C.E.M	K_E
Résistance d'induit	R
Inductance d'induit	L
Inertie du moteur	J_m
Constante de temps mécanique	τ_m
Vitesse angulaire du moteur	ω_m
Couple moteur	C_m
Couple de frottements secs	C_{rm}

$$u_m(t) = e(t) + R\, i_m(t) + L\frac{di_m(t)}{dt} \qquad (1)$$

$$e(t) = K_E \,.\, \omega_m(t) \qquad (2)$$

$$C_m(t) = K_C \,.\, i_m(t) \qquad (3)$$

$$C_m(t) + C_{rm}(t) = J_m \,.\, \frac{d\omega_m(t)}{dt} \qquad (4)$$

remarque :

Les frottements visqueux sont supposés nuls.

Schéma bloc du système de coupe avec boucle de courant

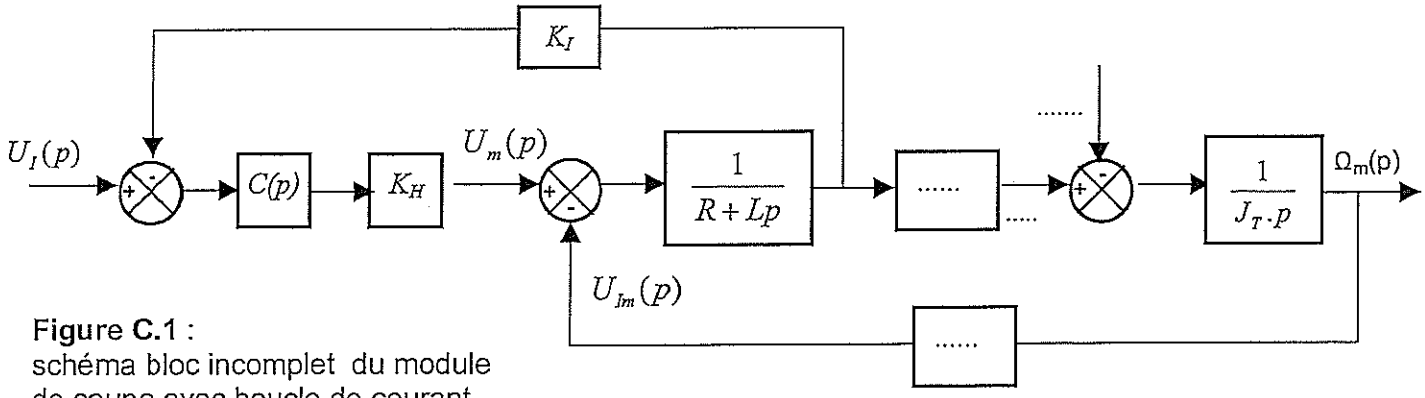


Figure C.1 :
schéma bloc incomplet du module de coupe avec boucle de courant.

DOSSIER TECHNIQUE

1- CARACTERISTIQUES GENERALES DU SYSTEME

- Capacité de tonte maximale :1500 m^2
- Largeur de coupe : 200 mm
- Vitesse d'avance : 0,4 $m.s^{-1}$
- Surface moyenne de tonte : 60 $m^2.h^{-1}$
- Autonomie moyenne : 2h de tonte pour 2h de recharge
- Masse : 7,1 kg

2- PRINCIPAUX CONSTITUANTS DU SYSTEME

- Le robot tondeur
- Une station de recharge de batterie
- Un fil permettant de délimiter la zone de tonte
- Un fil permettant de délimiter la zone de recharge

3- DESCRIPTION DU FONCTIONNEMENT

Avant l'utilisation effective du robot, un clavier permet de définir différents paramètres tels que les cycles de tonte ou un code antivol.
Le déplacement du robot tondeur est géré par un programme interne qui prend en compte les différentes situations décrites ci-après :

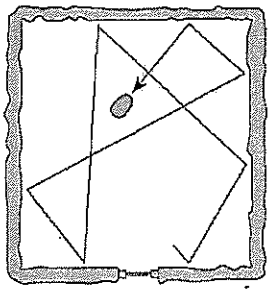


Figure DT 1

Tonte normale :lorsque le robot rencontre la boucle périphérique, il "rebondit" suivant un angle aléatoire et la tonte se poursuit. Un certain trajet ne se répète jamais. Ainsi, la pelouse est tondue uniformément sans que des traces soient laissées derrière la tondeuse.
Lorsque la batterie atteint 50% de sa capacité, le moteur de coupe s'arrête et le robot rejoint sa station de recharge.

Tonte avec rencontre d'un obstacle à l'avancement : à la rencontre d'un obstacle "rigide" (arbres, ...) La carrosserie subit un léger mouvement par rapport au châssis. Des détecteurs informent le calculateur qui programme alors, un court recul, suivi d'un changement aléatoire de direction du robot. Il repart ensuite en droite ligne et poursuit sa tonte.

Tonte d'une pente trop importante : si le robot se trouve sur une pente trop importante, pouvant entraîner un patinage des roues motrices, il effectue un pivotement sur lui-même de 180° et repart en sens inverse.
La pente maximum définie au départ d'usine est de 15°. Il est possible de l'augmenter pour adapter le robot à la configuration du terrain, il faut dans ce cas là, rajouter des masses pour éviter le cabrage.
Un capteur d'inclinaison permet de connaitre la position du robot par rapport à un plan horizontal.

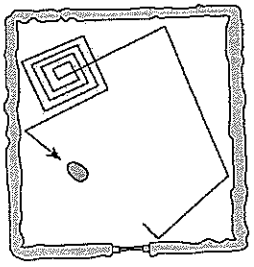


Figure DT 2

Tonte d'une zone d'herbe très dense : lorsque l'herbe est très dense donc difficile à tondre, le couple résistant augmente sur le moteur de coupe. On démarre, alors, un cycle de déplacement en spirale jusqu'à s'être assuré que la partie de pelouse concernée a bien été complètement coupée.

Sécurité : le robot prend en compte différentes situations critiques :

- Impossibilité de se dégager
- Basculement dans une pente (voir « Tonte d'une pente trop importante »)
- Soulèvement
- Impossibilité de trouver les boucles magnétiques.

