

# ANNALES Ingénieurs du Contrôle de la Navigation Aérienne

**CONCOURS EXTERNE 2008** 



# ANNALES ICNA

Concours externe

2008

# **AVERTISSEMENT** Tous droits de reproduction et traduction réservés. Toute représentation ou reproduction intégrale de cet ouvrage sans le consentement écrit de l'École Nationale de l'Aviation Civile est illicite. Les informations contenues dans ce document sont susceptibles d'être modifiées sans préavis. Aucun effort n'a été épargné pour rendre le présent ouvrage le plus précis possible. Si toutefois une erreur s'est glissée dans le manuel, n'hésitez surtout pas à prendre contact avec l'ENAC. Copyright © ENAC - TOULOUSE FRANCE - 2008

ISBN 2-7238-0405-4 Dépôt légal : Août 2008

# ÉPREUVES:

- Français
- Mathématiques
- Physique
- Anglais

# ÉPREUVES OPTIONNELLES:

- Mathématiques
- Physique
- Sciences Industrielles pour l'ingénieur

# ÉPREUVES FACULTATIVES :

- Allemand
- Italien
- Espagnol
- Russe
- Connaissances aéronautiques

.

#### **ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE**

Session 2008

# CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve commune obligatoire de FRANÇAIS

Durée : 4 heures

Coefficient: 2

Ce sujet comporte :

1 page de garde recto 1 page d'instructions verso 2 pages de texte recto/verso

**CALCULATRICE NON AUTORISEE** 

# INSTRUCTIONS POUR LE COMMENTAIRE DE TEXTE

# Les candidats commenteront le texte joint :

# Où va la famille?

Extrait de l'introduction à la conférence prononcée en Sorbonne par la sociologue Evelyne Sullerot, en 2007, sous l'égide de l'A.M.O.P.A (Revue de l'Association des Membres de l'Ordre des Palmes Académiques)

N.B: Pour la transparence de l'épreuve, et pour qu'il n'y ait aucun malentendu, nous rappelons aux candidats qu'un commentaire ne saurait être une suite de remarques disparates et décousues, qu'il s'agit de rédiger dans un français correct un devoir cohérent et composé.

Nous attendons un commentaire en quatre « temps »:

- Une introduction qui présente le texte et annonce la démarche du devoir.
- Une première partie, pour le développement, qui fait ressortir les idées essentielles du texte de façon objective.
- Une seconde partie qui nous fait part de la réflexion personnelle du candidat à partir des idées émises par le texte.
- Enfin, une conclusion doit clore le devoir, ce qui est une évidence.

Votre propos doit être argumenté, illustré d'exemples précis et pertinents. La correction de la langue, le respect de l'orthographe, de la ponctuation, de l'accentuation, la qualité de la mise en pages, la lisibilité de l'écriture seront pris en compte pour l'évaluation des devoirs.

Un bon commentaire ne saurait manquer de matière, mais doit être efficace : une copie manuscrite entre 2 et 4 pages paraît suffisante.

## Où va la famille?

Extrait de l'introduction à la conférence prononcée en Sorbonne par la sociologue Evelyne Sullerot, en 2007, sous l'égide de l'A.M.O.P.A (Revue de l'Association des Membres de l'Ordre des Palmes Académiques)

Au cours de ces dernières décennies, se sont trouvées en concurrence deux dimensions de la famille, l'une horizontale – la trame, le couple – l'autre verticale – la chaîne, les enfants. Notre société a hésité : la famille est-elle fondée d'abord sur l'alliance du couple d'adultes qui est son origine, donc dissoute par la volonté individuelle de l'un ou l'autre ou des deux de rompre le pacte, de casser le couple ? Ou bien est-elle fondée sur la filiation, sur les liens qui unissent la mère à ses enfants, le père à ses enfants quel que soit le devenir du couple père/mère ? Pendant quelque trente ans, notre société individualiste a jugé que chacun était libre de façonner sa vie privée, donc de casser son couple, et que la rupture du couple entraînait la rupture de la famille, et l'enfant ou les enfants ont été confiés le plus souvent aux seules mères.

Cependant, en ce début du XXe siècle, des lois – la loi du 4 mars 2002 sur l'autorité parentale et l'ordonnance de 2005 sur la filiation – sont venues changer l'arbitrage. Les couples étant de plus en plus fragiles, on accorde désormais la primauté au lien père/enfant et mère/enfant en cas de rupture du lien du couple. On y met encore des conditions, mais c'est cette direction qui va prévaloir.

Jadis, le droit avait fait de la famille une institution. Le Code civil a institué la famille. Il en a dessiné l'architecture, en a déterminé l'assise - à savoir, le mariage, le couple marié. Il en a désigné le champion, - l'homme marié, le mari, le père. Le père, celui-là même qui était, au regard de la Nature, le plus incertain de son titre (ne disait-on pas en latin Mater certissima, pater semper incertus, - la mère est très certaine, le père toujours incertain-?). Le droit de la famille a fait de ce père incertain la pierre angulaire d'une construction qui paraissait aussi solide qu'elle était péremptoire. Donc, à la base, le mariage et l'homme chef de famille, le mari était tout : il était le protecteur de la femme, disposant de ses biens- et sans la bague au doigt la femme n'avait qu'un piètre statut social et se trouvait toujours menacée d'une grossesse intempestive qui la condamnait à l'opprobre. Le mari était automatiquement le père des enfants nés de sa femme. Tout se définissait à partir de lui : le nom de famille appelé aussi « patronyme » ; le « domicile paternel » ; le pouvoir et l'autorité d'éduquer qu'on appelait « puissance paternelle », etc. L'enfant né hors mariage était dit « illégitime » pour marquer son exclusion, ou adultérin pour le marquer d'infamie.

Après 1965 et l'introduction de la contraception, toute cette belle construction s'est effondrée. La famille patriarcale a été remplacée par une famille matricentrée, au sein de laquelle la fonction paternelle a été affaiblie, surtout entre 1970 et 2002. Puis, avec la révolution génétique, l'actuelle famille matricentrée, dans laquelle la mère jouit de davantage de droits et de pouvoirs que le père, cette famille-là, à son tour, est en train de changer. Désormais, le principe nouveau de coparentalité s'applique même aux parents séparés, - en rupture donc avec le passé lointain et le passé récent.

Le mariage, si solidement édifié par le Code civil de 1804, surnage, médiocrement. La nuptialité est en France à un niveau très bas, un des plus bas d'Europe, et ne connaît pas, quoi qu'en disent les médias, d'embellie. Ce sont désormais les liens père/enfant et mère/enfant qui constituent, qui instituent la famille. Le seul couple qui comptera demain sera le couple parental, même séparé.

Tout a changé du fait de trois révolutions : la révolution contraceptive, qui s'ouvre avec la découverte de la pilule ; la révolution sexuelle qui lui a succédé immédiatement dans les pays occidentaux ; enfin la révolution génétique qui touche la famille à partir de 1991.

La révolution contraceptive et la révolution génétique, sont nées de découvertes scientifiques récentes, l'une permettant pour la première fois d'agir sur le processus de procréation, l'autre élucidant pour la première fois la filiation biologique tant paternelle que maternelle. Ces deux révolutions sont irréversibles. Il faut un certain temps pour qu'une avancée scientifique dans le déchiffrement du cycle hormonal féminin ou dans l'établissement de la filiation biologique par l'ADN touche les familles. Mais les effets induits de ces découvertes ne feront que s'installer toujours plus.

En revanche, je ne saurais me prononcer sur l'avenir de la révolution sexuelle, bien qu'une grande partie de notre société en déplore les effets. La révolution sexuelle n'est pas le produit quasi automatique de la révolution contraceptive. La pilule libre n'entraîne pas forcément la sexualité libre. Ainsi, bien des pays asiatiques et la plupart des pays musulmans autorisent et même encouragent la contraception et ils ont vu rapidement diminuer leur taux de fécondité. Mais ils n'ont pas laissé pénétrer la révolution sexuelle et les mœurs y sont toujours contrôlées par l'Etat ou par la religion. Ce n'est pas le cas en France, où la culture est largement érotisée et où l'industrie du sexe génère de juteux bénéfices et saura se défendre. Et puis, il y a Internet...

La famille, ce n'est pas le couple sexuel, même s'il s'aime et sait éduquer les enfants. La famille est un tissu de liens, biologiques, affectifs et culturels nés de la reproduction de la vie, un tissu de liens qui a une dimension longitudinale, la plus indéniable, la plus pérenne. Au fur et à mesure que l'individualisme, qui est une belle et précieuse découverte à cultiver, révèlera ses limites, car il ne protège pas les faibles, la société aura de plus en plus besoin des tissus familiaux, incomparables facteurs de cohésion sociale et de transmission des valeurs d'une culture.

Evelyne Sullerot, Introduction à la conférence prononcée en Sorbonne, sous l'égide de la section AMOPA de Paris V-VI, *Revue de l'AMOPA*, n°177, juillet 2007, pp.21-25.

#### **ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE**

Session 2008

# CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve commune obligatoire de MATHEMATIQUES

Durée: 4 heures

Coefficient: 2

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM
1 page d'avertissement
9 pages de texte numérotées de 1 à 9

**CALCULATRICE AUTORISEE** 

#### ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

#### A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire de mathématiques» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

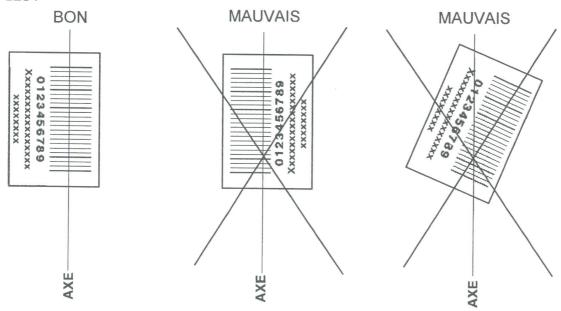
#### ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

#### POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

#### **EXEMPLES:**



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

- Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée avant l'énoncé du sujet lui-même. Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.
- A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne : vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

**EXEMPLES DE RÉPONSES** 

Question 1:  $1^2 + 2^2$  vaut:

a) 3 b) 5 c) 4

d) -1

Question 2: le produit (-1) (-3) vaut :

a) -3b) -1

c) 4 d) 0

Question 3: Une racine de l'équation  $x^2 - 1 = 0$  est :

a) 1 b) 0 c) -1

#### Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e

# **AVERTISSEMENT**

# **QUESTIONS LIEES**

1 à 22

23 à 34

35 à 40

# **PARTIE I**

L'espace vectoriel IR<sup>3</sup> est rapporté à la base canonique  $B = (e_1, e_2, e_3)$ . On considère l'endomorphisme f de IR<sup>3</sup> qui à tout triplet (x, y, z) de IR<sup>3</sup> associe le triplet  $((2\alpha+1)x-\alpha y+(\alpha+1)z, (\alpha-2)x+(\alpha-1)y+(\alpha-2)z, (2\alpha-1)x+(\alpha-1)y+(2\alpha-1)z)$  où  $\alpha$  est un paramètre réel.

id désigne l'endomorphisme identité de IR<sup>3</sup> et I la matrice unité de l'ensemble,  $M_3$ (IR), des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels.

Question 1 : La matrice M de l'endomorphisme f par rapport à la base B s'écrit

Jusqu'à la question 13 incluse, on se place dans le cas où le paramètre  $\alpha$  est égal à -1

Question 2 : Le rang de la matrice M est égal à

- A) égal à 1 et Ker f est une droite vectorielle
- B) égal à 3 car le rang d'une matrice est égal au nombre de colonnes non nulles de cette matrice
- C) inférieur ou égal à 2 car M a deux lignes identiques
- D) égal à 2 et Ker f est un sous-espace vectoriel de dimension 2

Question 3: On a

- A)  $\operatorname{Im} f \bigoplus \operatorname{Ker} f = \operatorname{IR}^3$
- B) Im f est inclus dans le plan vectoriel d'équation 3x+2y+3z=0
- C) Im f contient le vecteur  $e_2 + e_3$
- D) Ker f admet (0,1,1) comme base

**Question 4 :** Le polynôme caractéristique  $\chi = \det(M - \lambda I)$  de la matrice M

- A) est de degré 2 car de manière générale le degré du polynôme caractéristique est égal au rang de l'endomorphisme auquel il est associé
- B) est de degré 3 car de manière générale le degré du polynôme caractéristique est égal au rang de l'endomorphisme auquel il est associé
- C) n'est pas divisible par  $\boldsymbol{\lambda}$  car sinon sa trace serait nulle
- D) est égal à  $\lambda^3 + 6\lambda^2 + 8\lambda$

 ${\bf Question~5:}~{\bf L'endomorphisme}~f$ 

- A) admet une seule valeur propre
- B) admet 0 pour valeur propre  $\operatorname{car} f$  n'est pas un automorphisme
- C) admet 3 valeurs propres distinctes 0, 2 et 4
- D) admet une valeur propre double

**Question 6:** L'endomorphisme f

A) est diagonalisable car f admet trois valeurs propres distinctes

B) n'est pas diagonalisable car f n'est pas bijectif

- C) n'est ni diagonalisable ni trigonalisable dans  $M_3(IR)$  car le polynôme caractéristique n'est pas scindé sur IR
- D) n'est pas diagonalisable mais est trigonalisable dans  $M_3(IR)$ car le polynôme caractéristique est scindé sur IR

**Question 7:** On note  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  les valeurs propres, éventuellement confondues, rangées dans l'ordre croissant de l'endomorphisme f. On considère  $B'=(v_1, v_2, v_3)$  la famille de trois vecteurs de IR<sup>3</sup> telle que, pour tout i compris entre 1 et 3,  $v_i$  soit un vecteur propre associé à  $\lambda_i$  dont la première composante dans la base B est égale à 1

- A) B' n'est pas une base de l'espace IR<sup>3</sup>
- B)  $v_1$  appartient à Ker f
- C)  $(v_1, v_2)$  est une base du sous-espace Im f
- D)  $f(v_3)$  appartient à l'intersection des sous-espaces Ker f et Im f

Question 8: On note D la matrice de l'endomorphisme f dans la base B', si elle existe, et on note P la matrice de passage de B à B', si elle est définie

- A) D et P n'existe pas car B' n'est pas une base de  $IR^3$
- B) MP = PD
- C) PM = DP
- D) M et D n'ont pas les mêmes valeurs propres

Question 9 : On considère le système (

$$\begin{cases} x + y + z = r \\ -3x - y + z = s \\ -3x - y - 5z/3 = t \end{cases}$$

où r, s, t sont des paramètres réels

- A) le système (S) n'admet pas de solution car ce n'est pas un système de Cramer
- B) le système (S) admet une infinité de solutions si les trois paramètres r, s, t sont nuls

A) le système (S) admet une infinite de solutions de (S) inclut le triplet  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix}$ 

D)l'ensemble des solutions de (S) ne contient qu'un seul élément qui vérifie  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix}$ 

#### Question 10: La matrice P-1

- A) n'est pas définie
- B) est la matrice de passage de B' à B et vérifie rang P + rang P<sup>-1</sup> = 3
- C) a les coefficients de ses lignes qui sont les composantes des vecteurs de B dans la base B'

D) est la matrice 
$$\begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ 12 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

#### Question 11: Soit n un entier naturel, on a

A) 
$$M^n = P^{-1} D^n P$$

B) 
$$M^n = P D^n P^{-1}$$

- C) pour tout n entier supérieur ou égal à 2 la dernière ligne de  $M^n$  est nulle
- D) pour tout n entier supérieur ou égal à 2,  $M^n$  a deux lignes identiques

# **Question 12 :** Soit E l'ensemble des vecteurs u de $IR^3$ tels que f(u) = b où b est un vecteur de $IR^3$

- A) Cet ensemble E est non vide si et seulement si b est le vecteur nul
- B) Cet ensemble E est non vide si et seulement si b appartient à  $\operatorname{Im} f$
- C) Si  $b = v_1$  alors E est la droite vectorielle IR  $v_1$
- D) E est un sous espace vectoriel de IR3

### On considère les systèmes différentiels linéaires

(I) 
$$\begin{cases} x_1' = -x_1 + x_2 \\ x_2' = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 \\ x_3' = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 \end{cases} \text{ et } (II) \begin{cases} y_1' = -4y_1 \\ y_2' = -2y_2 \\ y_3' = 0 \end{cases}$$

## **Question 13:** On note $(y_1, y_2, y_3)$ une solution de (II), s'il en existe

A) L'ensemble des solutions du système (II) est réduit à un seul élément

3

B) L'ensemble des solutions du système (II) est un espace vectoriel de dimension 3

C) Parmi les solutions de (I) on a 
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

D) Parmi les solutions de (I) on a 
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

#### Dans les six questions suivantes, on suppose $\alpha = 1$

**Question 14:** Le sous espace vectoriel Ker f est

- A) une droite vectorielle de dimension 1
- B) de dimension 2
- C) réduit au vecteur nul car f est bijectif
- D) de dimension non nulle au plus égale à 3 car f n'est pas injective

**Question 15:** Soit (P) le plan d'équation y + z = 0 et (D) la droite d'équation x = y = z. On a

- A) Ker f est inclus dans P
- B)  $\operatorname{Ker} f + D = P$
- C) x = -y = -z est une équation de Ker f
- D)  $2e_1 + e_2 e_3$  est un vecteur de Ker f

• Question 16: On a

- A) D'aprés la formule du rang,  $\operatorname{Im} f$  est de dimension au plus égale à 1
- B) Le rang de la matrice M est égal à la dimension de  $\operatorname{Im} f$
- C) Im f = P + D
- D)  $\operatorname{Im} f + \operatorname{Ker} f = P$

Question 17: On a

- A)  $\lambda_1$  = 0 est une valeur propre double car M est de rang 1
- B) M est diagonalisable car toutes ses valeurs propres sont simples
- C) Im f est un sous espace propre de dimension 1
- D)  $\operatorname{Ker} f$  est un sous espace propre de dimension 2

On considère les matrices N et Q définies par 
$$N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & a & -1 \\ -1 & b & 1 \end{pmatrix}$$
 et  $Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 

où a et b sont des paramètres réels

**Question 18:** On considère l'équation matricielle M N = N Q (1)

A)elle donne un système de rang 1, donc a et b sont liés par une relation linéaire

B)elle donne un système de rang 2, ce qui permet de déterminer les valeurs de a et b

C) il existe une infinité de solutions (a,b) telles que a+b=0

D) le couple (-2,-2) est solution

#### **Question 19:**

- A) il existe une matrice inversible unique N vérifiant l'équation (1)
- B) l'équation M N = N Q admet une solution mais la matrice N n'est pas inversible
- C) les matrices N et Q sont semblables
- D) les matrices M et Q sont semblables

#### Dans les trois dernières questions de cette partie, on pose $\alpha = 0$

#### Question 20: On obtient alors

- A) Ker f est défini par les équations x z = 0 et y = 0
- B) Im f est défini par l'équation x + y z = 0
- C) Ker f est inclus dans Im f
- D) Ker  $f \oplus \text{Im } f = \text{IR}^3$

#### Question 21: La matrice M

- A) a toutes ses valeurs propres réelles et distinctes
- B) n'est pas diagonalisable car 0 est valeur propre
- C) le vecteur  $e_1 e_3$  est un vecteur propre de f et constitue une base de Ker (f+id)
- D) le vecteur  $e_1 e_2$  est un vecteur propre de f et constitue une base de Im f

#### Question 22: La matrice M est telle que

- A)  $M(M^2 + M + I) = 0$
- B)  $M(M^2 M + I) = 0$
- C) la matrice M I est inversible
- D) il existe deux suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  telles que pour tout n entier supérieur à 2  $M^n = u_n M + v_n I$

# **PARTIE II**

On considère la fonction f,  $2\pi$ -périodique, définie sur l'intervalle  $]-\pi,\pi]$  par  $f(x)=\cos(\lambda x)$  où  $\lambda$  est un paramètre réel strictement positif.