Dans ces cas il adopte un comportement adéquat :

1- Impossibilité de se dégager, soulèvement, impossibilité de trouver les boucles magnétiques : dans ces situations les moteurs ne sont plus alimentés et une alarme est déclenchée.
Pour la remise en route, il est nécessaire de supprimer le dysfonctionnement, d'interrompre l'alarme et ensuite d'appuyer sur un bouton « d'acquit » pour retourner en état initial.

2- Basculement
Le robot essaie de faire un demi tour pour retrouver une position de travail. en cas d'échec au bout d'un temps t_b il adopte le comportement décrit ci-dessus.

4- DESCRIPTION DU ROBOT

Déplacement

Le déplacement du robot est assuré par deux roues motrices situées à l'arrière. Chaque roue est entraînée indépendamment de l'autre par un moteur électrique et un réducteur.

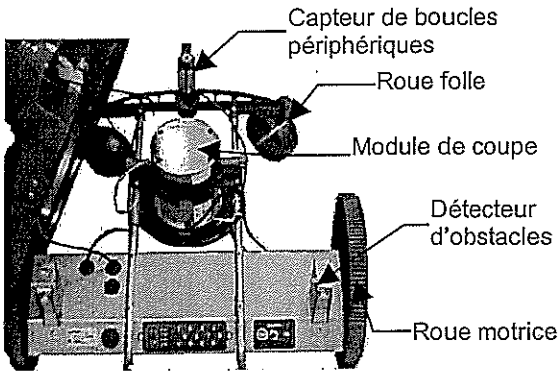
Deux roues folles complètes le positionnement du robot au le sol.

Le changement de direction est obtenu grâce à une variation relative des vitesses de rotation des deux roues motrices.

L'angle de rotation correspondant au changement de direction est obtenu grâce une variation relative de la rotation de chaque roue motrice.

L'axe de chacun des moteurs est équipé d'un codeur optique incrémental qui permet de mesurer la position angulaire et la vitesse de rotation de l'axe moteur. On peut ainsi en déduire la position et la vitesse de chaque roue par rapport au châssis.

Figure DT3 : Robot (carter enlevé)

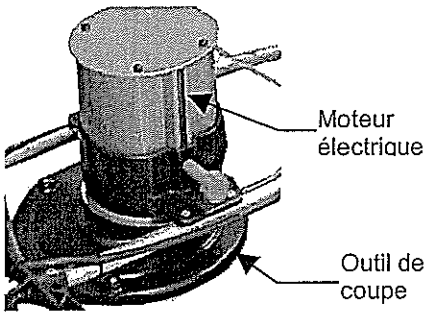


Coupe du gazon

Le module de coupe comporte :

- Un outil constitué d'un plateau équipé de 3 lames escamotables. Sous l'effet de la vitesse de rotation, elles s'écartent vers l'extérieur. En cas de choc, les lames s'escamotent en pivotant.
- Un moteur électrique entraînant directement l'outil.

Figure DT4 : module de coupe



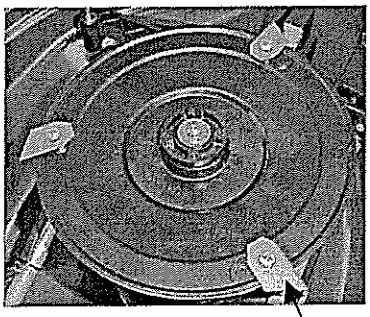


Figure DT5
Plateau porte lames

- Des capteurs à effet Hall permettent de mesurer l'intensité du courant dans les moteurs électriques afin d'en déduire le couple exercé par l'herbe sur l'outil de coupe ou la résistance à l'avancement des roues.

Commande du système

Le robot est géré par une carte électronique. Cette carte reçoit et traite les informations issues des différents capteurs :

- d'inclinaison de pente,
- de détection de choc,
- de détection des boucles magnétiques,
- de position et vitesse de chaque roue,
- de courant dans les moteurs,
- de détection de soulèvement.

La carte gère aussi les consignes de fonctionnement programmées à partir du clavier.
Ces informations permettent de fournir les ordres de pilotage à chacun des trois variateurs électroniques associés aux différents moteurs.

Energie

L'énergie est fournie par une batterie Nickel Métal Hydrure (Ni-MH). de 12V/4,4 Ah qui alimente l'ensemble des trois moteurs.

5- DONNEES TECHNIQUES

Moteurs de déplacement

Moteur DUNKERMOTOREN BG30.1

Caractéristiques	Valeurs	Unités*
Couple nominal	1,65	N.cm
Vitesse nominale	3800	tr/min
Tension nominale	12	V
Courant nominal	0,9	A
Couple de démarrage	5,4	10^{-2} N.m
Résistance de l'induit	4,1	Ω
Constante de couple	2,32	10^{-2} N.m/A
Tension de démarrage	1,2	V
Puissance nominale	5,7	W
Puissance de sortie maximale	6,5	W

Réducteurs de roues

Ce sont des réducteurs à trains épicycloïdaux à trois étages .

***Remarque** : leur rapport de réduction faisant l'objet d'un questionnement dans le sujet, n'est pas fourni.*

** Les unités utilisées sont celles du constructeur.*

Roues

- Diamètre des roues arrières motrices : $D_m = 248mm$
- Diamètre des roues "folles" : $D_f = 80mm$

Moteur de coupe : Moteur EBMPAPST BG3612

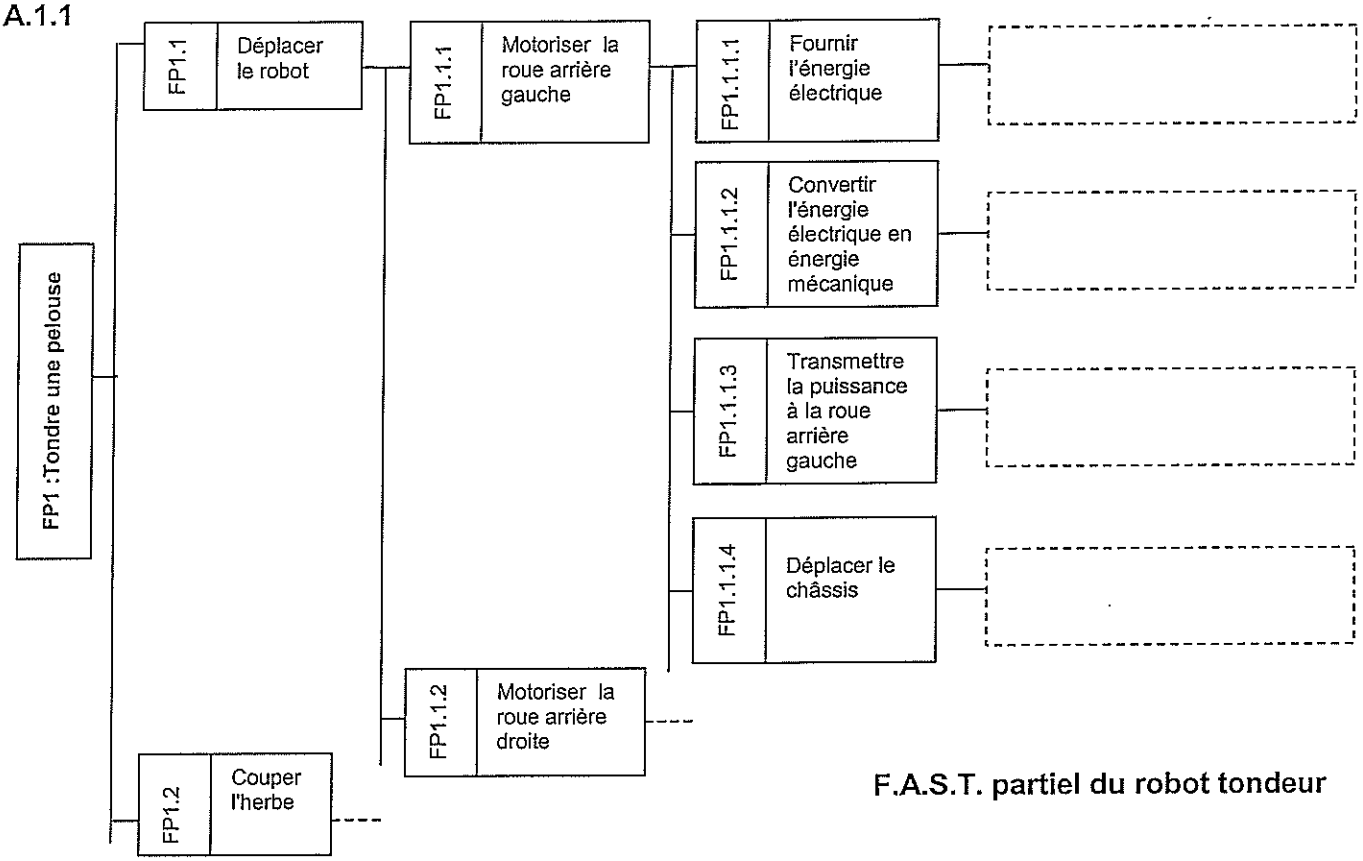
Caractéristiques	Valeurs*	Unités*
Puissance électrique maximale d'entrée	32	W
Puissance mécanique maximale de sortie	22	W
Courant nominal	2,4	A
Courant Maximal	4,5	A
Tension nominale	12*	V
Vitesse nominale	2300	tr/min
Couple nominal	8	mN.m
Résistance de l'induit	0,51	Ω
Inductance induit	20	μH
Constante de F.C.E.M.	3,3	V/(1000tr.mn^{-1})
Constante de couple	0,032	Nm/A
Inertie du rotor	16.10^{-6}	kg.m²
Masse	0,5	kg

**les valeurs sont données pour une tension nominale de 12V, cependant le moteur est livré en version 24V.*

**Les unités utilisées sont celles du constructeur.*

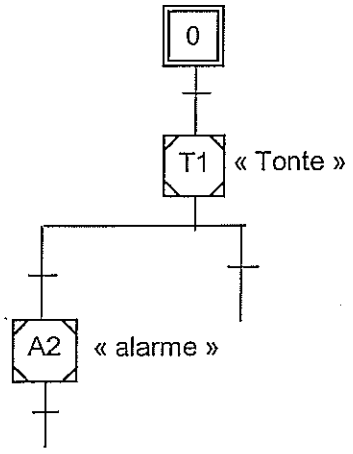
DOSSIER REPONSE

A.1.1



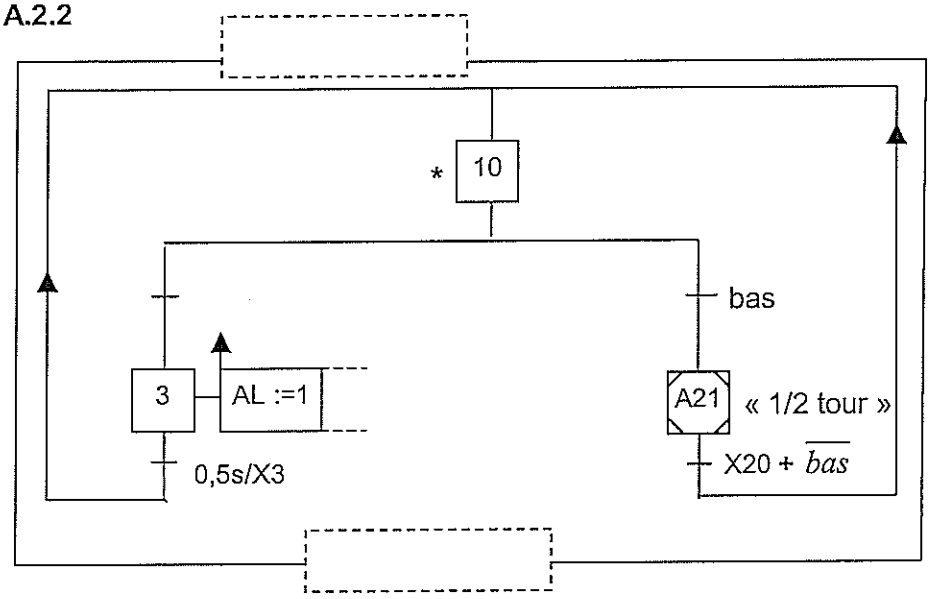
F.A.S.T. partiel du robot tondeur

A.2.1

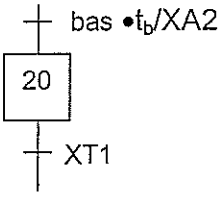


Grafcet de conduite GC

A.2.2



Encapsulation GAL



Les zones en traits interrompus sont à compléter

Grafcet Gmem

A.2.3 et A.2.4

AL :=1

0,5s/X3

Utilité du Grafcet Gmem :