#### **Question 23:** La fonction f est continue

- A) au point  $x = \pi$  pour au moins une valeur de  $\lambda$
- B) au point  $x = \pi$  uniquement pour  $\lambda = 1$
- C) sur IR pour tout paramètre  $\lambda$  réel
- D) sur IR uniquement pour  $\lambda$  entier pair

#### **Question 24:** La fonction *f*

- A) est, pour tout  $\lambda$  réel, dérivable en  $\pi$
- B) n'est dérivable en  $\pi$  pour aucune valeur du paramètre réel  $\lambda$
- C) est, pour tout  $\lambda$  entier, de classe  $C^1$  sur IR
- D) n'est pas dérivable sur IR lorsque  $\lambda$  est un entier

#### **Question 25:** La fonction *f*

- A) est développable en série de Fourier car toute fonction  $2\pi$ -périodique l'est
- B) est développable en série de Fourier car toute fonction de classe  $C^1$  sur IR 1'est
- C) est développable en série de Fourier car toute fonction continue l'est
- D) n'est pas développable en série de Fourier car pour cela il est nécessaire que la fonction soit périodique et de classe  $C^2$  sur IR

#### **Question 26:** La fonction f

- A) est paire car la fonction cosinus l'est
- B) est impaire
- C) ne peut être  $2\pi$ -périodique car il existe des valeurs du paramètre  $\lambda$  pour lesquelles  $\cos(\lambda x)$  n'admet pas  $2\pi$  pour période
- D) est  $2\pi$ -périodique car, pour tout  $\lambda$  réel, la fonction  $\cos(\lambda x)$  est  $2\pi$ -périodique
- **Question 27:** De manière générale si l'on note  $S_n(g)$  la somme partielle de rang n, n entier strictement positif, du développement en série de Fourier trigonométrique de la fonction g  $2\pi$ -périodique et de classe  $C^1$  par morceaux sur IR, la suite des sommes partielles  $S_n(g)$ 
  - A) converge en moyenne quadratique vers g sur IR
  - B) converge en movenne quadratique vers g sur tout intervalle de longueur  $2\pi$
  - C) converge normalement vers g sur IR
  - D) converge en tout point x de IR vers g(x)
- **Question 28 :** Revenant à la fonction f, on note la  $S_n(f)$  suite des sommes partielles associée au développement en série de Fourier de cette fonction f
  - A) lorsque  $\lambda$  est un entier la suite  $S_n(f)(x)$  converge vers 0 en tout point x de IR
  - B) lorsque  $\lambda$  est un entier la suite  $S_n(f)(x)$  converge vers f(x) en tout point x de IR
  - C) lorsque  $\lambda$  est un réel non entier la suite  $S_n(f)(x)$  ne converge pas en tout point x de IR car f n'est pas continue sur IR
  - D) lorsque  $\lambda$  est un réel non entier la suite  $S_n(f)(x)$  converge en tout point x de IR car f satisfait les conditions du théorème de Dirichlet

- Question 29: Les coefficients de Fourier trigonométriques  $a_0$ ,  $a_n$  et  $b_n$  de la fonction f vérifient
  - A)  $b_n = 0$  pour tout *n* entier strictement positif car *f* est impaire
  - B)  $a_n = 0$  pour tout *n* entier naturel car  $\hat{f}$  est paire
  - C) Pour tout *n* entier strictement positif et tout  $\alpha$  réel  $a_n = (1/\pi) \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} f(x) \cos(nx) dx$
  - D) Pour tout *n* entier strictement positif  $b_n = (2/\pi) \int_0^{\pi} \cos(\lambda x) \cos(nx) dx$
- Question 30: On a les relations suivantes
  - A)  $2 \cos p \cos q = \cos(p-q) + \cos(p+q)$
  - B)  $2 \cos p \cos q = \cos(q-p) \cos(p+q)$
  - C)  $2 \sin p \sin q = \cos(q-p) + \sin(p+q)$
  - D) 2 sin p cos q = sin(p-q) + sin(p+q)
- **Question 31 :** On suppose le paramètre  $\lambda$  réel non entier. Les coefficients de Fourier trigonométriques  $a_0$ ,  $a_n$  et  $b_n$  de la fonction f vérifient alors
  - A)  $a_0 = 1/2\pi$
  - B)  $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$  et  $a_n = 0$  pour tout *n* entier strictement positif
  - C)  $a_0 = \sin(\lambda \pi)/(\lambda \pi)$  et  $a_n = 2\lambda (-1)^n \sin(\lambda \pi)/(\lambda^2 n^2)$  pour tout n entier strictement positif
  - D)  $a_0 = 0$  et  $a_n = 2\lambda (-1)^n \sin(\lambda \pi)/(\pi(\lambda^2 n^2))$  pour tout n entier strictement positif
- Question 32 : On suppose que le paramètre  $\lambda$  est un entier non nul. Les coefficients de Fourier trigonométriques  $a_0$ ,  $a_n$  et  $b_n$  de la fonction f vérifient alors
  - A)  $a_0$  est nécessairement non nul et  $b_n = 0$  pour tout n entier strictement positif
  - B)  $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$  et  $a_n = 0$  pour tout *n* entier strictement positif
  - C)  $a_0 = \sin(\lambda \pi)/(\lambda \pi) = 0$  et  $a_n = 0$  pour tout n entier strictement positif
  - D)  $a_0 = 0$ ,  $a_{\lambda} = 1$  et  $a_n = 0$  pour tout n entier strictement positif différent de  $\lambda$
- **Question 33 :** On suppose que  $\lambda = 1/4$ . Les coefficients de Fourier trigonométriques  $a_0$ ,  $a_n$  et  $b_n$  de la fonction f vérifient alors
  - A)  $a_0 = 4\sqrt{2}/\pi$  et  $a_n = 4\sqrt{2} (-1)^n/(\pi(1+16n^2))$  pour tout n entier strictement positif
  - B)  $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$  et  $a_n = 0$  pour tout *n* entier strictement positif
  - C)  $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$  et  $a_n = 4\sqrt{2} (-1)^n/(\pi(1-16n^2))$  pour tout n entier strictement positif
  - D)  $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$  et  $a_n = 2\sqrt{2}(-1)^n/(\pi(1-16n^2))$  pour tout *n* entier strictement positif

#### **Question 34:** On suppose toujours que $\lambda = 1/4$ . On a alors

A) pour tout t réel, 
$$f(t) = (2\sqrt{2}/\pi)\{1 + 2\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n/(1-16n^2)\}$$

B) pour tout t réel, 
$$f(t) = (2\sqrt{2}/\pi)\{1 + 2\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cos(nt)/(1-16n^2)\}$$

C) pour tout t réel, 
$$f(t) = (2\sqrt{2}/\pi)\{1 + 2\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cos(2nt)/(1 - 16n^2)\}$$

D) 
$$\sum_{n=1}^{+\infty} 1/(1-16n^2) = (\pi/8) -1$$

# **PARTIE III**

On considère l'équation différentielle

(E) 
$$x^2y''(x) + x(x+1)y'(x) - y(x) = 0$$

#### Question 35:

- A) les fonctions  $x^2$  et x(x+1) étant continues sur IR, l'ensemble des solutions de (E) sur IR est un IR-espace vectoriel de dimension 2
- B) les fonctions  $-1/x^2$  et (x+1)/x étant continues sur IR $-\{0\}$ , l'ensemble des solutions de (E) sur IR est un IR-espace vectoriel de dimension 1
- C) les fonctions  $-1/x^2$  et (x+1)/x étant continues sur IR- $\{0\}$ , l'ensemble des solutions de (E) sur  $]0,+\infty[$  est un IR-espace vectoriel de dimension 2
- D) les fonctions  $-1/x^2$  et (x+1)/x étant continues sur IR $-\{0,1\}$ , l'ensemble des solutions de (E) sur  $]-\infty,0[$  est un IR-espace vectoriel de dimension 1

**Question 36 :** On note, si elle existe,  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  une solution de (E) développable en série entière de rayon de convergence R

- A) (E) n'admet pas de solution développable en série entière au voisinage de 0
- B)  $(n+1)a_n na_{n+1} = 0$  pour tout entier n strictement positif,  $a_0 = 0$  et  $a_1$  arbitraire
- C)  $(n^2-2n-1+n x) a_n = 0$  pour tout entier naturel n
- D)  $(n+1)a_n + a_{n-1} = 0$  pour tout entier strictement positif n et  $a_0$  arbitraire

- **Question 37 :** Le rayon de convergence R de cette série entière solution de l'équation différentielle (E), si elle existe, est égal à
  - A) 0 car la seule solution développable en série entière est la fonction nulle
  - B)  $+\infty$  car la suite de terme général  $a_{n+1}/a_n$  tend vers 0 quand n tend vers  $+\infty$  pour tout réel  $a_1$  non nul
  - C) 1 car la suite de terme général  $a_{n+1}/a_n$  tend vers 1 quand n tend vers  $+\infty$
  - D)  $+\infty$  car la suite de terme général  $a_{n+1}/a_n$  tend vers  $+\infty$  quand n tend vers  $+\infty$  pour tout réel  $a_1$  non nul
- Question 38 : Une série entière de rayon de convergence R, réel strictement positif, est
  - A) normalement convergente sur tout compact de l'intervalle ]-R,R[
  - B) toujours absolument et simplement convergente sur l'intervalle [-R,R]
  - C) simplement convergente sur l'intervalle ]-R,R[ mais n'est pas nécessairement absolument convergente sur cet intervalle
  - D) toujours normalement convergente sur l'intervalle ]-R,R[
- **Question 39 :** La suite  $(a_n)$ , n entier naturel, des coefficients du développement en série entière d'une solution de l'équation différentielle (E)
  - A) est définie par  $a_0 = 0$  et  $a_n = (-1)^n 2a_1/((n+1)!)$  pour tout entier strictement positif n, où  $a_1$  est un réel quelconque
  - B) est définie pour tout entier naturel n par  $a_n = a_0(-1)^n/((n+1)!)$  où  $a_0$  est un réel quelconque
  - C) est définie par  $a_0 = 0$  et  $a_n = (-1)^n a_1/((n+1)!)$  pour tout entier strictement positif n où  $a_1$  est un réel quelconque
  - D) n'est pas définie car il n'existe pas de solution développable en série entière autre que la fonction nulle

#### **Question 40:**

- A) L'ensemble des fonctions f solutions de (E) développables en série entière se réduit nécessairement à la fonction nulle
- B) Les fonctions f solutions de (E) développables en série entière sont définies sur IR par  $f(x) = 2a_1(e^{-x}-1)/x$
- C) Les fonctions f solutions de (E) développables en série entière sont définies sur IR par  $f(x) = 2a_1(e^{-x}-1+x)/x$
- D) les seules solutions de (E) sur IR sont les fonctions ( $b e^{-x}/x$ )(1+(x 1) $e^x$ ) où b est un réel quelconque

# **ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE**

Session 2008

# CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve commune obligatoire de PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient: 2

Ce sujet comporte :

1 page de garde 2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso 1 page d'avertissement 14 pages de texte recto/verso

**CALCULATRICE AUTORISEE** 

#### ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE

#### A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire de physique» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

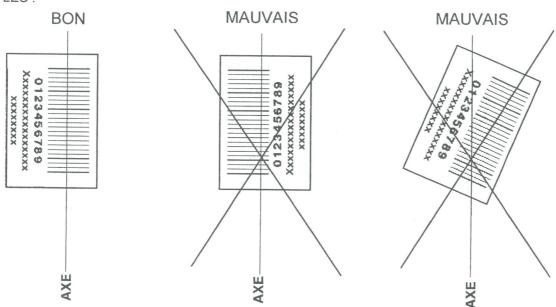
#### ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de physique (voir modèle ci-dessous).

#### POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

#### **EXEMPLES:**



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée avant l'énoncé du sujet lui-même.

  Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b,

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question. la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne : vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

**EXEMPLES DE RÉPONSES** 

#### Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- a)  $\lim(PV) = RT$ , quelle que soit la nature du gaz.
- b) PV = RT quelles que soient les conditions de pression et température.
- c) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- d) L'énergie interne ne dépend que de la température.

#### Exemple II: Question 2:

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique  $\sigma$ , la forme locale de la loi d'OHM est :

a) 
$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\sigma}$$

b) 
$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

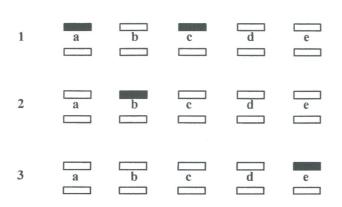
b) 
$$\vec{j}=\sigma\vec{E}$$
 c)  $\vec{E}=\sigma^2\vec{j}$  d)  $\vec{j}=\sigma^2\vec{E}$ 

d) 
$$\vec{j} = \sigma^2 \vec{E}$$

#### Exemple III: Question 3:

- Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- b) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- Le rendement du cycle de CARNOT est  $1 + \frac{T_2}{T_c}$ C)
- d) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :



# **AVERTISSEMENT**

# Questions liées :

#### Question 1:

Un câble coaxial est constitué de deux cylindres (?) et (?) de même axe zz':

- $(\mbox{\ensuremath{\varnothing}})$  est l'âme du câble : c'est un conducteur plein de rayon  $R_{\rm l}$  et de conductivité  $\gamma$  .
- $\left(\widehat{c_2}\right)$  est la gaine du câble : c'est un conducteur creux de rayons  $R_2\left(>R_1\right)$  et  $R_3\left(>R_2\right)$ , et de conductivité  $\gamma$ .

L'âme du câble est parcourue par un courant stationnaire d'intensité I constante suivant les z croissants. Le courant revient ensuite en sens inverse par la gaine avec la même intensité.

Un point M quelconque de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques dans la base  $\mathcal{B}\left(\overrightarrow{e_{\rho}}, \overrightarrow{e_{\varphi}}, \overrightarrow{e_{z}}\right)$  du repère orthonormé  $\Re$  lié au laboratoire.

On note  $\overrightarrow{J_1}$  et  $\overrightarrow{J_2}$  les densités de courant, respectivement, dans  $(\widehat{q})$  et  $(\widehat{q})$ .

$$\mathbf{A}) \ \overrightarrow{J_1} = \overrightarrow{J_2}$$

$$\overrightarrow{C}$$
 )  $\overrightarrow{J_1} = -\overrightarrow{J_2}$ 

$$\mathbf{B} ) \left\| \overrightarrow{J_1} \right\| = \left\| \overrightarrow{J_2} \right\|$$

$$\boxed{\mathbf{D} \ ) \ \|\overrightarrow{J_1}\| = \frac{R_1^2}{R_3^2 - R_2^2} \|\overrightarrow{J_2}\|}$$

#### Question 2:

Soit  $\vec{B}(M)$  et  $\vec{A}(M)$ , respectivement, le champ magnétique et le potentiel vecteur créés en un point M quelconque de l'espace, tels que  $\vec{B}(M) = B\vec{u}$  et  $\vec{A}(M) = A\vec{v}$ , où  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont respectivement les vecteurs unitaires colinéaires à  $\vec{B}(M)$  et  $\vec{A}(M)$ .

L'origine du potentiel vecteur sera prise sur l'axe zz'.

**A**) 
$$\vec{B}(M) = B(\varphi)\vec{e_{\alpha}}$$

**B**) 
$$\vec{B}(M) = B(\rho)\vec{e_{\rho}}$$

C) 
$$\vec{A}(M) = A(\rho)\vec{e}$$

**D**) 
$$\vec{A}(M) = A(z)\vec{e_{\rho}}$$

#### Question 3:

Pour un point M tel que  $\rho < R_1$ :

$$\mathbf{A} ) B = \frac{\mu_o J_1 \rho}{2}$$

$$\mathbf{C}) B = \frac{\mu_o I \rho}{2\pi R_1^2}$$

**B**) 
$$A = \frac{\mu_o J_1 \rho^2}{4}$$

**D**) 
$$A = \frac{\mu_o I \rho^2}{4\pi R_1^2}$$

#### Question 4:

Pour un point M tel que  $R_1 < \rho < R_2$ :

**A**) 
$$B = \frac{\mu_o J_1 R_1^2}{2\rho}$$

$$\mathbf{C} ) B = \frac{\mu_o I}{2\pi\rho}$$

**B**) 
$$A = -\frac{\mu_o J_1 R_1^2}{2} \ln \frac{\rho}{R_1}$$

$$\mathbf{D}) A = -\frac{\mu_o I}{2\pi} \ln \frac{\rho}{R_1}$$

#### Question 5:

Pour un point M tel que  $R_2 < \rho < R_3$ :

**A**) 
$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi\rho} \frac{R_1^2 + R_2^2 - \rho^2}{R_2^2}$$

**B**) 
$$A = -\frac{\mu_o J_2}{2} \left[ R_3^2 \ln \frac{\rho}{R_2} - \rho^2 + R_2^2 \right]$$
.

C) 
$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi\rho} \frac{R_1^2 + R_2^2 - \rho^2}{R_1^2}$$

$$D ) A = -\frac{\mu_o I}{4\pi \left(R_3^2 - R_2^2\right)} \left[ 2R_3^2 \ln \frac{\rho}{R_2} - \rho^2 + R_2^2 \right]$$

#### Question 6:

Pour un point M tel que  $\rho > R_3$ :

**A**) 
$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi\rho} \frac{R_1^2 + R_2^2 - R_3^2}{R_1^2}$$

**B**) 
$$A = -\frac{\mu_o I}{2\pi} \frac{R_3^2}{R_3^2 - R_2^2} \ln \frac{R_3}{R_2}$$

**C**) 
$$B = 0$$

**D**) 
$$A = -\frac{\mu_o I}{2\pi} \left[ \ln \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \ln \frac{R_3}{R_2} \right]$$

#### Question 7:

On se place maintenant en régime lentement variable : l'intensité parcourant l'âme et la gaine est fonction du temps. Elle est notée i(t), telle que  $i(t) = I_o \cos \omega t$ , où  $I_o$  et  $\omega$  sont des constantes.

Il apparaît un phénomène d'induction:

- A) Uniquement dans les milieux conducteurs.
- B ) Uniquement dans l'espace interconducteur.
- C) Uniquement dans l'âme et la gaine.
- D) Dans tout l'espace.

#### Question 8:

Le champ électrique  $\vec{E}(M)$  accompagnant  $\vec{B}(M)$  peut se mettre sous la forme :  $\vec{E}(M) = E\vec{w}$ , où  $\vec{w}$  est le vecteur unitaire colinéaire à  $\vec{E}(M)$ .