B.1.1

$r_1 = \frac{\omega_{5/1}}{\omega_{3/1}} =$

$r_1 =$

B.1.2

$r_g = \frac{\omega_{2/1}}{\omega_{3/1}} =$

$r_g =$

B.1.3 et B.1.4

$\vec{V}_{O1}(1/0) =$

$\vec{V}_{O1}(1/0) =$

B.1.5

T_{tonte} =

N_{tonte} =

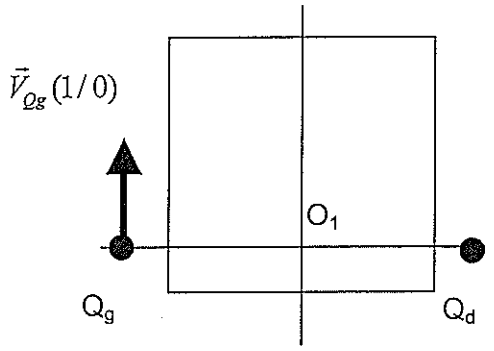
B.1.6

B.1.7

$\vec{V}_{Qd}(1/0)$ =

$\vec{V}_{Qg}(1/0)$ =

B.1.8 et B.1.9



B.1.10

$\rho =$

B.1.11

$\vec{V}_{Od}(1/0) =$

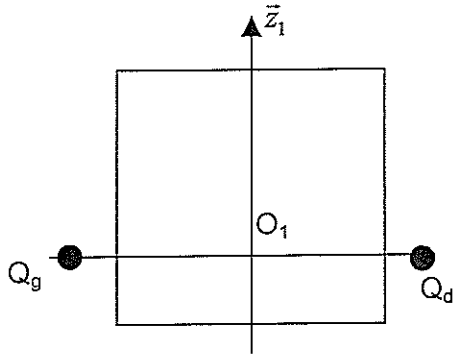
B.1.12

$\dot{\theta}(D_m, L, \omega_d) =$

B.1.13

$t_V(D_m, L, \omega_d, \theta_V) =$

B.1.14 et B15



$\vec{V}_{Qd}(1/0) =$

$\vec{V}_{Qg}(1/0) =$

B.1.16

$\dot{\theta}\left(D_m L, \omega_d, \omega_g\right) =$

B.1.17

$t_V(D_m, L, \omega_d, \omega_g, \theta_V) =$

B.1.18

B.1.19

B.2.1

B.2.2

$\alpha_{bas} =$

B.2.3

Théorème de l'énergie cinétique :