A)
$$E(\rho < R_1) = -\frac{\mu_o I_o \omega \rho^2}{4\pi R_1^2} \sin \omega t$$

$$E(R_2 < \rho < R_3) = \frac{\mu_o}{4\pi} \left[ \frac{2R_3^2}{R_3^2 - R_2^2} \ln \frac{\rho}{R_2} + 2 \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3^2 - \rho^2}{R_3^2 - R_2^2} \right] \frac{di}{dt}$$

C)
$$E(R_1 < \rho < R_2) = -\frac{\mu_o I_o \omega}{2\pi} \ln \frac{\rho}{R_1} \sin \omega t$$

$$E\left(\rho > R_3\right) = 0$$

#### Question 9:

On considère une longueur unité de câble coaxial. Il apparaît une puissance instantanée  $p_J(t)$  dissipée par effet Joule, dont la valeur moyenne est  $P_J$ :

- A) Uniquement dans les milieux conducteurs.
- B) Uniquement dans l'espace interconducteur.
- C) Uniquement dans l'âme et la gaine.
- D ) Dans tout l'espace.

## Question 10:

$$\mathbf{A}) p_J(t) = 0$$

**B**) 
$$P_{J} = 0$$

3

$$\mathbf{C} ) p_J(t) = 2\pi \int_0^\infty \gamma E^2 \rho d\rho$$

$$\mathbf{D} ) P_{J} = \frac{1}{2} |p_{J}(t)|$$

#### Question 11:

On s'intéresse à un modèle d'équilibre de l'air dans l'atmosphère terrestre. Dans le référentiel terrestre, on choisit un repère orthonormé dont l'origine O est située à la surface de la Terre et où le seul vecteur unitaire d'intérêt est  $\vec{e}_z$  et est dirigé vers les altitudes croissantes (les variables thermodynamiques ne varient que selon l'altitude).

On suppose que les seules forces agissant sur un élément de fluide sont les forces de pression et la force due au champ de pesanteur (caractérisé par  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ ).

On suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait de constante massique r. On note T(z), p(z) et  $\rho(z)$  respectivement la température, la pression et la masse volumique de l'air à l'altitude z.

$$\mathbf{A} ) \frac{dT(z)}{dz} = -\frac{g}{r}$$

$$\mathbf{C}) \frac{dp(z)}{dz} = g\rho(z)$$

**B**) 
$$\frac{1}{\rho(z)} \frac{d\rho(z)}{dz} + \frac{1}{T(z)} \frac{dT(z)}{dz} = -\frac{g}{rT(z)}$$

**D**) 
$$\frac{dp(z)}{dz} = -g\rho(z)$$

#### Question 12:

On suppose pour cette question que l'atmosphère est isotherme. On note  $T_0$  la température correspondante.

$$\mathbf{A} ) \quad p(z) = p(0) - gz \rho(z)$$

A) 
$$p(z) = p(0) - gz\rho(z)$$
  
C)  $p(z) = p(0) \exp\left(-\frac{gz}{rT_0}\right)$ 

**B**) 
$$p(z) = p(0) + gz \rho(z)$$

**B**) 
$$p(z) = p(0) + gz \rho(z)$$
  
**D**)  $p(z) = p(0) \exp\left(\frac{gz}{rT_0}\right)$ 

#### Question 13:

Un modèle plus pertinent consiste à considérer que l'atmosphère est en équilibre adiabatique à toute altitude (on a  $p(z) = k [\rho(z)]^{\gamma}$  où k est une constante et  $\gamma$  est le rapport des capacités thermiques à pression et volume constant de l'air). La température ne peut plus être alors considérée comme

On supposera cependant que le calcul de la question précédente donnant l'évolution de la pression en fonction de l'altitude est une bonne approximation que l'on ne remet pas en cause pour la basse atmosphère. On utilisera le fait que  $\frac{rT_0}{} >> z$  pour linéariser les expressions.

C) 
$$T(z) \approx T_0 \left( 1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{gz}{rT_0} \right)$$

**B**) 
$$T(z) \approx T_0 \left( 1 + \frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{gz}{rT_0} \right)$$

$$\mathbf{D} ) T(z) \approx T_0 \left( 1 - \frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{gz}{rT_0} \right)$$

#### Question 14:

Une sphère de centre O et de rayon R est le siège d'une réaction exothermique. La puissance thermique volumique dégagée est uniforme dans la sphère et notée P. Le problème est à symétrie sphérique et on repère n'importe quel point de l'espace par la coordonnée r qui représente la distance au point O.

La sphère est plongée dans un milieu fluide homogène de conductivité thermique  $\lambda$  et pour lequel la température à l'infini vaut  $T_{\infty}$ . On suppose que les phénomènes de transfert thermique dans le milieu fluide sont uniquement liés à la conduction thermique. On se place pour toute l'étude en régime permanent.

On rappelle que la composante selon r (en coordonnées sphériques) du gradient d'une fonction gs'écrit simplement  $\frac{\partial g}{\partial x}$ .

On note j(r) la densité surfacique de flux thermique à la distance r > R du point O.

A) 
$$j(r) = \frac{4\pi R^3 P}{3r^2}$$
C) 
$$j(r) = \frac{PR^2}{r}$$

$$\mathbf{C} ) \quad j(r) = \frac{PR^2}{r}$$

**B**) 
$$j(r) = \frac{R^3 P}{3r^2}$$

$$\mathbf{D} ) j(r) = \frac{PR^2}{3r}$$

## Question 15:

On note T(r) la température à la distance r > R de O.

**A)** 
$$T(r) = T_{\infty} + \frac{R^3 P}{3\lambda r}$$
**C)**  $T(r) = T_{\infty} + \frac{R^3 P}{\lambda r}$ 

C) 
$$T(r) = T_{\infty} + \frac{R^3 P}{\lambda r}$$

$$\mathbf{B} ) \ T(r) = T_{\infty} - \frac{R^3 P}{\lambda r}$$

$$\mathbf{D} ) T(r) = T_{\infty} + \frac{R^3 P}{2\lambda r}$$

#### Question 16:

Exprimer la résistance thermique  $R_{th}$  de conduction pour une portion de fluide comprise entre deux sphères concentriques repérées par les rayons  $r_1$  et  $r_2 > r_1$ .

**A**) 
$$R_{th} = \frac{1}{2\pi\lambda(r_1 + r_2)} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

**B**) 
$$R_{th} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda (r_1^2 + r_2^2)}$$

**C**) 
$$R_{th} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi\lambda(r_1^2 + r_2^2)}$$

$$\mathbf{D}) R_{th} = \frac{1}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

#### Question 17:

Remarque: Les variables et fonctions thermodynamiques sont repérées à chaque état d'équilibre par l'indice correspondant. T, p et V sont utilisées pour désigner respectivement la température, la pression et le volume.

Un cylindre vertical surmonté d'un piston (de surface S) mobile sans frottement de masse  $M_p$ , enferme une quantité m de gaz (obéissant au modèle du gaz parfait), de constante massique r et dont le rapport des capacités thermiques vaut  $\gamma$ . Les parois du cylindre et du piston sont perméables à la chaleur.

A l'état initial A, le système est en équilibre thermodynamique au contact de l'atmosphère dont la température et la pression (supposées constante) valent respectivement  $T_{atm}$  et  $p_{atm}$ . On bloque mécaniquement le piston lorsque le système est dans l'état A, et on le met au contact d'une source de chaleur à la température  $T_S > T_{atm}$ . Le gaz évolue vers un état d'équilibre noté B. On note g l'accélération de la pesanteur.

· L'expression de la variation d'entropie  $\Delta S_{AB}$  entre l'état B et l'état A est :

**A**) 
$$\Delta S_{AB} = \frac{mr}{\gamma - 1} \frac{T_B - T_A}{T_S}$$

**B**) 
$$\Delta S_{AB} = \frac{mr}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_S}{T_{atm}} \right)$$

C) 
$$\Delta S_{AB} = \frac{mr}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{p_B}{p_A} \right)$$

$$\mathbf{D} ) \Delta S_{AB} = mr \frac{T_B - T_A}{T_S}$$

#### Question 18:

Donner l'expression de l'entropie produite  $S_p$  au cours de la transformation AB:

$$\mathbf{A}) S_p = \frac{mr}{\gamma - 1} \frac{T_S - T_{atm}}{T_S}$$

$$\mathbf{B})\ S_p=0$$

$$\mathbf{C}$$
 )  $S_p = \Delta S_{AB}$ 

**D**) 
$$S_p = \frac{mr}{\gamma - 1} \left[ \ln \left( \frac{T_S}{T_{atm}} \right) - \frac{T_S - T_{atm}}{T_S} \right]$$

#### Question 19:

On souhaite que le gaz reste dans l'état d'équilibre B après avoir débloqué le piston. Pour cela, on dépose sur le piston une masse M, puis on supprime le blocage mécanique.

A) 
$$M = \frac{p_{atm}S}{g} + \frac{T_S}{T_{atm}}M_p$$

B)  $M = \left(\frac{p_B}{p_A} - 1\right)M_p$ 

C)  $M = \left(\frac{p_{atm}S}{g} + M_p\right)\left(\frac{T_S}{T_{atm}} - 1\right)$ 

D)  $M = \left(\frac{p_{atm}S}{g} + M_p\right)\frac{p_B}{p_A}$ 

#### Question 20:

Le piston est maintenant libre de se déplacer et le gaz se trouve dans l'état B (avec la surcharge M). On isole alors thermiquement l'ensemble du dispositif puis on enlève brusquement la masse M. Lorsque le gaz atteint l'état d'équilibre on note  $T_C$  sa nouvelle température.

**A**) 
$$T_C = \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_{atm} + \frac{1}{\gamma} T_S$$

$$\mathbf{B}) T_C = \frac{\gamma - 1}{\gamma} (T_S + T_{atm})$$

$$\mathbf{C}$$
)  $T_C = \frac{\gamma - 1}{\gamma} T_S + \frac{1}{\gamma} T_{atm}$ 

$$\mathbf{D} \ ) \ T_C = T_{atm}$$

Pour les questions 21 à 29, on réalise des montages optiques à l'aide de différentes lentilles minces  $(L_n)$ , de vergence  $V_n$ , de distance focale  $f_n$  et de centre optique  $O_n$ . L'objet de  $(L_n)$  sera noté  $A_nB_n$ , et son image  $A'_nB'_n$ . Les mesures algébriques objet et image seront respectivement notées  $p_n$  et  $p'_n$ , et le grandissement transversal est  $(G_i)_n = \frac{\overline{A'_nB'_n}}{\overline{A_nB_n}}$ .

Toutes les expériences sont réalisées dans l'air, et dans le cadre de l'approximation de Gauss. Tous les éléments optiques sont centrés sur un même axe optique, et toutes les images sont observées à l'aide d'un simple écran translucide.

#### Question 21:

Un premier objet réel  $A_1B_1$  est placé à la distance  $p_1 = -f_1$  de la lentille <u>convergente</u>  $(L_1)$ , avec  $|f_1| = 15$  cm.

- A) L'image est à la distance  $p'_1 = f_1$ .
- ${\bf B}$  ) L'image n'est visible qu'à une distance de  $\left(L_1\right)$  considérée comme infinie par rapport aux dimensions du système.
  - C) L'image, réelle, est renversée par rapport à l'objet.
  - D) L'image, virtuelle, est renversée par rapport à l'objet.

## Question 22:

Soit la lentille <u>convergente</u>  $(L_2)$   $(|f_2|=15 \text{ cm})$  placée à la distance d de  $(L_1)$ , telle que  $d > f_1 + f_2$ . L'association  $(L_1)+(L_2)$  constitue le montage  $\mathbb O$ . On note  $(G_t)_{total}$  le grandissement total de ce montage.

**A**) 
$$p'_2 = f_2$$

$$\mathbb{C} ) \left( G_{t} \right)_{total} = \frac{f_{2}}{f_{1}}$$

**B**) 
$$p_2 = -f_2$$

$$\mathbf{D} ) \left( G_{\iota} \right)_{total} = \left( G_{\iota} \right)_{1} + \left( G_{\iota} \right)_{2}$$

## Question 23:

A partir du montage  $\odot$ , la lentille <u>divergente</u>  $(L_3)$   $(|f_3| = 20 \text{ cm})$  est placée de telle sorte que  $O_3$  soit confondu avec le foyer objet de  $(L_2)$ . L'ensemble ainsi constitué par les trois lentilles est le montage  $\odot$ .

**A**)  $p'_3$  est infini.

**B**)  $p_3 = f_3$ 

 $C ) p'_2 = f_2$ 

**D**)  $p_2 = -f_2$ 

## Question 24:

Soit  $D_1$  la distance algébrique dont on déplace l'écran entre les montages 1 et 2, pour visualiser l'image finale.

**A**) 
$$D_1 = +20$$
 cm

**B**) 
$$D_1 = +11,25$$
 cm

$$\left| \mathbf{C} \right| \left( G_{t} \right)_{2} = -\frac{4}{3}$$

**D**) 
$$(G_i)_2 = \frac{3}{4}$$

## Question 25:

**A**) 
$$p_2 = -35$$
 cm

**B**) 
$$p'_2 = +15 \text{ cm}$$

**C**) 
$$p_2 = -30$$
 cm

**D**) 
$$p'_2 = +26,25$$
 cm

## Question 26:

On remplace la lentille divergente  $(L_3)$  par la lentille convergente  $(L_4)$ , dont la vergence est  $V_4 = +5 \ \delta$ . L'ensemble constitué par les lentilles  $(L_1)+(L_2)+(L_4)$  est le montage ③. Soit  $D_2$  la distance algébrique dont on déplace l'écran entre les montages ① et ③, pour visualiser l'image finale.

- A) L'ensemble  $(L_2)+(L_4)$  n'est pas un système afocal.
- **B**) L'objet de  $(L_2)$  est réel.
- C ) L'image de  $\left(L_{2}\right)$  est réelle.
- ${\bf D}$  ) L'image de  $\left(L_4\right)$  est virtuelle.

## Question 27:

**A**) 
$$D_2 = -11,25$$
 cm

$$\mathbb{C}$$
 )  $(G_t)_2 = +\frac{4}{3}$ 

**B**) 
$$D_2 = +8,90$$
 cm

**D**) 
$$(G_t)_2 = -\frac{3}{4}$$

#### Question 28:

On remplace la lentille convergente  $(L_4)$  par la lentille convergente  $(L_5)$ , dont la vergence est  $V_5 = +10 \ \delta$ . L'ensemble constitué par les lentilles  $(L_1)+(L_2)+(L_5)$  est le montage 6. Soit  $D_3$  la distance algébrique dont on déplace l'écran entre les montages 1 et 4, pour visualiser l'image finale.

- ${\bf A}$  ) L'ensemble  $\left(L_{\rm 2}\right)+\left(L_{\rm 5}\right)$  est un système afocal.
- **B** ) L'objet de  $(L_2)$  est réel.
- C ) L'image de  $\left(L_{2}\right)$  est réelle.
- **D**) L'image de  $(L_5)$  est virtuelle.

### Question 29:

**A**) 
$$D_3 = -10$$
 cm

**C**) 
$$(G_t)_2 = +\frac{2}{3}$$

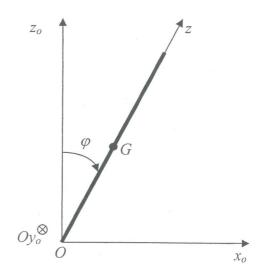
**B**) 
$$D_3 = +15$$
 cm

**D**) 
$$(G_t)_2 = +\frac{3}{2}$$

## Question 30:

Soit le repère orthonormé direct  $\Re_o(O, \overrightarrow{e_{x_o}}, \overrightarrow{e_{y_o}}, \overrightarrow{e_{z_o}})$  associé au laboratoire et considéré comme galiléen.  $\overrightarrow{e_{z_o}}$  est la verticale ascendante.

Une plaque (P) rectangulaire ABCD, d'épaisseur négligeable et de côtés a et b respectivement suivant Oz et Oy, axes fixes par rapport à la plaque, peut tourner, dans l'air, autour de  $\overrightarrow{e_y} = \overrightarrow{e_{y_o}}$ :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{be_{y_o}}$ . Le centre O du repère est le milieu de AB. La rotation de la plaque est caractérisée par l'angle  $\varphi$  entre  $Oz_o$  et Oz. La liaison de la barre sur l'axe Oy (réaction  $\overrightarrow{R}$ ) s'effectue sans frottement.



. A l'instant initial (t = 0), le centre de masse G de la plaque est situé sur la verticale ascendante, et la plaque est légèrement déséquilibrée, de manière à la mettre en mouvement.

La plaque homogène a une masse M, et son moment d'inertie par rapport à l'axe Gy (axe passant par G et parallèle à Oy) est  $I_G = \frac{Ma^2}{12}$ . Soit  $I_O$  le moment d'inertie de (P) par rapport à l'axe Oy.

$$\mathbf{A}) \ I_O = \frac{Ma^2}{6}$$

**C**) 
$$I_O = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$$

**B**) 
$$I_O = \frac{M(a^2 + b^2)}{3}$$

**D**) 
$$I_O = \frac{Ma^2}{3}$$

## Question 31:

Soit  $\ddot{\varphi}$  la dérivée seconde de  $\varphi$  par rapport au temps. L'équation du mouvement oscillatoire de la barre est :

$$\mathbf{A}) \ddot{\varphi} + 3\frac{g}{a}\sin\varphi = 0$$

$$\mathbf{C}) \ddot{\varphi} - \frac{3g}{2a} \sin \varphi = 0$$

$$\mathbf{B}) \ddot{\varphi} - 3\frac{g}{a}\cos\varphi = 0$$

$$\mathbf{D}) \ddot{\varphi} + \frac{3g}{2a}\cos\varphi = 0$$

## Question 32:

Soit  $\xi_p$  et  $\xi_c$ , les énergies respectivement potentielle et cinétiques de (P). L'origine des énergies potentielles sera prise pour  $\varphi=0$ .

$$\mathbf{A} ) \ \mathsf{E}_{p} = -\frac{Mga}{2} (\cos \varphi - 1)$$

$$\mathbf{B} ) = \frac{1}{2} M \left( \frac{a}{2} \right)^2 \dot{\varphi}^2$$

C) 
$$E_p = \frac{Mga}{2}(\cos\varphi - 1)$$

$$\mathbf{D}) \ \mathsf{E}_{\mathsf{c}} = \frac{1}{2} M \bigg( \frac{a}{\sqrt{3}} \bigg)^2 \dot{\varphi}^2$$

## Queștion 33:

A) Il y a une seule position d'équilibre.

B) Il y a deux positions d'équilibre : une stable et une instable.

C) Il y a trois positions d'équilibre : deux stables et une instable.

**D**) Il y a trois positions d'équilibre : une stable et deux instables.

## Question 34:

Au bout d'un certain temps, le système effectue de petites oscillations. L'équation du mouvement s'écrit :

$$\mathbf{A}) \ddot{\varphi} + \frac{3g}{a}\varphi = 0$$

$$\mathbf{B}) \ddot{\varphi} - \frac{3g}{2a}\varphi = 3\frac{g}{a}$$

$$\mathbf{C}) \ddot{\varphi} - \frac{3g}{2a}\varphi = 0$$

$$\mathbf{D}) \ddot{\varphi} + \frac{3g}{2a}\varphi = 0$$

#### Question 35:

Soit  $\omega$  la pulsation du mouvement oscillatoire.