$P_m(m, g, V, \alpha, \eta_R) =$

B.2.4

$P_m =$

B.2.5

B.2.6

$P_m =$

B.2.7

$P_m =$

B.2.8

$\mathcal{V}_c(outil/sol) = \begin{cases} \\ c \end{cases}$

B.2.9

B.2.10

B.2.11

$P_m =$

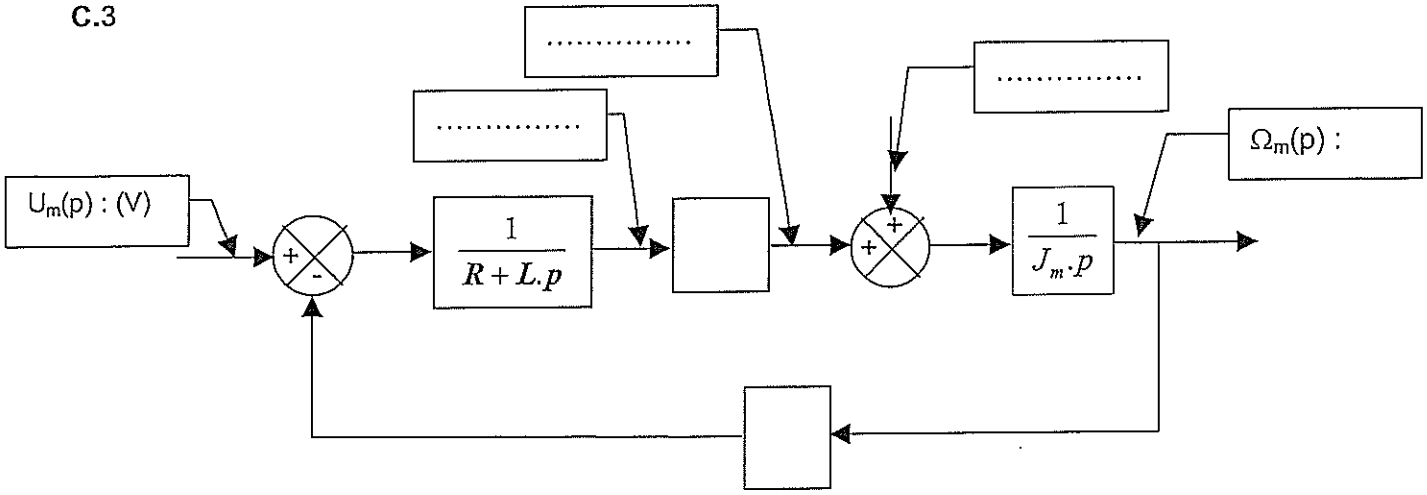
B.2.12

$P_{coupe} =$

C.1

C.2

C.3



C.4

C.5

C.6

$J_C(m_{41}, m_{42}, m_{43}, R_{41}, R_{42}) =$

$J_C =$

C.7

$H_U(p) =$

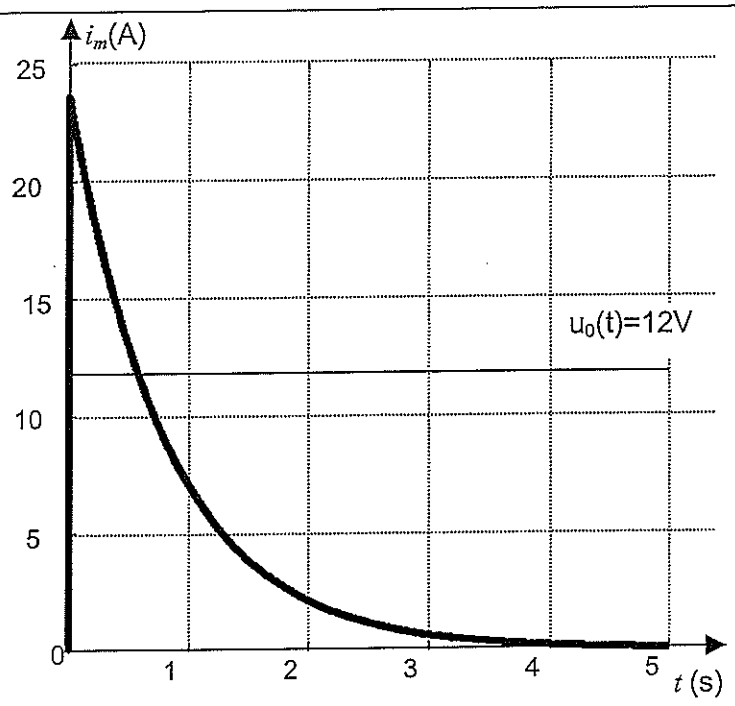
$H_C(p) =$

C.8

$H_{IU}(p) =$

$H_{IU}(p) =$

C.9



C.10

$\lambda_I =$

C.11

$H_I(p) =$

C.12

$H_1(p) =$

C.13

$(I_{cons})_{Maxi} =$

C.14

$\varepsilon =$

C.15

C.16

$\varepsilon =$

C.17

$K =$

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve facultative d'ALLEMAND

Durée : 2 heures

Coefficient : bonus

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde recto
1 page de texte verso

◆

CALCULATRICE NON AUTORISEE

Kinderarmut in Deutschland

1. Kein Geld und keine Perspektive: Die Armut trifft am häufigsten Kinder alleinerziehender Eltern und ausländischer Familien. Es fehlt wirksame Unterstützung, um den Teufelskreis zu durchbrechen.

2. Arbeitsplatzsicherheit, Klimaschutz, Probleme mit Migration: alles Themen, die den Deutschen Sorgen machen. Ein Drittel der Deutschen sieht aber die Kinderarmut als die größte gesellschaftliche Herausforderung im Jahr 2008, besagt eine repräsentative Umfrage. Besonders stark betroffen sind laut dem UN-Kinderhilfswerk UNICEF Kinder alleinerziehender Eltern. Auch die Kinder ausländischer Familien gehören zu den großen Verlierern. Für sie ist das Armutsrisiko doppelt so hoch wie für Kinder aus deutschen Familien. Nur bei der Hälfte aller Paare mit Kindern in Deutschland arbeiten beide Elternteile. Die Kluft zwischen Arm und Reich in Deutschland wird immer breiter, und das bekommen auch bereits die Kinder zu spüren.

3. "Kinderarmut in Deutschland heißt nicht, dass die Kinder verhungern", sagt Thomas Krüger, Präsident des DKHW*. Aber dennoch seien die Auswirkungen der Armut gravierend: "Arme Kinder haben geringere Bildungschancen, leiden öfter an chronischen Krankheiten, Verhaltensauffälligkeiten **und an Übergewicht. "Die Kinder müssen auf Dinge verzichten, die für viele ihrer Altersgenossen selbstverständlich sind." Das Ergebnis sei Depressionen und Perspektivlosigkeit, sagt Krüger. Eine Ursache sind fehlende Betreuungsangebote für Kleinkinder. In Ländern mit vielen Kindergartenplätzen für unter Dreijährige sei das Armutsrisiko für Kinder deutlich niedriger als in Ländern, in denen es an solchen Angeboten fehlt: mit einem besseren Versorgungsangebot*** steige die Erwerbstätigkeit von Müttern. In Ländern, die ein gutes Betreuungsangebot aufbieten könnten, gingen fast zwei Drittel aller Mütter mit Kindern unter drei Jahren zur Arbeit, in Deutschland liege diese Quote nur bei gut einem Drittel. Daher hat sich die Bundesregierung das Ziel gesetzt, bis 2013 für mindestens ein Drittel aller unter Dreijährigen Betreuungsplätze anzubieten.

- Traduisez le paragraphe 2 (7 points)
- Faites un résumé en allemand du texte en environ 80 mots (9 points)
- Enumérez 10 mots essentiels pour la compréhension du texte (4 points)

* Deutsches Kinder Hilfs-Werk	association de défense des droits de l'enfant
** Verhaltensauffälligkeiten	troubles du comportement
*** Versorgung = Betreuung, Pflege	ici : prise en charge

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve facultative d'ITALIEN

Durée : 2 heures

Coefficient : bonus

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
1 page de texte verso
1 page d'instructions recto

◆

CALCULATRICE NON AUTORISEE

LA CRISI FA RISCOPRIRE I VALORI

Due anni fa era di moda il Billionaire e tutte le persone che volevano mettersi in vista facevano in modo di frequentarlo. Oggi è passato di moda. Perché? Perché in un'epoca di crisi economica, ostentare la ricchezza viene considerato un atto di cattivo gusto. Stanno passando di moda le macchine tanto grandi da incutere soggezione sulle strade, le barche costose, i motoscafi superveloci.

Ci sono meno soldi, si pensa al risparmio energetico. In realtà è cambiato lo spirito dei tempi.