**A**) 
$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{a}}$$

**B**) 
$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2a}}$$

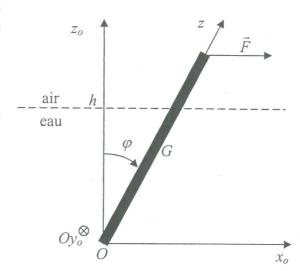
$$\mathbf{C}$$
 )  $\vec{R} = \vec{0}$ 

$$\mathbf{D}$$
)  $\vec{R} = Mg\vec{e_z}$ 

## Question 36:

On reprend les mêmes hypothèses et notations que pour la question 30, mais maintenant, la plaque a une épaisseur e (e < a et e < b) suivant la direction Ox, et le plan yOz est son plan médian. A l'instant initial (t=0), la plaque est immergée dans de l'eau sur une hauteur h < a (voir figure en coupe ci-contre), et elle subit une traction constante  $\vec{F} = F\overrightarrow{e_{x_a}}$  (avec F > 0) au milieu de CD

Lors du mouvement de rotation, on suppose que la dimension *a* est suffisamment grande pour que la plaque ne soit jamais totalement immergée, et on suppose que la nappe d'eau est toujours complètement plane (on néglige la houle résultant du mouvement de la plaque).



La densité de la plaque par rapport à l'eau est notée d.

Soit  $\vec{\pi}$  la poussée d'Archimède subit par la plaque.

$$\mathbf{A}) \vec{\pi} = -M\vec{g} = +Mg\vec{e}_{z_0}$$

**C**) 
$$\vec{\pi} = +Mg \frac{h\cos\varphi}{a} \overrightarrow{e_{z_o}}$$

**B**) 
$$\vec{\pi} = +Mg \frac{h}{ad \cos \varphi} \overrightarrow{e_{z_o}}$$

$$\mathbf{D}) \vec{\pi} = +Mg \frac{hd}{a\cos\varphi} \vec{e}_{z_o}$$

## Question 37:

P, centre de poussée de  $\vec{\pi}$ , vérifie :

$$\mathbf{A}) OP = \frac{a}{2\cos\varphi}$$

$$\mathbf{B} ) OP = \frac{h}{2\cos\varphi}$$

- C) Le centre de poussée P est un point de la plaque situé sur l'interface eau-air.
- **D** ) Le centre de poussée *P* est confondu avec le centre de masse de la plaque.

### Question 38:

L'angle  $\varphi_{\it eq}$  , permettant de repérer la position de la plaque lorsqu'elle est à l'équilibre, vérifie :

**A)** 
$$F = \frac{Mg}{2} \left[ \frac{h^2}{a^2 d \cos^2 \varphi_{\acute{e}q}} - 1 \right] \tan \varphi_{\acute{e}q}$$

**B**) 
$$F = \frac{Mg}{2} \left[ \frac{h^2}{a^2 d \cos^2 \varphi_{\acute{e}q}} + 1 \right] \tan \varphi_{\acute{e}q}$$

C) 
$$F = \frac{Mg}{2} \left[ \frac{h^2 d}{a^2 \cos^2 \varphi_{\acute{e}q}} - 1 \right] \tan \varphi_{\acute{e}q}$$

**D**) 
$$F = \frac{Mg}{2} \left[ \frac{h^2 d}{a^2 \cos^2 \varphi_{\dot{e}q}} + 1 \right] \tan \varphi_{\dot{e}q}$$

#### Question 39:

Dans le cas particulier où la force de traction est nulle :

- A) Il y a une seule position d'équilibre.
- B) Il y a deux positions d'équilibre : une stable et une instable.
- C ) Il y a trois positions d'équilibre : deux stables et une instable.
- **D** ) Il y a quatre positions d'équilibre : trois stables et une instable.

## Question 40:

La valeur de  $arphi_{\acute{e}q}$  est alors  $\left(arphi_{\acute{e}q}
ight)_{o}$ , et peut être telle que :

$$\mathbf{A}$$
 )  $\left(\varphi_{\acute{e}q}\right)_o=0$ 

C) 
$$\cos(\varphi_{eq})_o = -\frac{h}{a\sqrt{d}}$$
 et  $d > \left(\frac{h}{a}\right)^2$ 

**B**) 
$$\cos(\varphi_{\dot{e}q})_o = \frac{h\sqrt{d}}{a}$$
 et  $d > \left(\frac{a}{h}\right)^2$ 

$$\left| \mathbf{D} \right| \left( \varphi_{\acute{e}q} \right)_o = \pi$$

## CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

## Epreuve commune obligatoire d'ANGLAIS

Durée : 2 heures

Coefficient: 3

Ce sujet comporte :

1 page de garde 2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso 7 pages de texte recto/verso

**CALCULATRICE NON AUTORISEE** 

## ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS

#### A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire d'Anglais» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

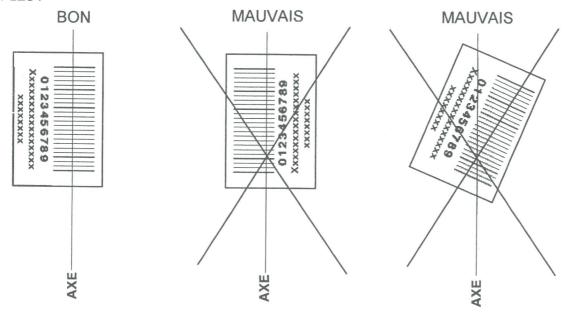
#### ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

 Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire épreuve d'anglais (voir modèle ci-dessous).

#### **POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES**

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

#### **EXEMPLES:**



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Le sujet comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. **N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 81 à 100**. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

Dans cette épreuve, il n'est accepté **qu'une réponse pour chaque question** ; ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.

Une bonne réponse vaut 1 point, une réponse fausse 0.

A - Les textes présentés ci-dessous sont extraits des grands médias d'actualités. Le titre ou le thème et le genre de chaque texte vous sont précisés. Complétez les textes à l'aide des mots ou groupes de mots proposés en bas de chaque page. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses.

#### TEXTE 1:

#### US plans permanent base on Moon

agency's deputy head is .......(7) as saying that the "fundamental lunar approach" will be very different to earlier Moon missions.

NASA has elected to build a lunar ......(8) rather than operate brief trips to the satellite as it did in the 1960s. NASA is also expected to ask other countries - and businesses - to help it .....(9) the base. The permanent base will be built near one of the two poles, as these are felt to have a moderate climate and more ......(10) - essential if the base is to use solar energy.

Funds for building the lunar base will be diverted from the space shuttle programme, which is to be phased out by 2010. After the Columbia space shuttle accident, US President George W Bush announced plans to send astronauts ......(11) the moon by 2020.

(1)	\	1 11	4 5							
(1)	a)	deliver	b)	serve	c)	dish	d)	wait	e)	use
(2)	a)	bridge	b)	point	c)	base	d)	board	e)	stone
(3)	a)	to succeed	b)	for succeed	c)	as succeed	d)	as success	e)	with success
(4)	a)	scraped	b)	stripped	c)	scrapped	d)	scooped	e)	strapped
(5)	a)	parked	b)	lived	c)	affected	d)	stationed	e)	resided
(6)	a)	And is it not	b)	Nor it is	c)	Neither is	d)	Nor is it	e)	Nor is
(7)	a)	quoted	b)	stated	c)	told	d)	claimed	e)	pretended
(8)	a)	outcrop	b)	output	c)	outside	d)	outcast	e)	outpost
(9)	a)	for build	b)	build	c)	being built	d)	with build	e)	to building
(10)	a)	sunny	b)	sunrise	c)	sunlight	d)	sunburst	e)	sunspot
(11)	a)	back up	b)	back	c)	to back	d)	backing	e)	back to

#### TEXTE 2:

## Flights halted at Brazil airports

Brazilian aviation authorities have suspended flights from three major airports after a failure in the air traffic communications system. Take-offs were suspended in the capital Brasilia and in Belo Horizonte, while most were also ......(12) at Sao Paulo's domestic airport.

International flights to and from Sao Paulo's other airport were unaffected. Flights ......(13)
Brazil have already been disrupted for several months as air traffic controllers work to .......(14).

Landings were allowed at ............(15) airports and the busy Sao Paulo-Rio de Janeiro shuttle was unaffected. An equipment failure made it difficult for air traffic controllers to communicate with pilots, .................(16) the three airports into chaos. The director of the country's aviation agency said there had never been a collapse of communications like it before. He could give no estimate how long repairs ........................(17).

(12) (13) (14) (15) (16) (17) (18) (19) (20) (21)	<ul> <li>a) annulled</li> <li>a) thoroughgoing</li> <li>a) rule</li> <li>a) the all three</li> <li>a) bowling</li> <li>a) had taken</li> <li>a) handle</li> <li>a) letting</li> <li>a) into</li> <li>a) will be</li> </ul>	b) cancelled b) trough b) law b) all three b) lancing b) are taking b) touch b) setting b) about b) is	c) reported c) throughout c) book c) three all c) tossing c) take c) finger c) putting c) that c) had been	d) dismissed d) thoroughfare d) text d) all of three d) bouncing d) would take d) grip d) pulling d) did d) was being	e) held e) throughput e) manual e) three whole e) throwing e) will be taken e) grasp e) leading e) whether e) be
--	--	--	--	---	--

#### TEXTE 3:

#### Mobiles 'cleared' of cancer risk

Long or short-term mobile phone use is not associated with increased risk of cancer, a major study has found. Mobile phone antennas emit electromagnetic fields that can penetrate the human brain. But a Danish team found no ......(22) that this was linked to an increased risk of tumours in the head or neck as .....(23) feared.

The study, of more than 420,000 mobile phone users, appears in the Journal of the National Cancer Institute. The researchers looked at data on people who had been using mobile phones as ......(24) 1982. More than 56,000 had been using a mobile phone for at least 10 years. They found nothing to suggest that users had a ......(25) risk of tumours in the brain, eye, or salivary gland, or leukaemia.

Professor Tricia M. of the University of Leeds, said: "The results of this Danish study are important as they have analysed data from mobile phone company records and do not rely on users ......(26) for up to 10 years in the past how often they used their phone. The large numbers of subscribers in the study ......(27) we can have some confidence in the results that have not linked mobile phone use to a risk of any cancer, including brain tumours."

The study follows a report ......(28) earlier this year which concluded that mobile phone use was not associated with a greater risk of brain cancer. An independent group for the UK government that looked into the safety of mobile phones in the late 1990s also concluded mobile phones did not appear to .....(29) health.

However, expert advice is still to limit mobile phone use among young people as a precautionary measure, as their head and nervous systems may still be developing. And the government currently advises mobile phone users to keep their call times short. There are more than one billion mobile phone users .....(30).

- evidence (22)a)
- (23)being a)
- (24)long as a) (25)fuller a)
- (26)remarking a)
- (27)result a)
- (28)composed a)
- (29)a) wound
- worldwide (30)a)

- b) obvious
- b) to be
- b) far back as
- b) more
- b) remaining
- b) mean
- b) spread b) harm
- b) for the world
- c) experiment c) been
- c) far away as
- c) higher
- c) remanding
- c) lead c) called
- c) hurt
- c) all the world
- d) witness
- d) had been d) far as
- d) further
- d) reminding
- d) cause
- d) published d) spoil
- d) worldly

- e) input
- e) to have been
- e) since
- e) better
- e) remembering
- e) affect
- e) edited
- e) upset
- e) out of this world

#### **TEXTE 4:**

Deux jeunes gens de nationalité différente comparent les moyens d'accès aux technologies de l'information et de la communication (ICT) dont ils disposent dans leur pays respectif.

## Mario (Nicaragua)

"In Nicaragua, a developing country located in Central America, most young people do not have access to ICT. However, they cannot help .......(31) aware of the changes currently taking place around them, thanks to the development of new technologies and media. They know, for example, that the opportunity to take advantage of digital information and downloadable content would significantly .......(32) their lives - it could be invaluable for their education, and even their entertainment. Young people are .......(33) to learn about ICT, what it could mean to them, and why it is growing in importance.

As a young student, who has been fortunate ......(34) to have access to education and to technology, I can say that the majority of the Nicaraguan population is simultaneously amazed by and afraid of modern technological advances, most ......(35) they merely hear about through radio and television reports.

In Nicaragua, where 50% of families live in rural areas and 20% are unable to read or write, ICT truly is a luxury and a privilege that very few people are afforded. The narrow sector of society, which has the opportunity to ......(36) modern technology, is generally made up of students from privileged schools and universities, and sometimes public institutions.

One of the principle barriers for accessing ICT is cost - only those families which have a high .......(37) or prestigious social status in Nicaragua are able to afford to have a computer. And owning a computer is by no means a sign that the family is also connected to the internet, because that is an additional cost, which is out of many people's ............(38). A handful of people, approximately 15% of the population, are able to enjoy the marvellous advantages of downloadable content - information through e-mail, MP3 files or video media content.

For people living in urban areas, who are less .......(39), there is always the option to use cyber cafés to enjoy downloadable content - but these services are expensive and thus digital barriers are widening. Older people represent another minority in the use of such service, as a large number of them are currently unemployed - a ......(40) of the old, traditional education system and a lack of foreign language skills."

(31) (32) (33) (34) (35) (36) (37) (38) (39) (40)	a)	keening although of all access wealth touch well up	b) b) b) b) b) b) b)	entrance hopeful above of which entry pay stretch well done	c) c) c) c) c) c)	but be enthrall ambition about of what gate income bounds well and good succession	d) d) d) d) d) d) d) d)	so be enhance wish again of this log purchase reach well heir	e) e) e) e) e) e) e) e) e)	or be enchant eager enough of them entrance bonus mind well off offspring
--	-------------------------------	---	----------------------	--	----------------------------------	--	-------------------------	---	----------------------------	--

#### Claudia (Lima, Peru)

"My dream is that all people from my country and countries with similar problems will grow professionally and together as a nation, developing and enhancing all our lives

Living in a world full of opportunities and political contradictions, which I often do not understand, I regularly feel lucky to have access to the internet and a university education. However, it ......(41) me that not everyone has this luxury - especially in developing countries. I am from Peru, where the digital connection between big cities, such as Lima, where I live, and rural communities in the highlands, or ......(42) in the forest, is critical.

This year I had the opportunity to see how the internet changed one community's quality of life. This community, ......(43) a few hours from Cusco Main City, did not have access to telephones or computers, and medical support was more than four hours away. For this reason, sickness was often left ......(44), and infant mortality rates were soaring.

Now, using VSAT technology (Very Small Aperture Terminal) - a satellite communications system that serves home and business users, using a box that interfaces between the user's computer and an .......(45) antenna, VoIP (Voice over Internet Protocol) technology, and some open source programmes, and thanks to an EU donation, they have been given a window through which they can view the real, "networked" world. They are now heard, they can obtain information, and as a result, lives ......(46) saved.

Aside from the tele-medicine benefits, this new world has also .................(47) educational opportunities. They are now experiencing new cultures without travelling. They can learn English - and people ...............(48) the world can learn their languages, such as Quechua, and Aymara. Through cultural exchanges such as this, levels of respect and tolerance are growing - issues which lie at the centre of many of the world's problems.

The networked world is also .......(49) these people to create their own web spaces, resulting in improved levels of tourism and product exportation. Blogs and downloads play an important role here, as people are able to share knowledge and ideas - how to .............(50) a website, for example, or install a soft phone. Things like this can be learned without needing to attend a school or ..............(51) in an expensive training course. It is amazing how much I have learned from blogs, without having to pay for programme licenses. The "open source culture" is a great help to me for most of my school work."

(41)	a)	means	b)	concerns	c)	appeals to	d)	treats	e)	addresses
(42)	a)	deep	b)	low	c)	dark	d)	shaded	e)	shuttered
(43)	a)	grounded	b)	founded	c)	rooted	d)	planted	e)	based
(44)	a)	careless	b)	unrepaired	c)	untreated	d)	incurable	e)	ignoring
(45)	a)	outreach	b)	outlay	c)	outlet	d)	outside	e)	outcast
(46)	a)	are being	b)	to be	c)	had been	d)	must be	e)	have
(47)	a)	expanded	b)	grown up	c)	risen	d)	fattened	e)	proven
(48)	a)	from	b)	about	c)	from around	d)	all from	e)	all about
(49)	a)	opening	b)	enabling	c)	avoiding	d)	powering	e)	learning
(50)	a)	concept	b)	intend	c)	fabricate	d)	design	e)	mock up
(51)	a)	overtake	b)	mistake	c)	undertake	d)	uptake	-	partake

## Claudia (Lima, Peru) - suite

"It is important that people develop their own opinions through blogging. However, I do think that allowing everyone the right to publicise their personal opinion could lead to child protection issues in the future.

All kinds of information are now available in this way, and education is therefore .......(52) as important as internet access. People have to be taught how to use a computer and how to maintain electronic equipment. In some communities there is no electricity, meaning that computer users rely on solar panels, so battery maintenance must be taught. Some ......(53) that this is the government's responsibility. Others are not so sure.

......(58) opinion, governments are already dedicated to this topic. In most third world countries, our problems and political situations are similar. It is for this reason that I think that organisations must be developed, which are not dependent on governments, giving people access to information. It is vital that this is achieved, or ......(59) aid will disappear magically.

It is going to be a hard job to get people ......(60) in all the activities that this mission requires but, in the end, we will all be satisfied if we use our skills to improve people's quality of life. Our mission will continue into the future."

(52) (53) (54) (55) (56) (57) (58) (59) (60)	a) a) a) a) a) a) a) a)	much argue and another correspondents no use factories To my alien incorporated	b) b) b) b) b) b) b)	all discuss and other counterparts not used facilitators In my outlandish implied	c) c) c) c) c) c)	just tell of the others opposites used facsimiles For my stranger involved	d) d) d) d) d) d) d) d) d)	near pretend or another citizens useful faculties As my abroad inferred	e) e) e) e) e) e) e)	right elect with the other residents useless facilities My foreign installed
--	-------------------------	---	----------------------	---	----------------------------------	--	----------------------------	---	----------------------	--

#### TEXTE 5

The world languages system

a)

b)

c)

d)

- (61) The increasing use of English(62) system is restructuring itself.(63) and may be accelerating. The
- (64) downward tend in language
- (65) English has the greatest
- (66) majority of the world's(67) language, including Chinese,
- (68) declining proportion of
- (69) in the world league tables.
- (70) Estimating the number of
- (71) it seems probable that(72) of first-language speakers.
- (73) fourth place, where its
- (74) century. Over the period
- (75) but, of all the world
- (76) significant shift within China
- (77) roughly the same size as
- (78) challenging English in some
- (79) speaking populations.
- (80) the USA. Spain is active

must be seen in a more The number of languages spread of Global English diversity began before impact on national languages are spoken English and the large the world's population. Only 50 years ago, it speakers of the Spanish, Hindi-Urdu Some commentators position will become 1950-2050, Chinese may languages, it has the from the main dialects English for terms of its parts of the USA, where This language grows in promotioning itself

wider context, in which in the world have been is not the straight cause of the rise of English as languages higher up the by very small communities European languages, are In terms of native-speaker was on second place, major languages is and English all have have suggest that challenged by Arabic on have more native speakers greatest irregularites in its towards Mandarin. native-speaker base, and a number of towns have in economic importance as the global centre of

the entire world language falling throughout modernity, language endangerment. The a global lingua franca. 'food chain'. Whilst the of speakers, most of the top spoken as first languages by a rankings, the English is falling after Mandarin. surprisingly difficult, then widely similar numbers English has slipped to the middle of the present that any other language age profile. There is a also Spanish grown to be may overtake it. Spanish is predominantly Spanishin both Latin-America and authority for the language.

## **ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE**

Session 2008

# CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve optionnelle obligatoire de MATHEMATIQUES

Durée: 4 heures

Coefficient: 3

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissement
11 pages de texte recto/verso

**CALCULATRICE AUTORISEE** 

## **ERRATA MATHEMATIQUES**

## **CONCOURS ICNA 2008**

## PAGE 2 ENCADRE DU HAUT

**A**U LIEU DE 
$$\varphi(x) = e^{-x} I_0(x)$$

LIRE 
$$\varphi(x) = e^x I_0(x)$$

# ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

### A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «optionnelle obligatoire de mathématiques» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

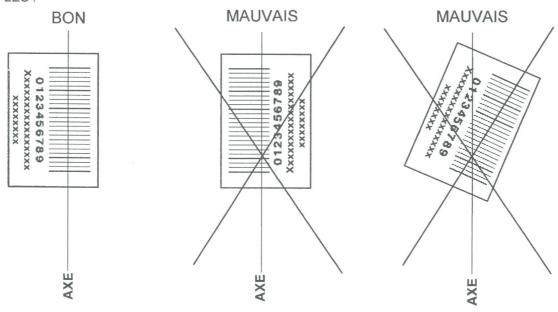
#### ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire épreuve optionnelle obligatoire de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

#### **POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES**

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

#### **EXEMPLES**:



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée au début du texte du sujet.
  Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.
- 6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne : vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 :  $1^2 + 2^2$  vaut a) 3 : b) 5 c) 4 d) -1

Question 2: le produit (-1) (-3) vaut a) -3 b) -1 c) 4 d) 0

Question 3: les racines de l'équation  $x^2 - 1 = 0$ a) 1 b) 0 c) -1 d) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	a	b	С	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e

## **AVERTISSEMENT**

# **QUESTIONS LIEES**

1 à 30 31 à 40

## **PARTIE I**

Dans cette partie on identifie les polynômes à coefficients réels et les fonctions polynômes associées.

On considère pour tout entier naturel n et pour x réel l'intégrale  $\int_{x}^{+\infty} f(t)dt$  où  $f(t) = e^{-t}/t^{n+1}$ 

#### Question 1: Pour tout entier naturel n

- a) l'intégrale impropre converge pour x réel strictement positif mais la fonction f n'est pas intégrable sur  $[x, +\infty[$
- b) la fonction f est intégrable sur  $]0,+\infty[$
- c) la fonction f est intégrable sur  $]x,+\infty[$  pour x réel car toute fonction admettant une limite nulle en  $+\infty$  est intégrable
- d) la fonction f est intégrable sur  $]x,+\infty[$  pour x réel strictement positif car la fonction  $e^{-t}/t^{n+1}$  est positive, continue sur  $]0,+\infty[$ et équivalente à l'infini à  $e^{-t}$

On note  $I_n(x)$  la valeur de cette intégrale impropre lorsqu'elle est définie.

Question 2 : On a alors pour tout *n* entier naturel

- a)  $0 < I_n(x) < f(x)$  pour tout x réel
- b)  $0 < I_n(x) < 1/x^{n+1}$  pour tout x réel strictement positif
- c)  $I_n(x)$  s'annule pour au moins un réel x de l'intervalle  $]0,+\infty[$
- d)  $0 < I_n(x) < 1/e$  pour tout x appartenant à l'intervalle  $[1,+\infty[$

Question 3: La fonction  $I_n$ , pour tout n entier naturel,

a) vérifie 
$$I_n(x) = \int_0^{+\infty} f(t)dt - \int_0^x f(t)dt$$
 pour x réel strictement positif

b) vérifie 
$$I_n(x) = \int_1^{+\infty} f(t)dt - \int_1^x f(t)dt$$
 pour x réel supérieur ou égal à 1 seulement

- c) est dérivable sur lR et a pour dérivée -f(x) car la fonction f est continue
- d) n'est dérivable que sur l'intervalle [1,+∞[

On considère la fonction  $\varphi$  définie, si elle existe, par  $\varphi(x) = e^{-x} I_0(x)$ 

Question 4: On peut écrire, pour tout n entier naturel,  $\varphi(x)$  sous la forme  $f_n(x) + (-1)^n n! e^x I_n(x)$ 

- a) pour tout x réel positif ou nul avec  $f_n(x) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} (k-1)! / x^k$  pour tout n strictement positif et  $f_0(x) = 0$
- b) pour tout x réel strictement positif avec  $f_n(x) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k (k-1)! / x^k$  pour tout n strictement positif et  $f_0(x) = 0$
- c) pour tout x réel strictement positif avec  $f_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k (k+1)! / x^{k+1}$  pour tout n strictement positif et  $f_0(x) = 0$
- d) pour tout x appartenant à l'intervalle  $[1,+\infty[$  avec  $f_n(x) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} (k-1)!/x^k$  pour tout n strictement positif et  $f_0(x)=0$ , car  $I_n(x)=f(x)-(n+1)I_{n+1}(x)$

On dira qu'une application  $\psi$  de  $]0, +\infty[$  dans IR admet un développement limité d'ordre n en  $+\infty$ , s'il existe des constantes  $a_0, \ldots, a_n$  et une fonction  $\varepsilon_n$  tendant vers 0 lorsque x tend vers  $+\infty$  telles que l'on ait pour tout x réel strictement positif,  $\psi(x) = a_0 + (a_1/x) + \ldots + (a_n/x^n) + (\varepsilon_n(x)/x^n)$ .

## Question 5: La fonction φ admet un développement limité en +∞

- a) à un ordre au plus égal à 3
- b) à tout ordre n, entier strictement positif, avec  $a_n = (-1)^n n!$  pour n entier supérieur ou égal à 1 et  $a_0 = 0$
- c) à tout ordre n, entier strictement positif, avec  $a_n = (-1)^{n-1}(n-1)!$  pour n entier supérieur ou égal à 1 et  $a_0 = 0$
- d) à tout ordre n, entier strictement positif, avec  $a_n = (-1)^n (n-1)!$  pour n entier supérieur ou égal à 1 et  $a_0 = 0$  et  $|\epsilon_n(x)| < n!/x$  pour tout x réel strictement positif

**Question 6 :** Pour tout x réel strictement positif, la série de terme général  $u_n = a_n/x^n$ , où  $a_n$  représente le coefficient de  $1/x^n$  dans le développement limité de  $\varphi$  en  $+\infty$ ,

a) converge car  $\phi$  admet un développement limité à tout ordre et on a,  $\exists A>0$  tel

que 
$$\forall x > A$$
 alors  $\varphi(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n / x^n$ 

- b) diverge car, pour tout n entier naturel,  $u_{n+1}/u_n = (n+1)/x$  suite de limite strictement supérieure à 1
- c) diverge car la série de terme général lu<sub>n</sub>l diverge, la suite (lu<sub>n</sub>l) ne convergeant pas vers 0
- d) diverge car la suite  $u_{n+1}/u_n$  tend vers  $+\infty$  quand n tend vers  $+\infty$

Question 7 : Pour tout x réel strictement positif et pour tout couple d'entiers naturels (p,q) la suite

 $(f_n(x))$  est telle que

a) 
$$f_{2q+1}(x) < \varphi(x) < f_{2p}(x)$$

- b)  $f_{2p}(x) < \varphi(x) < f_{2q+1}(x)$
- c) la sous-suite  $(f_{2p}(10))$  est décroissante pour tout entier naturel p et la sous-suite  $(f_{2q+1}(10))$  est croissante pour tout q entier naturel
- d) la sous-suite  $(f_{2p}(10))$  est croissante pour p inférieur ou égal à 5 et décroissante pour p supérieur ou égal à 5 car  $f_{2p}(10) f_{2p-2}(10) = (2p-2)!(11-2p)/10^{2p}$

On considère pour tout entier naturel m et pour x réel, l'intégrale  $\int_{x}^{+\infty} m! (t-x)^m e^{-t}/t^{m+1} dt$ 

Question 8 : Cette intégrale impropre est

- a) divergente pour x réel négatif ou nul
- b) convergente pour x réel car  $0 \le (t-x)^m e^{-t}/t^{m+1} \le e^{-t}$
- c) absolument convergente pour x réel strictement positif car toute fonction continue sur  $]0,+\infty[$  a une intégrale impropre convergente sur  $]0,+\infty[$
- d) absolument convergente pour x strictement positif car la fonction est continue sur  $]0,+\infty[$  et vérifie  $0 \le (t-x)^m e^{-t}/t^{m+1} \le e^{-t}$  pour tout t supérieur ou égal à  $\operatorname{Sup}(x, 1)$

## On note $J_m(x)$ la valeur de cette intégrale lorsqu'elle est définie.

**Question 9:** On peut exprimer  $J_m(x)$ , pour tout m entier naturel, sous la forme

a) 
$$J_m(x) = \sum_{p=0}^{m} (-1)^p {m \choose p} x^p I_p(x)$$
 pour tout x réel strictement positif

b) 
$$J_m(x) = m! \sum_{p=0}^{m} (-1)^p {p \choose p} x^p I_p(x)$$
 pour tout  $x$  réel positif

c) 
$$J_m(x) = \sum_{p=0}^{m} (-1)^p ((m!)^2/(m-p)!p!) x^p I_p(x)$$
 pour tout  $x$  réel strictement positif

d) 
$$J_m(x) = (t-x)^m I_m(x)(m!)$$
 pour tout  $x$  réel strictement positif

**Question 10:** La fonction  $J_m$  vérifie, pour m entier naturel,

- a) est 2 fois dérivable sur IR+
- b) est 2 fois dérivable sur ]0,+∞[ seulement
- c)  $J_0'(x) = e^{-x}/x$  pour tout x appartenant à l'intervalle  $]0,+\infty[$
- d)  $J_0'(x) = -e^{-x}/x$  pour tout x appartenant à l'intervalle  $y_0, +\infty$  et  $y_0'(0) = -1$

**Question 11:** Pour tout entier strictement positif m la dérivée  $J_m$ ' de  $J_m$ , lorsqu'elle existe, peut s'écrire sous la forme

a) 
$$J_m'(x) = m! \sum_{p=0}^m (-1)^p p(p^m) x^{p-1} I_p(x) - m! \sum_{p=0}^m (-1)^p (p^m) (e^{-x}/x)$$

b) 
$$J_m'(x) = m! m \int_{-\infty}^{+\infty} (t-x)^{m-1} e^{-t} / t^{m+1} dt$$

c) 
$$J_m'(x) = -m!m \int_{x}^{+\infty} (t-x)^{m-1} e^{-t}/t^{m+1} dt$$

d)  $J_m'(x) = 0$ 

Question 12: La fonction  $J_m$  vérifie, pour tout entier m inférieur ou égal à 1, la relation

- a)  $x J_m'(x) = m J_m(x) m^2 J_{m-1}(x)$  pour tout x réel positif
- b)  $J_m'(x) = (m J_m(x) m^2 J_{m-1}(x))/x$  pour tout x réel strictement positif
- c)  $x J_m'(x) = m^2 J_m(x) m J_{m-1}(x)$  pour tout x réel strictement positif
- d)  $J_m(x) = m J_{m-1}(x)$  pour tout x réel strictement positif

Question 13: La fonction  $J_m$ , vérifie une relation de la forme  $J_m'(x) = \alpha_m J_{m-1}(x) - \beta_m J'_{m-1}(x)$ 

- a) uniquement pour m supérieur ou égal à 2 et x strictement positif avec  $\alpha_m = \beta_m = m$
- b) pour m supérieur ou égal à 1 et x positif avec  $\alpha_m = \beta_m = m$
- c) pour m supérieur ou égal à 1 et x strictement positif avec  $\alpha_m = 0$  et  $\beta_m = m$
- d) pour m supérieur ou égal à 1 et x strictement positif avec  $\alpha_m = \beta_m = m$

**Question 14 :** La suite  $(J_m(x))$  vérifie la relation de récurrence

- a)  $J_{m+1}(x) = (2m+1) J_m(x) m^2 J_{m-1}(x)$  pour tout x strictement positif et pour tout m entier supérieur ou égal à 1
- b)  $J_{m+1}(x) = (2m+1+x) J_m(x) m^2 J_{m-1}(x)$  pour tout x réel et pour tout m entier supérieur ou égal à 1
- c)  $J_{m+1}(x) = (2m+1+x) J_m(x) m^2 J_{m-1}(x)$  pour tout x strictement positif et pour tout m entier supérieur ou égal à 1
- d)  $(m+1)J_{m+1}(x) = (m^2+1+x)J_m(x) mJ_{m-1}(x)$  pour tout x strictement positif et pour tout m entier supérieur ou égal à 1

### Question 15 : La fonction $J_m$ est solution de l'équation différentielle

- a) xy'' + (x+1)y' my = 0 sur  $IR_+$  et pour tout m entier naturel
- b)  $xy'' + (x+m^2+2)y' m^2y = 0$  sur  $]0,+\infty[$  et pour tout m entier naturel
- c) y''+((x+1)/x)y'-(m/x)y=0 sur  $]0,+\infty[$  et pour tout m entier naturel car  $J_0''(x)=-e^{-x}((1/x)+(1/x^2))$
- d) xy'' + (x+1)y' my = 0 sur IR et pour tout m entier strictement positif

On considère l'équation différentielle (E<sub>1</sub>)  $xy'' + (x+\lambda^2+2)y' - \lambda^2y = 0$  où  $\lambda$  est un réel

**Question 16 :** On note, si elle existe,  $y_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  une solution de (E<sub>1</sub>) développable en série entière de rayon de convergence R<sub>1</sub>.

- a) (E<sub>l</sub>) n'admet de solution développable en série entière pour aucun réel λ
- b) pour tout *n* entier naturel et pour tout  $\lambda$  réel,  $a_{n+1} = (\lambda^2 n)a_n/((\lambda^2 + n + 2)(n + 1))$
- c) pour tout *n* entier naturel et pour tout  $\lambda$  réel,  $a_{n+1} = -(\lambda^2 n)a_n/((\lambda^2 + n + 2)(n + 1))$
- d) le rayon de convergence R<sub>1</sub> de cette série est infini

**Question 17 :** De manière générale un développement en série entière de rayon de convergence non nul R

- a) converge normalement donc uniformément sur l'intervalle ]-R, R[
- b) converge uniformément mais ne converge pas normalement sur ]-R, R[
- c)converge normalement mais ne converge pas uniformément sur tout compact de ]-R, R[
- d) ne peut pas converger uniformément sur l'intervalle ]-R, R[

On considère l'équation différentielle (E<sub>2</sub>) xy'' + (x+1)y' - my = 0 où m est un réel

**Question 18 :** On note, si elle existe,  $y_2(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$  une solution de  $(E_2)$  développable en série entière de rayon de convergence  $R_2$ 

- a)  $(E_2)$  n'admet de solution développable en série entière pour aucun réel m
- b) pour tout n entier naturel et pout tout m réel,  $b_{n+1} = (m+n)b_n/(n+1)^2$
- c) pour tout *n* entier naturel et pout tout *m* réel,  $b_{n+1} = -(m-n)b_n/(n+1)^2$
- d) pour m réel non entier le rayon de convergence de cette série est infini car la suite  $b_{n+1}/b_n$  tend vers 0 quand n tend vers  $+\infty$

## **Question 19 :** L'équation différentielle (E<sub>2</sub>)

- a) admet, pour au moins un réel m, une solution développable en série entière non polynomiale
- b) n'admet comme solution que des fonctions polynômes
- c) admet, pour tout m réel, au moins une solution polynomiale de degré m à coefficients non entiers
- d) admet, pour tout m réel, au moins une solution polynomiale de degré m à coefficients entiers

On note g<sub>m</sub> une solution polynomiale, si elle existe, de l'équation différentielle (E<sub>2</sub>) de la forme

$$g_m(x) = \sum_{p=0}^{m} \alpha_{m,p} x^p$$
 telle que  $\alpha_{m,m} = 1$  pour  $m$  entier strictement positif

Question 20: Les coefficients  $\alpha_{m,p}$  pour m entier strictement positif et p compris entre 0 et m sont tels que

- a)  $\alpha_{m,p} = (m!)^2/((p!)^2(m-p)!)$
- b)  $\alpha_{m,p} = m (m-1).....(p+1)$
- c) on pose  $g_0(x)=1$  car le polynôme constant 1 est l'unique solution de xy''+(x+1)y'=0
- d) on pose  $g_0(x)=1$  car le polynôme 1 vérifie l'équation (E<sub>2</sub>) pour m=0

**Question 21:** Pour tout entier strictement positif m et tout réel x strictement positif on cherche à écrire  $J_m(x)$  sous la forme  $J_m(x) = g_m(x)I_0(x) - h_m(x) e^{-x}$  (1)

- a) il n'existe pas de fonction  $h_m$  telle que (1) soit vérifiée
- b) il existe plusieurs fonctions  $h_m$  vérifiant (1)
- c) il existe une unique fonction polynôme  $h_m$  de degré m vérifiant (1)
- d) il existe une fonction polynôme vérifiant (1) telle que  $h_0(x)=0$

et 
$$h_m(x) = \sum_{p=0}^{m} \alpha_{m,p} x^p f_p(x)$$

Question 22: Pour m entier strictement positif, la fonction  $h_m$ , si elle existe,

- a) est la partie entière de la fonction rationnelle  $g_m f_m$
- b) est égale à la fonction  $g_m(x)$   $f_m(x) + \sum_{p=0}^{m-1} \alpha_{m,p} x^p (f_m(x) f_p(x))$
- c) vérifie pour tout m entier strictement positif et pour x réel strictement positif

$$h_{m+1}(x) = (x+2m+1)h_m(x) - m^2h_{m-1}(x)$$
 car  $g_m(x)$  vérifie  
 $g_{m+1}(x) = (x+2m+1)g_m(x) + m^2g_{m-1}(x)$ 

d) vérifie pour tout m entier strictement positif et pour x réel strictement positif

$$h_{m+1}(x) = (x+2m+1)h_m(x) - m h_{m-1}(x) \text{ car } g_m(x) \text{ vérifie}$$
  
 $g_{m+1}(x) = (x+2m+1)g_m(x) - mg_{m-1}(x)$ 

**Question 23 :** On a pour m = 3

- a)  $h_m(x) = x^2 + 8x + 13$  pour x > 0
- b)  $h_m(x) = x^2 + 8x + 11$  pour tout x réel car  $h_1(x) = 1$  et  $h_2(x) = x + 3$
- c)  $h_m(x) = x^2 + 8x 11$  pour tout x réel strictement positif
- d)  $h_m(x) = 2x^2 + 16x + 22 \text{ pour } x > 0$