Alla gente dà sempre più fastidio lo spreco, la speculazione, la chiacchiera e il disordine. Vuole semplicità, regole chiare e risultati pratici. Rifiuta l'economia di carta e chiede economia reale. Quando non la trova, se la costruisce da sola. Molti hanno riscoperto il gusto di fare le cose con le proprie mani. Stanno sorgendo boutique che offrono vestiti, scarpe, accessori diversi da quelli della distribuzione di massa e delle grandi griffe mondiali. Nel campo informatico, cinematografico e pubblicitario i giovani creano delle piccole imprese che fanno prodotti e svolgono servizi di alta qualità e a basso prezzo. Altri hanno creato imprese agricole specializzate in primizie e prodotti biologici per un mercato sempre più diffidente verso le sofisticazioni ed i cibi importati. Altri hanno organizzato società di pulizia di eccellente livello a costi contenuti, altri ancora si stanno occupando del settore energetico, per esempio installando i pannelli solari. Nella scienza vi sono ricercatori che con mezzi modesti ottengono importanti risultati.

Tutte persone che hanno capito che, con la recessione, la gente diventerà più esigente, non vorrà buttare via il proprio denaro in sciocchezze e porcherie e chiederà prodotti e servizi migliori e meno cari.

Ma lo spirito del tempo si esprime anche nelle emozioni, nelle relazioni fra le persone, nei valori.
Ritorna importante l'amicizia, la lealtà, la fedeltà, il rispetto della parola data. Vengono sempre meno tollerati gli eccessi, l'alcolismo, la corruzione. Anche nei film, nelle fiction, negli spettacoli televisivi. E' su questi temi che, nei prossimi anni, si selezioneranno la nuova imprenditorialità e la nuova classe dirigente.

Riusciranno quelli che studiano, che lavorano, che capiscono quali sono le esigenze di tutti e sanno risolvere rapidamente i loro problemi ? Riusciranno quelli che si preparano, che si prodigano, a capire "lo spirito del tempo"?

Francesco ALBERONI

(Il corriere della sera)

LA CRISI FA RISCOPRIRE I VALORI

1) TRADURRE :

Da "Tutte persone hanno capito che...alla fine del testo.

2) DOMANDE :

– Quali sono secondo F. Alberoni i valori che riscopre la gente in periodo di crisi?

– Pensi anche tu che questi valori siano tutti persi e da "riscoprire".

– Quali qualità, secondo l'autore, dovranno avere i nuovi imprenditori e la nuova classe dirigente? Sei d'accordo con lui?

– "In realtà è cambiato lo spirito dei tempi". Commenta questa affermazione, ora che siamo entrati nel ventunesimo secolo.

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve facultative d'ESPAGNOL

Durée : 2 heures

Coefficient : bonus

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
1 page de texte recto
1 page d'instructions verso

◆

CALCULATRICE NON AUTORISEE

Más de 140.000 euros por cuatro minutos en el espacio

Seis turistas españoles han reservado un viaje suborbital de Virgin para 2009

AMANDA MARS - Barcelona - 25/10/2007

Vota Resultado 0 votos

Más de 140.000 euros por cuatros minutos flotando en el espacio. Ya hay seis españoles que están dispuestos a pagarlos y han hecho la reserva para embarcarse en los primeros vuelos suborbitales que lanzará la compañía Virgin en el año 2009. La empresa ya ha realizado tres viajes suborbitales con éxito.

La noticia en otros webs

El primero en apuntarse fue el dueño de la oficina de lotería La Bruixa d'Or, Xavier Gabriel, que ya ha pagado el viaje para ser uno de los 100 primeros. "Hace unos 10 meses que confirmaron que sería el primer turista espacial español. Estar allí, con gravedad cero, al lado de la Tierra... una experiencia así emociona a cualquiera", explica el lotero de Sort, que es además un amante de la aviación y ha decidido lanzar una compañía de vuelos privados.

Otra de las turistas galácticas es Ana Bru, directora de la agencia de viajes selectos Bru & Bru, la única oficialmente autorizada por Virgin, la compañía del multimillonario Richard Branson, para comercializar en España los viajes suborbitales. Bru asegura que la experiencia comienza en el preciso momento en que el viajero toma conciencia de que va a viajar al espacio, y que "no dura sólo cuatro minutos", el tiempo en que se está fuera de la gravedad de la tierra. De hecho, ya han empezado a impartirse cursos de preparación y a celebrarse encuentros en distintos países para los aventureros.

La agencia Bru & Bru, con sede en Barcelona, ha empezado a recibir consultas de clientes interesados por esta aventura. Acreditar que se goza de buena salud, superar las pruebas en gravedad cero -el lotero de Sort advierte: "los fumadores pueden tener dificultades"- y tener el dinero son los únicos requisitos para viajar al espacio.

El alpinista vasco Iosu Feijóo también será un turista español del espacio y ha negociado recibir ayudas públicas para ello.

En total, Virgin Galactic asegura que ya tiene una lista de 200 viajeros en todo el mundo esperando a tomar ese vuelo que pretende partir del desierto de Mojave (California) en 2009, aunque el nuevo Spaceport America en Nuevo México, el primer aeropuerto espacial comercial del mundo, diseñado por Norman Foster, se convertirá en la base de operaciones en 2010.

El precio del viaje es único, 200.000 dólares (140.479 euros), que incluye las actividades previas. Hay tres tipos de reserva, la de los fundadores (que han adelantado 200.000 dólares), los pioneros (han adelantado entre 100.000 y 175.000) y los viajeros, que han depositado 20.000. Virgin, que en cuatro aeronaves y el nuevo aeropuerto invertirá 50 millones de euros, comenzará con un vuelo semanal pero espera alcanzar dos vuelos diarios.

1 : ¿Cuáles son las ventajas y los inconvenientes de este viaje ?

2 : ¿Qué implica para nuestro futuro este tipo de viaje ?

3 : Traducir desde " Otra de las turistas galácticas " hasta " los aventureros".

4 : Poner en futuro el último párrafo desde " El precio del viaje " hasta " dos vuelos diarios".

Más de 140.000 euros por cuatro minutos en el espacio

Seis turistas españoles han reservado un viaje suborbital de Virgin para 2009

AMANDA MARS - Barcelona - 25/10/2007

Vota Resultado 0 votos

Más de 140.000 euros por cuatros minutos flotando en el espacio. Ya hay seis españoles que están dispuestos a pagarlos y han hecho la reserva para embarcarse en los primeros vuelos suborbitales que lanzará la compañía Virgin en el año 2009. La empresa ya ha realizado tres viajes suborbitales con éxito.