Question 24 : Pour m entier naturel on a les inégalités

- a)  $(t-x)^{m-1} e^{-t}/t^{m+1} < e^{-t}/x$  pour tout t réel et pour tout x réel strictement positif
- b)  $J_m(x) < m! e^{-x}/x$  pour tout x réel positif et pour tout t strictement supérieur à x
- c)  $0 < J_m(x) \le m! e^{-x}/x$  pour tout x réel strictement positif
- d) pour tout x réel strictement positif,  $g_m(x) > m! mx$  car les coefficients  $\alpha_{m,p}$  sont strictement positifs

**Question 25**: x étant un réel fixé supérieur ou égal à 1, la suite  $e^x J_m(x)/g_m(x)$ 

- a) converge vers 0 car  $0 < e^x J_m(x)/g_m(x) < 1/mx^2$
- b) diverge car  $J_m(x) > m!$

et la suite  $(h_m(x)/g_m(x))$ , pour x réel strictement positif fixé

- c) converge vers  $\varphi(x)$  car  $h_m(x)/g_m(x) = (e^x J_m(x)/g_m(x)) \varphi(x)$
- d) diverge car  $h_m(x)/g_m(x) = \varphi(x) (e^x J_m(x)/g_m(x))$

Question 26: Pour tout entier naturel m, on a

- a)  $0 < (h_m(x)/g_m(x)) \varphi(x) < m!/(xg_m(x))$  pour tout x réel non nul
- b)  $0 < (h_m(x)/g_m(x)) \varphi(x) < m!/x^{m+1}$  pour tout x réel strictement positif
- c) lorsque x tend vers  $+\infty$   $h_m(x)/g_m(x) f_m(x)$  est négligeable devant  $1/x^m$  car  $\varphi(x) f_m(x) = \varepsilon_m(x)/x^{m+1}$  avec  $\varepsilon_m(x)$  qui tend vers 0
- d) lorsque x tend vers  $+\infty$   $h_m(x)/g_m(x) \varphi(x)$  est négligeable devant  $1/x^m$

**Question 27 :** On pose, pour tout entier naturel m,  $D_m(x) = h_{m+1}(x) g_m(x) - h_m(x) g_{m+1}(x)$  lorsque cette fonction existe, on a alors

- a)  $D_m(x) = m^2 D_{m-1}(x)$  pour tout x réel positif
- b)  $D_m(x) = m D_{m-1}(x)$  pour tout x réel strictement positif
- c)  $D_m(x) = (m!)^2$  pour tout x appartenant à l'intervalle  $[1,+\infty[$  et les polynômes  $h_m$  et  $g_m$  sont premiers entre eux
- d)  $D_m(x) = m!$ , car  $D_0(x) = 1$  pour tout x réel strictement positif

**Question 28:** La suite  $(h_m(x)/g_m(x))$ , m entier naturel,

- a) est strictement croissante pour x strictement positif
- b) est strictement décroissante pour x appartenant à l'intervalle  $[1,+\infty[$

et lorsque x tend vers  $+\infty$ , un équivalent de  $(h_{m+1}(x)/g_{m+1}(x))-(h_m(x)/g_m(x))$  est

- c)  $m!/x^{2m+1}$
- d)  $(m!)^2/x^{2m}$

Question 29: L'entier strictement positif m étant fixé, un équivalent de la fonction  $(h_{2m}(x)/g_{2m}(x))-(h_m(x)/g_m(x))$  lorsque x tend vers  $+\infty$  s'écrit

- a)  $m!/x^{2m}$
- b)  $(m!)^2/x^{2m+1}$
- et la fonction  $(h_m(x)/g_m(x)) \varphi(x)$  est, lorsque x tend vers  $+\infty$ ,
- c) équivalente à  $1/x^{2m}$
- d) négligeable devant  $1/x^{2m}$  car  $(h_m(x)/g_m(x)) f_{2m}(x) = o(1/x^{2m})$

**Question 30 :** L'entier strictement positif m étant fixé, on considère 2 polynômes à coefficients réels P et Q tels que le degré de Q soit inférieur ou égal à m et que  $(P(x)/Q(x)) - \varphi(x)$  soit, lorsque x tend vers  $+\infty$ , négligeable devant  $1/x^{2m}$ 

- a)  $(P(x)/Q(x)) (h_m(x)/g_m(x)) = o(1/x^{2m})$  lorsque x tend vers  $+\infty$
- b)  $P(x) g_m(x) Q(x) h_m(x) = 0$  pour tout x strictement positif car la fonction  $|x|^{2m}/(Q(x) g_m(x))|$  tend vers  $+\infty$  lorsque x tend vers  $+\infty$
- c)  $g_m$  divise Q car  $g_m$  et  $h_m$  sont premiers entre eux
- d)  $h_m$  divise Q et  $g_m$  divise P

# PARTIE II

Dans cette partie on notera z le conjugué du complexe z

On considère deux matrices A et B dans l'ensemble  $M_2(\mathbf{C})$  des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients dans le corps  $\mathbf{C}$  des complexes. A et B sont telles que AB = BA. On note f et g les endomorphismes de l'espace vectoriel  $\mathbf{C}^2$  canoniquement associés à A et B respectivement.

### Question 31: On a

- a) tout sous-espace propre de f est stable par g et inversement
- b) tout sous-espace propre de f est stable par g mais l'inverse n'est pas vrai
- c) les sous-espaces propres de f et g sont identiques
- d) les sous-espaces propres de f ne sont pas stables par g

**Question 32:** On suppose que l'endomorphisme f a deux valeurs propres distinctes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ 

- a) les endomorphismes f et g ne sont pas diagonalisables
- b) les endomorphismes f et g sont diagonalisables dans une même base de  $\mathbb{C}^2$  formée de vecteurs propres de f et ils ont le même spectre
- c) les endomorphismes f et g ne peuvent être diagonalisables dans une même base de  $\mathbb{C}^2$
- d) l'endomorphisme f est diagonalisable mais g ne l'est pas nécessairement

Question 33: On suppose toujours que l'endomorphisme f a deux valeurs propres distinctes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ 

- a) il ne peut pas exister de polynômes P et Q de  $\mathbb{C}[X]$  et de matrice D de  $M_2(\mathbb{C})$  tels que A = P(D) et B = Q(D)
- b) il existe deux polynômes P et Q de degré 1 de  $\mathbb{C}[X]$  et une matrice D de  $M_2(\mathbb{C})$  tels que A = P(D) et B = Q(D)
- c) le polynôme P de C[X] défini par P(X)=  $((\lambda_1 + \lambda_2)/2) + ((\lambda_1 \lambda_2)/2)X$  est tel que A = P(D) et B = P(D) avec D = U  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  U<sup>-1</sup> où U est la matrice diagonalisante de A et B
- d) les polynômes P et Q de  $\mathbb{C}[X]$  définis par  $P(X) = ((\lambda_1 + \lambda_2)/2) + ((\lambda_1 \lambda_2)/2)X$  et  $Q(X) = ((\mu_1 + \mu_2)/2) + ((\mu_1 \mu_2)/2)X$ ,  $\mu_1$  et  $\mu_2$  désignant les valeurs propres de g, sont tels que A = P(D) et B = Q(D) avec  $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

**Question 34:** On suppose que les endomorphismes f et g ont tous deux une valeur double que l'on notera respectivement  $\lambda$  et  $\mu$ .

- a) les endomorphismes f et g sont nécessairement diagonalisables dans C
- b) les endomorphismes f et g ne sont pas trigonalisables dans C
- c) les endomorphismes f et g ont un vecteur propre commun car l'endomorphisme  $g_1$  induit par g sur le sous-espace  $Ker(f-\lambda id)$  admet au moins un vecteur propre u
- d) les endomorphismes f et g n'ont pas de vecteur propre commun

**Question 35:** On suppose toujours que les spectres des endomorphismes f et g sont respectivement égaux à  $\{\lambda\}$  et  $\{\mu\}$ 

- a) il ne peut pas exister de polynômes P et Q de  $\mathbb{C}[X]$  et de matrice D de  $M_2(\mathbb{C})$  tels que  $A = \mathbb{P}(D)$  et  $B = \mathbb{Q}(D)$
- b) il n'existe pas de polynômes P et Q de degré 1 de  $\mathbb{C}[X]$  et de matrice D de  $M_2(\mathbb{C})$  tels que A = P(D) et B = Q(D)
- c) le polynôme P de C[X] défini par P(X)=  $\lambda+\lambda X$  est tel que A = P(D) et B = P(D) avec D = U $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  U<sup>-1</sup> où U est la matrice diagonalisante de A et B
- d) les polynômes P et Q de C[X] définis par P(X)=  $\lambda + \alpha X$  et Q(X)=  $\mu + \beta X$  sont tels que A = P(D) et B = Q(D) avec  $D = U\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$   $U^{-1}$ , U matrice de  $GL_2(\mathbf{C})$  vérifiant

$$U^{-1} A U = \begin{pmatrix} \lambda & \alpha \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \text{ et } U^{-1} B U = \begin{pmatrix} \mu & \beta \\ 0 & \mu \end{pmatrix}$$

Question 36: On suppose que A et B sont des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients réels où la matrice A n'a pas de valeur propre réelle

- a) les valeurs propres de A sont complexes conjuguées et les valeurs propres de B peuvent être réelles
- b) les valeurs propres de A et de B sont complexes non réelles et conjuguées
- c) les spectres des matrices A et B sont égaux
- d) les matrices A et B sont diagonalisables dans  $M_2(\mathbb{C})$  dans une même base et les colonnes de la matrice diagonalisante U sont conjuguées

**Question 37:** On suppose toujours que A et B sont des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients réels où la matrice A n'a pas de valeur propre réelle. On note  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  (respectivement  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ) les valeurs propres de A (respectivement B) on a

a) 
$$A = ((\lambda_1 + \lambda_1)/2)I + ((\lambda_1 - \lambda_1)/2i)D$$
 avec  $D = iU^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}U$  qui appartient à  $M_2(IR)$ 

b) 
$$A = ((\lambda_1 + \lambda_1)/2)I + ((\lambda_1 - \lambda_1)/2i)D$$
 avec  $D = U^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}U$  qui n'appartient pas à  $M_2(IR)$ 

- c) il ne peut pas exister de polynômes P et Q de IR[X] et de matrice D de  $M_2(IR)$  tels que A = P(D) et B = Q(D)
- d) il existe une matrice D de  $M_2(IR)$  telle que les polynômes P et Q de IR[X] définis par

$$P(X) = \frac{1}{((\lambda_1 + \lambda_1)/2) + ((\lambda_1 - \lambda_1)/2i)X} \text{ et } Q(X) = \frac{1}{((\mu_1 + \mu_1)/2) + ((\mu_1 - \mu_1)/2i)X}$$
 vérifient A= P(D) et B= Q(D)

- Question 38: On suppose dans cette question que A et B sont des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients réels où les deux matrices A et B ont chacune une valeur propre double que l'on notera respectivement  $\lambda$  et  $\mu$ . On note f et g les endomorphismes canoniquement associés à A et B respectivement
  - a) les endomorphismes f et g sont diagonalisables dans  $\mathbb C$  mais pas nécessairement dans  $\mathbb R$
  - b) les endomorphismes f et g ne sont pas trigonalisables dans IR
  - c) les endomorphismes f et g ont un vecteur propre commun car le polynôme caractéristique de l'endomorphisme  $g_1$  induit par g sur  $Ker(f-\lambda id)$  divise celui de g donc est scindé dans IR[X]
  - d) les endomorphismes f et g n'ont pas de vecteur propre commun

On considère deux matrices M et N de 
$$M_3(C)$$
 définies par M=  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  et N =  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 

 $M_3(\mathbb{C})$  désignant l'ensemble des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients complexes

**Question 39 :** On suppose qu'il existe une matrice D de  $M_3(\mathbb{C})$  de coefficients  $(d_{ij})$ , i et j entiers compris entre 1 et 3, et deux polynômes P, Q dans  $\mathbb{C}[X]$  tels que M = P(D) et N = Q(D). On a

- a) les matrices M et N sont diagonalisables dans  $M_3(\mathbb{C})$
- b)  $Vect(D^n, n \text{ entier naturel}) = Vect(I,D,D^2)$  car d'après le théorème de Cayley-Hamilton  $D^3$  appartient à  $Vect(I,D,D^2)$
- c) les spectres des matrices M et N sont égaux à l'ensemble {0,1}
- d)  $d_{21}=d_{23}=d_{31}=d_{32}=0$  et  $d_{11}=d_{22}=d_{33}$  car les matrices A et D, respectivement B et D, sont commutables puisque A et B sont des polynômes en D

**Question 40:** Soient A et B deux matrices de l'ensemble  $M_3(\mathbb{C})$  telles que AB = BA.

- a) il n'existe pas de polynômes P et Q de  $\mathbb{C}[X]$  et de matrice D de  $M_3(\mathbb{C})$  tels que A = P(D) et B = Q(D)
- b) il n'existe pas de polynômes P et Q de degré 1 de  $\mathbb{C}[X]$  et de matrice D de  $M_3(\mathbb{C})$  tels que A = P(D) et B = Q(D)
- c) il existe deux polynômes P et Q de degré 1 de C[X] et une matrice D de  $M_3(C)$  tels que A = P(D) et B = Q(D)
- d) il existe deux polynômes P et Q de degré 2 de  $\mathbb{C}[X]$  et une matrice D de  $M_3(\mathbb{C})$  tels que A = P(D) et B = Q(D)

# **ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE**

Session 2008

# CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve optionnelle obligatoire de PHYSIQUE

Durée: 4 heures

Coefficient: 3

Ce sujet comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissement
7 pages de texte recto/verso

**CALCULATRICE AUTORISEE** 

## ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE

## A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «commune obligatoire de physique» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

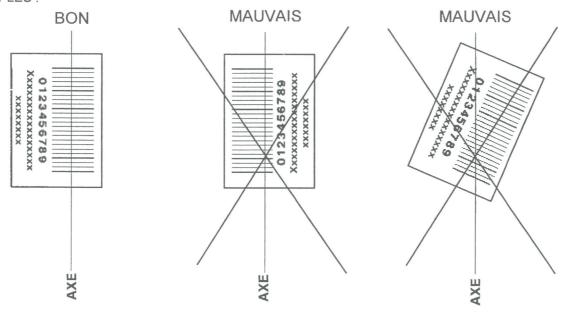
## ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de physique (voir modèle ci-dessous).

### **POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES**

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

#### **EXEMPLES:**



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE
- Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée avant l'énoncé du sujet lui-même.
  - Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a. b.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question, la ligne correspondante doit rester vierge.
- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne : vous devez alors noircir la case e.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

#### Exemple I: Question 1:

Pour une mole de gaz réel :

- a)  $\lim(PV) = RT$ , quelle que soit la nature du gaz.
- b) PV = RT quelles que soient les conditions de pression et température.
- c) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- d) L'énergie interne ne dépend que de la température.

## Exemple II: Question 2:

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique  $\sigma$ , la forme locale de la loi d'OHM est :

a) 
$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\sigma}$$

b) 
$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

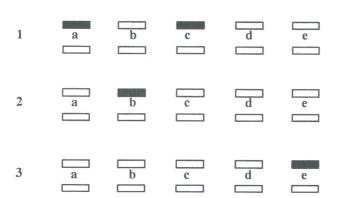
c) 
$$\vec{E} = \sigma^2 \vec{j}$$

b) 
$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$
 c)  $\vec{E} = \sigma^2 \vec{j}$  d)  $\vec{j} = \sigma^2 \vec{E}$ 

## Exemple III: Question 3:

- a) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- b) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- Le rendement du cycle de CARNOT est  $1 + \frac{T_2}{T}$ c)
- d) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :



# **AVERTISSEMENT**

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Nous attirons leur attention sur les points suivants :

- 1-Les résultats sont arrondis en respectant les règles habituelles (il est prudent d'éviter les arrondis ou des arrondis peu précis sur les résultats intermédiaires).
- 2 Les valeurs fausses qui sont proposées sont suffisamment différentes de la valeur exacte pour que d'éventuelles différences d'arrondi n'entraînent aucune ambiguïté sur la réponse.

## **QUESTIONS LIEES**

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

[8, 9, 10, 11, 12, 13]

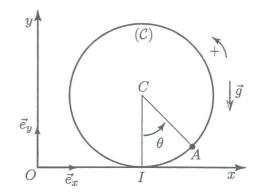
[14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]

[21, 22, 23, 24, 25, 26, 27]

[28, 29, 30, 31, 32, 33, 34]

[35, 36, 37, 38, 39, 40]

1. — Un cerceau homogène (C) de masse m, de centre C et de rayon a roule sans glisser sur l'axe Ox d'un repère galiléen  $\mathcal{R}(Oxyz)$  muni de la base orthonormée  $\vec{e}_x, \ \vec{e}_y, \ \vec{e}_z$ . Le cerceau est astreint à se déplacer en restant dans le plan vertical yOx de  $\mathcal{R}$ . On désigne par I le point de contact du cerceau avec le sol, par A un point fixe du cerceau, par x l'abcisse instantanée de C, par  $\theta = CI$ , CA l'angle orienté obtenu en amenant la droite CIsur la droite CA et par  $\vec{g} = -g\vec{e}_y$  le champ d'accélération de la pesanteur. A l'instant t = 0, x = 0 et  $\theta = 0$  (cf. figure ci-contre). Exprimer la relation entre x et  $\theta$ .



A) 
$$x = -a\theta$$

B) 
$$x = a\theta$$

C) 
$$x = -2a\theta$$

D) 
$$x = 2a\theta$$

2. — En utilisant le théorème de Kœnig relatif à l'énergie cinétique, exprimer l'énergie cinétique  $\mathcal{E}_c(\mathcal{C})$  du cerceau dans  $\mathcal{R}$  en fonction de dx/dt.

A) 
$$\mathcal{E}_c(\mathcal{C}) = 2m \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

B) 
$$\mathcal{E}_c(\mathcal{C}) = m \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

C) 
$$\mathcal{E}_c(\mathcal{C}) = \frac{m}{2} \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

D) 
$$\mathcal{E}_c(\mathcal{C}) = \frac{3m}{2} \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

3. — Donner l'expression de la vitesse  $\vec{v}_A$  du point A dans  $\mathcal{R}(Oxyz)$  dans la base  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$ ,  $\vec{e}_z$  de  $\mathcal{R}$ .

A) 
$$\vec{v}_A = (1 - \cos \theta) \frac{dx}{dt} \vec{e}_x - \sin \theta \frac{dx}{dt} \vec{e}_y$$

B) 
$$\vec{v}_A = (1 - \sin \theta) \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \vec{e}_x - \cos \theta \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \vec{e}_y$$

C) 
$$\vec{v}_A = \cos\theta \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \vec{e}_x + \sin\theta \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \vec{e}_y$$

D) 
$$\vec{v}_A = \sin \theta \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \vec{e}_x + (1 - \cos \theta) \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \vec{e}_y$$

**4.** — Un lest ponctuel de masse M est soudé au point A du cerceau. Exprimer l'énergie cinétique  $\mathcal{E}_c$  dans le repère  $\mathcal{R}(Oxyz)$  du cerceau ainsi lesté.

A) 
$$\mathcal{E}_c = 2m \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + M\cos\theta \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

B) 
$$\mathcal{E}_c = \frac{3m}{2} \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{M}{2} \sin\theta \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

C) 
$$\mathcal{E}_c = m \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + M(1 - \cos\theta) \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

D) 
$$\mathcal{E}_c = m \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + M(1 - \sin\theta) \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

5. — Donner l'expression de la puissance  $\mathcal{P}$  dans  $\mathcal{R}(Oxyz)$  du poids du lest.

A) 
$$\mathcal{P} = -2Mg(1 - \sin\theta) \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

B) 
$$\mathcal{P} = -Mg(1 - \cos\theta) \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

C) 
$$\mathcal{P} = Mg\cos\theta \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

D) 
$$\mathcal{P} = Mg\sin\theta \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

6. — On étudie les petits mouvements du cerceau lesté autour de sa position d'équilibre. Montrer qu'après linéarisation en considérant que  $\theta \ll 1$ , l'équation différentielle à laquelle obéit l'abcisse x du centre C du cerceau s'écrit :

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Exprimer  $\omega_0$ .

A) 
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Mg}{ma}}$$

$$B) \omega_0 = \sqrt{\frac{3Mg}{2ma}}$$

C) 
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Mg}{2ma}}$$

B) 
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3Mg}{2ma}}$$
 C)  $\omega_0 = \sqrt{\frac{Mg}{2ma}}$  D)  $\omega_0 = \sqrt{\frac{2Mg}{3ma}}$ 

7. — Exprimer la composante horizontale  $R_T$  de la réaction du sol sur le cerceau lesté dans le cadre de l'approximation des petits mouvements.

A) 
$$R_T = -\frac{Mg}{2a}x$$

B) 
$$R_T = \frac{(M+m)g}{a}x$$
 C)  $R_T = -\frac{mg}{a}x$ 

C) 
$$R_T = -\frac{mg}{a}x$$

D) 
$$R_T = \frac{Mg}{a}x$$

8. — On considère le circuit représenté sur le schéma de la figure cicontre. On désigne respectivement par  $v_e(t) = V_e \cos(\omega t)$  et  $v_s(t) =$  $V_s \cos(\omega t + \varphi)$  les valeurs instantanées des tensions d'entrée et de sortie et par  $\underline{V}_e$  et  $\underline{V}_s$  les amplitudes complexes associées.  $\varphi$  représente le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée.

Montrer que l'on peut mettre la fonction de transfert  $\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{V}s}{V}$  sous la forme:

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{1}{1 + A\left(\frac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2}\right)}$$

Exprimer A.

$$A) A = \frac{R_2}{R_1}$$

B) 
$$A = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$
 C)  $A = \frac{R_1}{R_2}$ 

$$C) A = \frac{R_1}{R_2}$$

D) 
$$A = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

 $C_2$ 

 $R_2$ 

**9.** — Exprimer  $\omega_1$ .

$$A) \omega_1 = \frac{1}{R_1 C_2}$$

B) 
$$\omega_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$$
 C)  $\omega_1 = \frac{1}{R_2 C_2}$ 

C) 
$$\omega_1 = \frac{1}{R_2 C_2}$$

D) 
$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

10. — Exprimer  $\omega_2$ .

$$A) \omega_2 = \frac{1}{R_2 C_1}$$

$$B) \omega_2 = \frac{1}{R_1 C_1}$$

B) 
$$\omega_2 = \frac{1}{R_1 C_1}$$
 C)  $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$  D)  $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$ 

$$D) \omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$$

11. — Quelle doit être la valeur de  $C_2$  exprimée en fonction de  $R_1,\ R_2$  et  $C_1$  pour que le déphasage  $\varphi$  de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée soit nul?

A) 
$$C_2 = \frac{R_2}{R_1} C_1$$

B) 
$$C_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} C_1$$

C) 
$$C_2 = \frac{R_1}{R_2} C_1$$

B) 
$$C_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} C_1$$
 C)  $C_2 = \frac{R_1}{R_2} C_1$  D)  $C_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} C_1$ 

12. — Que vaut, dans ces conditions, la valeur instantanée  $v_s(t)$  de la tension de sortie ?

A) 
$$v_s(t) = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) V_e \cos(\omega t)$$

B) 
$$v_s(t) = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2}\right) V_e \cos(\omega t)$$

C) 
$$v_s(t) = \left(\frac{R_1}{R_2}\right) V_e \cos(\omega t)$$

D) 
$$v_s(t) = \left(\frac{R_2}{R_1}\right) V_e \cos(\omega t)$$

13. — On donne  $R_1=1~\mathrm{M}\Omega$  et  $C_1=1~\mathrm{nF}$ . On désire de plus que l'amplitude de la tension de sortie soit atténuée dans un rapport  $\frac{1}{10}$  par rapport à l'amplitude de la tension d'entrée :  $\frac{V_s}{V_c} = \frac{1}{10}$ 

Calculer  $R_2$  et  $C_2$ 

A) 
$$R_2 = 10 \text{ M}\Omega$$
  $C_2 = 10 \text{ pF}$ 

B) 
$$R_2 = 11 \text{ M}\Omega$$
  $C_2 = \frac{1}{11} \text{ nF}$ 

C) 
$$R_2 = 0.1 \text{ M}\Omega$$
  $C_2 = 10 \text{ nF}$ 

D) 
$$R_2 = 9 \text{ M}\Omega$$
  $C_2 = \frac{1}{9} \text{ nF}$ 

14. — On utilise une lentille mince convergente  $\mathcal{L}$  de distance focale image f', pour former l'image d'un objet  $\overline{AB}$  sur un écran situé à une distance  $\overline{AE} = D = 1$  m de l'objet. Montrer que si D est supérieure à une valeur  $D_0$  que l'on exprimera, il existe deux positions  $O_1$  et  $O_2$  de la lentille pour lesquelles on obtient une image nette sur l'écran (cf. figure ci-contre).

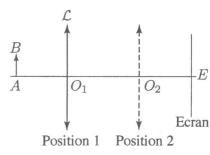
A) 
$$D_0 = 3f'$$

B) 
$$D_0 = 2f'$$

C) 
$$D_0 = f'$$

D) 
$$D_0 = Af'$$

D)  $D_0 = 4f'$ 15. — Ces deux positions sont séparées par une distance  $d = |\overline{O_1O_2}|$  qui vaut 529 mm. Calculer la distance focale f' de la lentille.



A) 
$$f' = 180 \text{ mm}$$

B) 
$$f' = 150 \text{ mm}$$

C) 
$$f' = 100 \text{ mm}$$

D) 
$$f' = 250 \text{ mm}$$

16. — Calculer les grandissements transversaux  $G_1$  et  $G_2$  de  $\mathcal{L}$  correspondant à ces deux positions.

A) 
$$G_1 = -7,33$$
 et  $G_2 = 0,14$ 

B) 
$$G_1 = -3.25$$
 et  $G_2 = -0.31$ 

C) 
$$G_1 = -1,47$$
 et  $G_2 = -0,68$ 

D) 
$$G_1 = -4,75$$
 et  $G_2 = -0,21$ 

17. — On fait varier la distance D de l'objet à l'écran tout en réglant la position de la lentille jusqu'à ce que  $G_1 = G_2 = -1$ . Calculer la valeur  $d_0$  de d qui sépare les deux positions de la lentille.

A) 
$$d_0 = 180 \text{ mm}$$

B) 
$$d_0 = 90 \text{ mm}$$

C) 
$$d_0 = 0 \text{ mm}$$

D) 
$$d_0 = 720 \text{ mm}$$

18. — Calculer la valeur  $D_0$  de D qui correspond à cette situation.

A) 
$$D_0 = 640 \text{ mm}$$

B) 
$$D_0 = 720 \text{ mm}$$

C) 
$$D_0 = 180 \text{ mm}$$

D) 
$$D_0 = 90 \text{ mm}$$

19. — On remplace la lentille  $\mathcal{L}$  par une lentille mince divergente  $\mathcal{L}'$  de distance focale image  $f_1'=-100$  mm. On replace l'écran à une distance D=1 m de l'objet. Calculer la distance  $d_1$  qui sépare les deux positions pour lesquelles l'image sur l'écran est nette.

A) Il n'existe aucune position de la lentille  $\mathcal{L}'$  pour laquelle l'image sur l'écran est nette

B) 
$$d_1 = 190 \text{ mm}$$

C) 
$$d_1 = 720 \text{ mm}$$

D) 
$$d_1 = 820 \text{ mm}$$

20. — Une lentille mince convergente  $\mathcal{L}_0$  de centre optique O et de distance focale image  $f_0'$  connue donne d'un objet  $\overline{AB}$  situé à l'infini une image  $\overline{A'B'}$  située à une distance  $\overline{OA'} = \Delta$  de O. On place une lentille mince  $\mathcal{L}'$  de centre optique O' et de distance focale image  $f_i'$  inconnue en avant de la lentille  $\mathcal{L}_0$  à une distance  $\overline{O'O} = \Delta$  de O. On constate un déplacement de l'image A' en A''. Exprimer  $f_i'$  en fonction du déplacement  $\delta = \overline{A'A''}$  de l'image et de  $f_0'$ .

$$A) f_i' = -\frac{\delta^2}{f_0'}$$

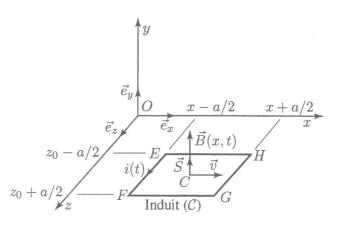
B) 
$$f_i' = \frac{{f_0'}^2}{2\delta}$$

$$C) f_i' = \frac{2\delta^2}{f_0'}$$

D) 
$$f_i' = -\frac{{f_0'}^2}{\delta}$$

21. — L'induit (C) d'un moteur linéaire est constitué de N spires conductrices filiformes carrées identiques de coté a, pouvant se déplacer dans un repère galiléen  $\mathcal{R}(Oxyz)$  muni d'une base orthonormée  $\{\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z\}$ . Ce cadre, de vecteur surface  $\vec{S}=a^2\vec{e}_y$  est astreint à se mouvoir dans le plan xOz de  $\mathcal{R}$  de façon à ce que les côtés EH et EF restent parallèles aux axes Ox et Oz respectivement. Le centre  $C(x,0,z_0)$ , de coordonnées  $x,0,z_0$ , est animé, en régime établi, d'un mouvement rectiligne suivant la droite  $z=z_0$  et uniforme de vitesse  $\vec{v}=v\vec{e}_x$ , où v peut prendre des valeurs positives ou négatives (cf. figure ci-contre).

Exprimer la loi d'évolution de l'abscisse x du centre C du cadre en fonction du temps sachant qu'à l'instant t=0 où l'on peut considérer que le régime de fonctionnement est établi, C se trouve sur l'axe Oz.



A) 
$$x = 2vt$$

$$B) x = \frac{vt}{2}$$

C) 
$$x = \frac{2vt}{3}$$

$$D) x = vt$$

**22.** — Le cadre est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}(M,t)$  dont la valeur au point de coordonnées  $x,0,z_0$  où se trouve le centre C de l'induit à cet instant, s'écrit :

$$\vec{B}(x,t) = B_0 \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} - \omega_0 t\right) \vec{e}_y$$

où  $\lambda$  est une longueur caractéristique constante et  $\omega_0$  est une pulsation constante. Les variables x et t étant liées, montrer que le flux  $\Phi$  du champ magnétique à travers le cadre peut s'écrire sous la forme de la fonction exclusive du temps t:

$$\Phi = \Phi_0 \cos[(\omega - \omega_0)t]$$

où  $\omega$  et  $\Phi_0$  sont des constantes que l'on explicitera. On suppose  $a \ll \lambda$  de sorte que l'on peut considérer, *pour ce calcul seulement*, que le champ magnétique est uniforme sur toute la surface de l'induit.

A) 
$$\Phi_0 = NB_0a^2$$
 et  $\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}$ 

B) 
$$\Phi_0 = B_0 a^2$$
 et  $\omega = \frac{\pi v}{N}$ 

C) 
$$\Phi_0 = \frac{B_0 a^2}{N}$$
 et  $\omega = \frac{v}{2\pi\lambda}$ 

D) 
$$\Phi_0 = 2NB_0a^2$$
 et  $\omega = \frac{v}{\lambda}$ 

23. — Calculer la force électromotrice e(t) induite dans le cadre en fonction de  $\Phi_0,\ \omega$  et  $\omega_0$ .

A) 
$$e(t) = \Phi_0(\omega - \omega_0)\cos(\omega - \omega_0)t$$

B) 
$$e(t) = \Phi_0 \omega \cos(\omega - \omega_0) t$$

C) 
$$e(t) = \Phi_0(\omega - \omega_0) \sin(\omega - \omega_0)t$$

D) 
$$e(t) = \Phi_0 \omega \sin(\omega - \omega_0)t$$

**24.** — Le cadre présente une résistance R et un cœfficient d'inductance propre L. Montrer que le courant instantané i(t) qui circule dans l'induit dans le sens indiqué sur le schéma de la figure ci-dessus s'écrit, en régime établi :

$$i(x,t) = I_0 \sin[(\omega - \omega_0)t + \psi_0]$$

Exprimer  $I_0$  et  $\tan \psi_0$  en fonction de R, L,  $\omega$  et  $\omega_0$ .

$${\rm A)} \; I_0 = \frac{\Phi_0(\omega - \omega_0)}{[R^2 + L^2(\omega - \omega_0)^2]^{1/2}} \quad {\rm et} \quad \tan \psi_0 = -\frac{L(\omega - \omega_0)}{R}$$

$$\mathrm{B)}\,I_0 = \frac{\omega}{[R^2 + L^2\omega^2]^{1/2}} \quad \mathrm{et} \quad \tan\psi_0 = \frac{L\omega}{R}$$

C) 
$$I_0 = \frac{\Phi_0 \omega_0}{[R^2 + L^2 \omega^2]^{1/2}}$$
 et  $\tan \psi_0 = -\frac{R}{L(\omega - \omega_0)}$ 

D) 
$$I_0 = \frac{(\omega - \omega_0)^2}{R^2 + L^2(\omega - \omega_0)^2}$$
 et  $\tan \psi_0 = \frac{R}{L\omega_0}$ 

**25.** — Pour calculer la résultante des forces qui s'exercent sur l'induit, on considére à nouveau le champ magnétique comme une fonction des variables liées x et t. Montrer que la force résultante instantanée qui s'exerce sur l'induit peut alors s'écrire sous la forme de la fonction exclusive du temps t:

$$\vec{F}(t) = F_0 \sin[(\omega - \omega_0)t] \cdot \sin[(\omega - \omega_0)t + \psi_0]\vec{e}_x$$

Exprimer  $F_0$  en fonction de  $I_0$ ,  $\Phi_0$  et  $\lambda$ .

A) 
$$F_0 = \frac{\pi}{\lambda} \Phi_0 I_0$$

$$F_0 = -\frac{\lambda}{2\pi} \Phi_0 I_0$$

C) 
$$F_0 = \frac{\pi I_0}{\lambda \Phi_0}$$

D) 
$$F_0 = -\frac{2\pi}{\lambda} \Phi_0 I_0$$

**26.** — Montrer que la valeur moyenne temporelle  $\langle F \rangle$  de F(t) calculée sur une période peut s'écrire :  $\langle F \rangle = F_1 \cos \psi_0$  Donner l'expression de  $F_1$  en fonction de  $I_0$ ,  $\Phi_0$  et  $\lambda$ .

A) 
$$F_1 = \frac{\pi}{2\lambda} \Phi_0 I_0$$

B) 
$$F_1 = -\frac{\pi}{\lambda} \Phi_0 I_0$$

C) 
$$F_1 = -\frac{\lambda}{2\pi} \Phi_0 I_0$$

D) 
$$F_1 = \frac{\pi I_0}{2\lambda\Phi_0}$$

**27.** — Exprimer  $\cos \psi_0$  en fonction de R, L,  $\omega$  et  $\omega_0$ .

A) 
$$\cos \psi_0 = \frac{R}{[R^2 + L^2 \omega^2]^{1/2}}$$

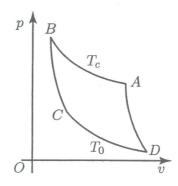
B) 
$$\cos \psi_0 = \frac{L\omega}{[R^2 + L^2\omega^2]^{1/2}}$$

C) 
$$\cos \psi_0 = \frac{R}{[R^2 + L^2(\omega - \omega_0)^2]^{1/2}}$$

D) 
$$\cos \psi_0 = \frac{L(\omega - \omega_0)}{[R^2 + L^2(\omega - \omega_0)^2]^{1/2}}$$

28. — Le fluide d'une pompe à chaleur décrit de façon réversible un cycle de Carnot composé:

- d'une compression isotherme AB au cours de laquelle le fluide échange une quantité de chaleur algébrique  $\delta Q_c$  avec une source chaude constituée par l'air d'une pièce de capacité thermique totale C que l'on désire chauffer et dont la température à l'instant  $t \operatorname{est} T_c(t)$ ,
- ullet d'une détente adiabatique BC qui ramène la température du fluide à la température constante  $T_0$  de la source froide constitué par l'air extérieur à la pièce,
- d'une détente isotherme CD au cours de laquelle le fluide échange la quantité de chaleur algébrique  $\delta Q_0$  avec l'air extérieur à la pièce à la température constante  $T_0$ ,
- d'une compression adiabatique DA qui ramène la température du fluide à la température  $T_c(t)$  de la source chaude,



On peut considérer que la température  $T_c(t)$  de la source chaude reste constante au cours de la compression isotherme AB et qu'elle augmente de d $T_c$  à chaque cycle de durée dt. On désigne par  $\delta W>0$  le travail reçu par le fluide au cours d'un cycle.

Exprimer l'efficacité thermique  $\eta(t)$  de la pompe à chaleur définie par le rapport :  $\eta = -\frac{\partial Q_c}{\delta W}$ 

A) 
$$\eta(t) = \frac{T_0}{T_c(t) - T_0}$$
 B)  $\eta(t) = \frac{T_0 - T_c(t)}{T_c(t)}$  C)  $\eta(t) = \frac{T_c(t)}{T_c(t) - T_0}$  D)  $\eta(t) = \frac{T_0 - T_c(t)}{T_0}$ 

B) 
$$\eta(t) = \frac{T_0 - T_c(t)}{T_c(t)}$$

C) 
$$\eta(t) = \frac{T_c(t)}{T_c(t) - T_0}$$

D) 
$$\eta(t) = \frac{T_0 - T_c(t)}{T_0}$$

**29.** — On suppose, dans un premier temps, que la pièce est thermiquement isolée de l'extérieur et que sa température initiale est  $T_c(0) = T_0$ . On désigne par  $\mathcal{P} = \frac{\delta W}{\mathrm{d}t}$  la puissance mécanique *constante* fournie au fluide. Exprimer l'intervalle de temps  $t_0$  pendant lequel la pompe doit fonctionner pour que l'air de la pièce atteigne la température  $T_1 = T_c(t_0)$ .

A) 
$$t_0 = \frac{C}{P} \left( T_1 - T_0 - T_0 \ln \frac{T_1}{T_0} \right)$$

B) 
$$t_0 = \frac{C}{\mathcal{P}} \left( T_0 \ln \frac{T_1}{T_0} \right)$$

C) 
$$t_0 = \frac{C}{\mathcal{P}} \left( T_1 - T_0 \ln \frac{T_0}{T_1} \right)$$

D) 
$$t_0 = \frac{C}{\mathcal{P}} \left( T_0 - T_1 \ln \frac{T_1}{T_0} \right)$$

30. — La pompe à chaleur est arrêtée et la puissance  $\mathcal{P}$  est fournie sous forme électrique à la résistance chauffante, de capacité thermique négligeable, d'un radiateur électrique.