La noticia en otros webs

El primero en apuntarse fue el dueño de la oficina de lotería La Bruixa d'Or, Xavier Gabriel, que ya ha pagado el viaje para ser uno de los 100 primeros. "Hace unos 10 meses que confirmaron que sería el primer turista espacial español. Estar allí, con gravedad cero, al lado de la Tierra... una experiencia así emociona a cualquiera", explica el lotero de Sort, que es además un amante de la aviación y ha decidido lanzar una compañía de vuelos privados.

Otra de las turistas galácticas es Ana Bru, directora de la agencia de viajes selectos Bru & Bru, la única oficialmente autorizada por Virgin, la compañía del multimillonario Richard Branson, para comercializar en España los viajes suborbitales. Bru asegura que la experiencia comienza en el preciso momento en que el viajero toma conciencia de que va a viajar al espacio, y que "no dura sólo cuatro minutos", el tiempo en que se está fuera de la gravedad de la tierra. De hecho, ya han empezado a impartirse cursos de preparación y a celebrarse encuentros en distintos países para los aventureros.

La agencia Bru & Bru, con sede en Barcelona, ha empezado a recibir consultas de clientes interesados por esta aventura. Acreditar que se goza de buena salud, superar las pruebas en gravedad cero -el lotero de Sort advierte: "los fumadores pueden tener dificultades"- y tener el dinero son los únicos requisitos para viajar al espacio.

El alpinista vasco Iosu Feijóo también será un turista español del espacio y ha negociado recibir ayudas públicas para ello.

En total, Virgin Galactic asegura que ya tiene una lista de 200 viajeros en todo el mundo esperando a tomar ese vuelo que pretende partir del desierto de Mojave (California) en 2009, aunque el nuevo Spaceport America en Nuevo México, el primer aeropuerto espacial comercial del mundo, diseñado por Norman Foster, se convertirá en la base de operaciones en 2010.

El precio del viaje es único, 200.000 dólares (140.479 euros), que incluye las actividades previas. Hay tres tipos de reserva, la de los fundadores (que han adelantado 200.000 dólares), los pioneros (han adelantado entre 100.000 y 175.000) y los viajeros, que han depositado 20.000. Virgin, que en cuatro aeronaves y el nuevo aeropuerto invertirá 50 millones de euros, comenzará con un vuelo semanal pero espera alcanzar dos vuelos diarios.

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve facultative de RUSSE

Durée : 2 heures

Coefficient : bonus

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde recto
1 page de texte verso

◆

CALCULATRICE NON AUTORISEE

ICNA 2009

Version

Опасное сближение

15.04.2008

В столичном[1] аэропорту Шереметьево[2] выясняют, почему экипаж "Боинга", который в воскресенье вылетел в Ростов-на-Дону[3], не выполнил указаний[4] диспетчера[5] и продолжал[6] набор высоты. Это чуть было не привело к трагедии. Поскольку[7] в то же самое время на посадочную полосу Шереметьева заходил еще один "Боинг". До столкновения оставалось всего лишь 30 секунд. Катастрофы удалось избежать[8] благодаря Владимиру Самарину, ему обязаны[9] жизнью почти триста человек.

Наталья Литовко

Thème

Il ne restait plus que 30 secondes avant le choc

---

[1] De Столица : la capitale
[2] Cheremetievo : principal aéroport international de Moscou
[3] Rostov sur le Don
[4] указание : instruction
[5] диспетчер : contrôleur aérien
[6] продолжать продолжить : continuer, poursuivre
[7] On peut traduire ici par la conjonction « car »
[8] éviter
[9] de обязанность : obligation, dette

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2009**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS
DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

◆

Epreuve facultative de CONNAISSANCES AERONAUTIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : bonus

◆

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instruction pour remplir le QCM recto/verso
4 pages de texte recto/verso

◆

Calculatrice non autorisée

ÉPREUVE FACULTATIVE
DE CONNAISSANCES AERONAUTIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve « facultative de Connaissance Aéronautique » de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

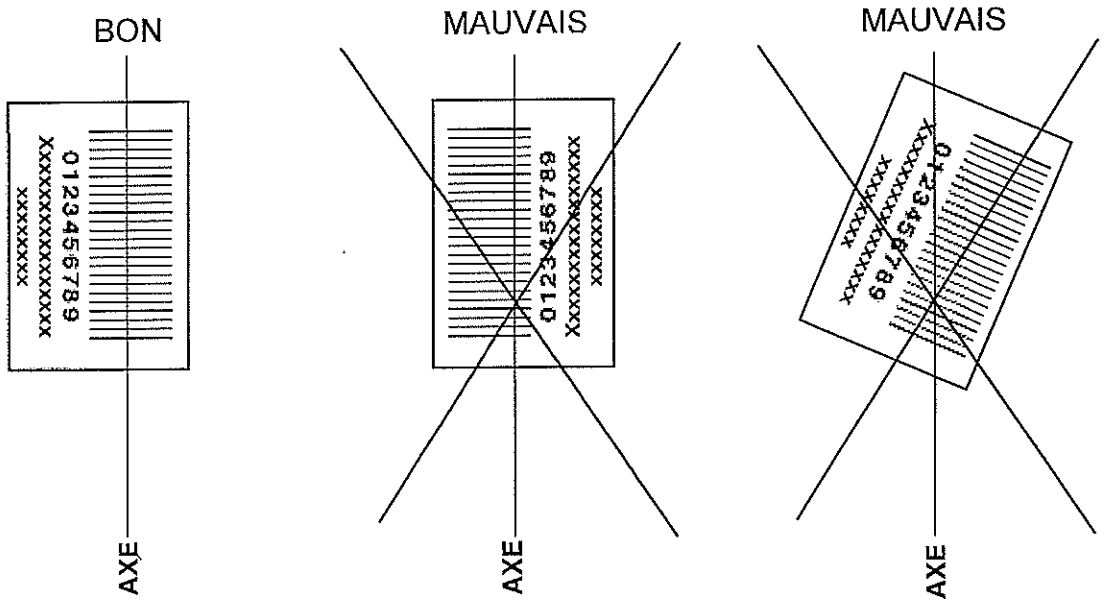
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve d'anglais (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comprend 20 questions.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 20, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 21 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 20, vous vous trouvez en face de 2 possibilités :

➢ soit vous jugez que la question comporte une bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

➢ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Une seule réponse possible par question.

Question 1 :
Le QFE est :

a) la pression déterminée au niveau de référence de l'aérodrome
b) la pression standard au niveau de référence de l'aérodrome
c) la pression calculée au niveau de la mer
d) a pression affichée sur l'altimètre quand l'aéronef est au sol

Question 2 :
Sur un aérodrome situé à une altitude de 300 mètres, la pression au sol est de 1010 hPa (hectopascal). Un aéronef est au sol. Calé à 1010 hPa, l'altimètre indique :

a) une altitude égale à zéro
b) une altitude de 1000 pieds
c) l'altitude de l'aérodrome
d) une hauteur égale à zéro

Question 3 :
Les services de la circulation aérienne assurés à l'intérieur d'un espace aérien contrôlé sont :

a) le service de contrôle
b) le service de contrôle, le service d'information et le service d'alerte
c) le service d'information et le service d'alerte
d) le service de contrôle et le service d'information

Question 4 :
Le décrochage est le phénomène suivant :

a) rupture de l'aile à cause d'efforts structuraux élevés
b) augmentation brutale de la traînée due à la compressibilité
c) perte de portance due à un décollement des filets d'air
d) augmentation de la portance

Question 5 :
Le cumulonimbus (Cb) est un nuage :

a) à forte extension verticale ne présentant aucun danger
b) en filaments enchevêtrés et hauts
c) à forte extension verticale et dangereux pour l'aviation
d) peu développé mais dangereux pour l'aviation

Question 6 :
L'appellation « zone réglementée » correspond à un espace aérien :

a) dont la pénétration est soumise à des règles particulières
b) dont l'accès est interdit aux IFR dans tous les cas
c) dont l'accès est interdit aux VFR dans tous les cas
d) à service consultatif

Question 7 :
Un dépôt de plan de vol VFR est obligatoire pour tout vol VFR :

a) à l'intérieur d'un espace aérien contrôlé
b) au dessus d'une couche nuageuse
c) pour un vol local
d) pour le franchissement de la frontière métropolitaine

Question 8 :
En France métropolitaine, le VFR peut s'effectuer :

a) de LS (lever du soleil) à CS (coucher du soleil)
b) de LS + 30mn à CS - 30mn
c) de LS - 30mn à CS + 30mn
d) de LS - 45mn à LS + 45mn

Question 9 :
L'OACI a été créée par :

a) le traité de Rome
b) la convention de Varsovie
c) la convention de Chicago
d) le traité de Paris

Question 10 :
Lorsqu'un avion monte à CAS constante :

a) la vitesse propre diminue ainsi que le nombre de Mach
b) le nombre de Mach reste constant ainsi que la vitesse propre
c) la vitesse propre diminue et le nombre de Mach augmente
d) la vitesse propre augmente ainsi que le nombre de Mach

Question 11 :
Un avion commercial doit posséder plusieurs réserves de carburant réglementaires. Lesquelles ?

a) la réserve de dégagement (si nécessaire), la réserve de route et la réserve finale
b) la réserve de dégagement (si nécessaire), la réserve finale et la réserve de seuil
c) la réserve de route et celle de dégagement (si nécessaire)
d) la réserve de route, la réserve de dégagement (si nécessaire) et la réserve d'attente

Question 12 :
En dehors des phases de décollage et d'atterrissage et hors zones de forte densité, un aéronef VFR doit respecter une hauteur minimale et un éloignement de :

a) 300 pieds au dessus du sol ou de la mer et a 150 mètres de l'obstacle le plus élevé.
b) 500 pieds au dessus du sol ou de l'eau et à 150 mètres de toute personne, véhicule ou navire ou obstacle.
c) 1000 pieds au dessus de l'obstacle le plus élevé situé dans un cercle de 600 mètres autour de l'aéronef.
d) 500 pieds au dessus de l'obstacle le plus élevé situé dans un cercle de 600 mètres autour de l'avion.

Question 13 :
Déterminer le centrage d'un avion est important pour assurer un équilibre stable autour de :

a) l'axe de lacet
b) l'axe longitudinal
c) l'axe de tangage
d) l'axe vertical

Question 14 :
Les aérodynes sont :

a) les aéronefs se déplaçant à grande vitesse
b) les aéronefs sans moteurs
c) les aéronefs télécommandés du sol
d) les aéronefs plus lourds que l'air

Question 15 :
L'OACI est :

a) l'Organisation de l'Aéronautique Civile Internationale
b) l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale
c) l'Office Aérien de Contrôle International
d) l'Organisation de l'Aviation Commerciale Internationale

Question 16 :
Un aéronef vole au niveau de vol 65, si le pilote calait son altimètre au QNH 1048 hPa.
L'aiguille de l'altimètre indiquerait :

a) une altitude de 7480 pieds
b) une altitude de 5520 pieds
c) une hauteur de 7480 pieds
d) une hauteur de 5520 pieds

Question 17 :
Une région supérieure d'information de vol est nommée :

a) UTA
b) UIR
c) LTA
d) TMA

Question 18 :
Quelle est la signification du sigle RVSM ?

a) Radar Vectoring System Measuring
b) Reduced Vertical Speed Minimum
c) Radio VHF System Monitoring
d) Reduced Vertical Separation Minimum

Question 19 :
Le terme anglais désignant la circulation aérienne militaire CAM est :

a) MAT : Military Air Traffic
b) OAT : Operational Air Traffic
c) GAT : General Air Traffic
d) MAC : Military Air Circulation

Question 20 :
Un plan de vol "Y" est un plan de vol :

a) IFR d'abord, VFR ensuite
b) VFR spécial
c) VFR d'abord, IFR ensuite
d) CER

Ecole Nationale de l'Aviation Civile
7 avenue Edouard Belin
BP 54005
31055 Toulouse cedex 4
Tél. + 33 (0) 5 62 17 40 00

ENAC

La référence aéronautique

www.enac.fr