Calculer l'intervalle de temps  $t_1$  nécessaire pour que la pièce, initialement à la température  $T_0$  atteigne la tempéra-

A) 
$$t_1 = \frac{C}{\mathcal{P}} \left( \frac{T_1 - T_0}{2} \right)$$

B) 
$$t_1 = \frac{C}{P} \frac{(T_1 - T_0)^2}{(T_1 + T_0)}$$

C) 
$$t_1 = \frac{C}{P} \left( \frac{T_1 + T_0}{2} \right)$$
 D)  $t_1 = \frac{C}{P} \left( T_1 - T_0 \right)$ 

31. — Calculer le gain de temps  $\Delta t = t_1 - t_0$  que l'on obtient en utilisant une pompe à chaleur plutôt qu'un radiateur électrique. On donne :  $T_0 = 283 \text{ K}$ ,  $T_1 = 291 \text{ K}$  et le rapport  $\frac{\mathcal{P}}{C} = 98.10^{-6} \text{ K.s}^{-1}$ 

A) 
$$\Delta t = 2, 2.10^4 \text{ s}$$

B) 
$$\Delta t = 80, 5.10^3 \text{ s}$$

C) 
$$t = 3, 8.10^3$$
 s

D) 
$$t = 1, 3.10^3$$
 s

32. — On suppose maintenant que la pièce présente une fuite thermique et que, lorsque sa température à l'instant t est  $T_c(t)$ , elle échange avec l'extérieur, pendant l'intervalle de temps  $\mathrm{d}t$ , une quantité de chaleur :

$$\delta Q = -kC[T_c(t) - T_0] dt$$

où k est une constante.

La pompe est arrêtée lorsque la température de la pièce vaut  $T_c=288~{
m K}$ . Si  $T_0=283~{
m K}$ , la température de la pièce chute alors de  $1~{\rm K}$  au bout de  $3~{\rm heures}$ . Calculer k.

A) 
$$k = 12, 5.10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

B) 
$$k = 20, 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

B) 
$$k = 20, 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$$
 C)  $k = 17, 3.10^{-4} \text{ s}^{-1}$  D)  $k = 0, 2.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 

D) 
$$k = 0.2.10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

33. — Montrer que la température limite  $T_{l_1}$  atteinte dans la pièce lorsque la pompe fonctionne et que le régime permanent est établi, se déduit de la relation

$$T_{l_1}^2 - 2AT_{l_1} + T_0^2 = 0$$

Exprimer A.

A) 
$$A = T_0 + \frac{2\mathcal{P}}{kC}$$

$$B) A = T_0 + \frac{\mathcal{P}}{2kC}$$

C) 
$$A = T_0 - \frac{\mathcal{P}}{kC}$$

D) 
$$A = T_0 - \frac{2\mathcal{P}}{kC}$$

**34.** — Exprimer la température limite  $T_{l_2}$  atteinte dans la pièce lorsque la pompe est remplacée par un radiateurélectrique recevant, sous forme électrique, la même puissance  $\mathcal P$  que la pompe à chaleur.

A) 
$$T_{l_2} = 288 \text{ K}$$

B) 
$$T_{l_2} = 292 \text{ K}$$

C) 
$$T_{l_2} = 320 \text{ K}$$

D) 
$$T_{l_2} = 327 \text{ K}$$

35. — Dans le montage de la figure ci-contre l'amplificateur opérationnel est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire. Le circuit est alimenté à l'entrée par un générateur délivrant une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$  et d'amplitude complexe  $\underline{V}_e$ . On désigne par  $\underline{V}_s$  l'amplitude complexe de la tension prélevée sur la borne de sortie de l'amplificateur opérationnel. Les éléments passifs qui constituent le reste du circuit sont caractérisés par leurs admitances respectives  $\underline{Y}$ ,  $\underline{Y}_1$  et  $\underline{Y}_2$  (cf. figure ci-contre).

Exprimer la fonction de transfert  $\underline{T} = \frac{\underline{V_s}}{V}$  de ce filtre en fonction des admittances  $\underline{Y}$ ,  $\underline{Y}_1$  et  $\underline{Y}_2$ .

to the transfer 
$$\underline{V}_2$$
 (cf. figure ci-contre). The properties  $\underline{V}_e$  ion de transfert  $\underline{T} = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$  de ce filtre en foncties  $\underline{Y}$ ,  $\underline{Y}_1$  et  $\underline{Y}_2$ .

A) 
$$\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}} + \frac{\underline{Y}_1\underline{Y}_2}{\underline{Y}^2}}$$

C) 
$$\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1} + \frac{\underline{Y}^2}{\underline{Y}_1^2}}$$

B) 
$$\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{\underline{Y}}{Y_2} + \frac{\underline{Y}\underline{Y}_2}{{Y_1}^2}}$$

 $\underline{Y}$ 

 $\underline{Y}_2$ 

 $\underline{Y}_1$ 

 $\underline{V}_s$ 

D) 
$$\underline{T} = -\frac{1}{1 + 3\frac{\underline{Y}_2}{\underline{Y}} + \frac{\underline{Y}_1\underline{Y}}{\underline{Y}_2}^2}$$

36. — Les admittances  $\underline{Y}$  sont celles de trois condensateurs identiques, de capacité C. Les admittances  $\underline{Y}_1$  et  $\underline{Y}_2$  sont des conductances pures de valeurs respectives  $\frac{1}{R}$  et  $\frac{\alpha}{R}$  où  $\alpha$  est une constante positive. On pose  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  et  $x = \frac{\omega_0}{\omega}$ . Exprimer le module T de la fonction de transfert en fonction de x et de  $\alpha$ .

A) 
$$T = \frac{1}{\sqrt{(1 - 4\alpha x^2)^2 + x^2}}$$

B) 
$$T = \frac{1}{\sqrt{(1 - \alpha x^2)^2 + x^2}}$$

C) 
$$T = \frac{1}{\sqrt{(1 - \alpha x^2)^2 + 9x^2}}$$

D) 
$$T = \frac{1}{\sqrt{(1+\alpha x^2)^2 + 4x^2}}$$

37. — Déterminer la valeur  $\alpha_0$  de  $\alpha$  pour laquelle on peut écrire :

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_1/\omega)^4}}$$

A) 
$$\alpha_0 = 9/2$$

B) 
$$\alpha_0 = 2$$

C) 
$$\alpha_0 = 1/8$$

D) 
$$\alpha_0 = 1/2$$

**38.** – Exprimer  $\omega_1$ .

A) 
$$\omega_1 = \sqrt{2}\omega_0$$

B) 
$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{8}}$$

C) 
$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

$$D) \omega_1 = \frac{3}{\sqrt{2}} \omega_0$$

39. — On désigne par  $\varphi$  le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. Exprimer  $\tan \varphi$  en fonction de  $\omega$  et  $\omega_1$  lorsque  $\alpha = \alpha_0$ .

A) 
$$\tan \varphi = \frac{1}{1 - \frac{\omega_1}{\omega_1}}$$

B) 
$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}}$$

C) 
$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}}$$

D) 
$$\tan \varphi = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}$$

**40.** — Calculer la valeur  $\omega_2$  de la pulsation correspondant à une atténuation de la fonction de transfert de 40 dB par rapport à  $T(\infty)$ .

A) 
$$\omega_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

B) 
$$\omega_2 = \frac{9\omega_0}{\sqrt{2}}$$

C) 
$$\omega_2 = \frac{2\omega_0}{\sqrt{3}}$$

$$D) \omega_2 = \frac{3\omega_0}{10\sqrt{2}}$$

## ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2008

# CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve optionnelle obligatoire de SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

Durée: 4 heures

Coefficient: 3

# **ROBOT SOUS MARIN « CASTOR 2 »**

## Cette épreuve comporte 39 pages

#### Contenu du dossier :

- > 1 page de garde
- > Sujet: pages S1 à S18
- Documents techniques : pages D1 à D7
   Feuilles réponses : pages R1 à R13

#### N.B. :

- 1. Pour les réponses qui doivent être rédigées sur feuille de copie, on devra :
  - > Respecter l'ordre donné dans le sujet.
  - Apporter un maximum de soin à la rédaction.
  - > Eviter les longs développements inutiles.
- 2. Les feuilles réponses doivent être insérés dans la copie. Ne pas oublier de reporter votre n° d'inscription sur chacun d'entre eux.
- 3. Le sujet comporte trois parties indépendantes.
- 4. Aucune documentation autorisée.

**CALCULATRICE AUTORISEE** 

# ERRATA S.I.I. CONCOURS ICNA 2008

Il est conseille de procéder aux corrections en début d'épreuve

# 1- Page D6 : Tableau des caractéristiques de creusement des sols

Il convient de lire pour le sol « corail dur » Vitesse d'avance = 30m/h

## 2- Page S12 ; tableau de paramétrage

	vitesse d'entrée	Vitesse de sortie	Rapport $rac{arphi_S}{arphi_E}$	Couple de sortie
Réducteur R2	$\omega_{\mathrm{E2}}$	$\omega_{\mathrm{S2}}$	$\mu_2$	$C_{S2}$
Réducteur R2'	ω' <sub>E2</sub>	ω' <sub>S2</sub>	μ'2	C' <sub>S2</sub>

## 3- Page S4; Hypothèses et données; 8ième ligne

- La vitesse de rotation de la roue trancheuse par rapport au « TRUNCHER » est  $\vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\theta}\vec{y}_2$ On pose  $\dot{\theta} = -\omega$  ( $\dot{\theta}$  constante < 0 dans les conditions d'étude)
- 4- Page S4; Question B.1.1.4; 20ième ligne

Conditions initiales : à t = 0 :  $\theta(0) = \pi$  ; X(0) = 0; z(0) = 0

# 5- Page S4; Question B.1.2.2; 30ième ligne

Conditions aux limites

- t= t<sub>1</sub> le point D<sub>1</sub> coı̈ncide avec le point  $D_{1H}$ ;  $\overline{O_0D_{1H}} = x_{1H}.\vec{x_0} + z_{1H}.\vec{z_0}$
- $\mathbf{t} = \mathbf{t}_2$  le point  $\mathbf{D}_2$  coı̈ncide avec le point  $D_{2H}$  ;  $\overrightarrow{O_0D}_{2H} = x_{2H}.\vec{x}_0 + z_{2H}.\vec{z}_0$

# 6- Page S5 ; Question B.2.1 ; 31ième ligne

Montrer que cette expression peut se mettre sous la forme :

$$P_i = A(R, \dot{\theta}_i, \theta_i, V_a).F_{ci} + B(R, \dot{\theta}_i, \theta_i, V_a).F_{ai}$$

La feuille réponse page R5 comportera la modification correspondante

# 7- Page S5 ; hypothèses et données ; 26<sup>ième</sup> ligne

• Vitesse d'avance du TRUNCHER : Va = 30 m/h

# 8- Page S6; Question B.2.4; 5ième ligne

Déterminer l'expression littérale de la norme de l'effort de coupe maximal sur une dent :  $\left\|\vec{F}_{ci}\right\|_{Maxi}$  en fonction de f<sub>z</sub> ,K et L.

# 9- Page R4; Question B.1.3.1

Attention : la construction graphique peut empiéter sur le texte.

Bon travail, avec les excuses des promoteurs du sujet!

# **ROBOT SOUS-MARIN: « CASTOR 2»**

#### PRESENTATION GENERALE

Plus des 2/3 des communications mondiales s'effectuent aujourd'hui par câbles, contre 1/3 par satellites. Entre 1992 et 1999, plus de 560.000 Km de câbles sous-marins ont été installés dans le monde.

Afin de ne pas être détruits les câbles doivent être enfouis (l'opération correspondante est appelée « l'ensouillage »)

La pose d'un câble sous marin nécessite trois phases principales :

- Phase 1 : Le choix d'un tracé permettant entre autre de repérer la nature du sol afin de définir les paramètres de creusement.
- Phase 2 : La dépose du câble sur le fond
- Phase 3 : L'ensouillage dans une tranchée de 0,22m de largeur pour une profondeur pouvant atteindre 1,2 m.

Le robot sous marin CASTOR2 a été spécifiquement conçu pour réaliser l'opération d'ensouillage. Son pilotage est effectué à partir d'un navire suiveur relié par un câble permettant la communication des informations et de l'énergie.

Ce robot est en fait un engin de travaux publics aux dimensions imposantes puisqu'il a une masse (hors équipement de creusement) de 10000 kg.

Il peut travailler à une profondeur de 1000 m et nécessite une puissance totale de plus de 100 KW.

La conception du CASTOR2 qui date des années 90 et le contexte du marché ont amené la société propriétaire à procéder à une « mise à jour » du système. Cette mise à jour a deux objectifs :

- Améliorer les conditions de pilotage et les performances
- Supprimer les dysfonctionnements.

Parmi ces dysfonctionnements on a relevé la détérioration importante de la roue trancheuse par des ruptures fréquentes des dents de creusement. Le sujet proposé s'inscrit dans cette démarche d'évolution du produit.

#### PRESENTATION DU SUJET

Le sujet comporte trois parties indépendantes :

PARTIE A : Analyse fonctionnelle du système

PARTIE B : Etude de l'ensouillage

PARTIE C : Etude de la commande de la vitesse d'avance

# PARTIE A ANALYSE FONCTIONNELLE DU SYSTEME

## PRESENTATION DE L'ETUDE

Nota : le texte ci-dessous fait référence à des termes définis dans le document Doc.1 pages D1 à D5 ; il est conseillé de consulter entièrement ce document avant de poursuivre la lecture.

Cette analyse permet d'appréhender le système «CASTOR2» dans sa globalité , et constitue une étape préalable aux études d'évolution du produit.

Lors des différentes campagnes d'ensouillage, les techniciens ont constaté que pour les sols durs le creusement était ralenti voire complètement interrompu par immobilisation du Véhicule.

On se propose de vérifier si le dysfonctionnement constaté peut être dû à un manque de puissance de l'engin.

#### TRAVAIL DEMANDE

On donne sur le document réponse R1, le diagramme FAST partiel du système.

**A.1** Compléter ce diagramme en Indiquant les différents constituants remplissant les fonctions Fp111 à Fp114.

On donne figure 1.A, le graphe synoptique montrant les chaînes d'énergie du système.

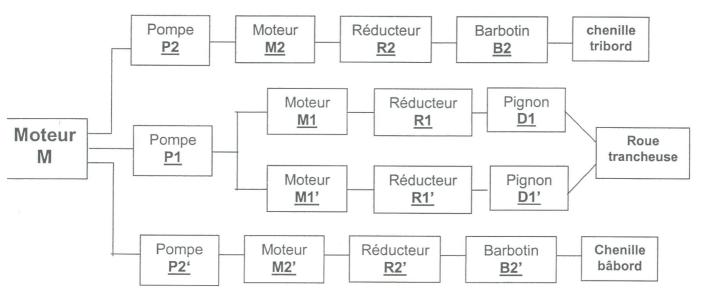


Figure 1.A: Graphe synoptique

**A.2** En utilisant les notations définies dans l'annexe 1 page S12, compléter les schémas blocs en indiquant les grandeurs d'entrées / sorties qui permettent de définir la transmission de puissance. On précisera les unités.

#### Hypothèses

- L'engin est en phase travail sur un sol horizontal
- L'outil tourne à vitesse constante
- Le « Truncher » se déplace à vitesse constante
- Les chenilles roulent sans glisser sur le sol.
- On admet que les actions de creusement sol→ roue trancheuse ont une puissance égale à la puissance de coupe P<sub>coupe</sub>= K.Q (voir Doc2 page D6)

- On néglige l'action de traînée hydrodynamique de l'eau sur l'engin
- Le véhicule se déplaçant en régime établi, on admet que la variation d'énergie cinétique galiléenne du système étudié est nulle.

#### On note:

Le rendement global η des chaînes d'énergie mises en jeu (figure 1.A) La puissance mécanique fournie par le moteur :  $P_m$ 

La puissance mécanique utile :  $P_{mU}$  avec  $\eta = \frac{P_{mU}}{P_m}$ 

A.3 Isoler le système complet et après avoir énoncé le théorème de l'énergie cinétique l'appliquer et en déduire l'expression littérale  $P_m(\eta, P_{coupe})$ 

On effectue un creusement dans un sol en « corail dur » correspondant aux conditions les plus dé-

A.4 En exploitant les données et notations du tableau page D6, donner l'expression littérale du débit de matière enlevée O(L, H, Va)

Effectuer l'application numérique.

**A.5** En supposant le rendement  $\eta = 1$  calculer la puissance minimale qu'il faudrait donner au mo-

Conclure au regard de la puissance du moteur choisi. (voir caractéristiques page D4)

A.6 Donner la valeur du rendement minimal pour que le choix de ce moteur soit acceptable. Le dysfonctionnement présenté en début d'étude vous paraît-il justifiable d'un point de vue énergétique? Argumenter les conclusions.

# PARTIE B ETUDE DE L'ENSOUILLAGE

## PRESENTATION DE L'ETUDE

Nota : le texte ci-dessous fait référence à des termes définis dans le document Doc.2 pages D6 à D7 ; il est conseillé de consulter entièrement ce document avant de poursuivre la lecture.

Les situations extrêmes de fonctionnement ont pour conséquences des sollicitations importantes qui peuvent amener la rupture des doigts de l'outil..

Le respect des conditions cinématiques de creusement est indispensable pour éviter ces ruptures. Dans cette partie on se propose de conduire une étude visant à optimiser le choix de ces paramètres et de la motorisation.

Notations 
$$\mathcal{V}(i/j)_{\mathcal{Q}} = \begin{cases} \vec{\Omega}(i/j) = \omega_{xij}.\vec{x} + \omega_{yij}.\vec{y} + \omega_{zij}.\vec{z} \\ \vec{V}_{\mathcal{Q}}(i/j) = u_{xij}.\vec{x} + u_{yij}.\vec{y} + u_{zij}.\vec{z} \end{cases}$$
 torseur cinématique au point Q du solide i par rapport au solide j

$$\mathbf{7}(i \to j)_{\mathcal{Q}} = \begin{cases} \vec{F}(i \to j) = X_{ij}.\vec{x} + Y_{ij}.\vec{y} + Z_{ij}.\vec{z} & \text{torseur des inter efforts} \quad \text{au point Q} \\ \vec{M}_{\mathcal{Q}}(i \to j) = L_{ij}.\vec{x} + M_{ij}.\vec{y} + N_{ij}.\vec{z} & \text{du solide i sur le solide j} \end{cases}$$

# **B.1. ETUDE CINEMATIQUE DU CREUSEMENT**

On procède à une analyse cinématique du creusement pour déterminer la géométrie optimisée de l'outil et ceci dans les conditions les plus défavorable.

Il est important de se référer à l'annexe 2 pages S12 à S15 et au document Doc2 page D7 pour prendre connaissance de la modélisation de l'outil et du paramétrage.

## Hypothèses et données

- Le problème est supposé plan dans le plan de symétrie  $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$
- La vitesse de rotation de la roue trancheuse par rapport au « TRUNCHER » est  $\vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\theta} \vec{y}_2$ On pose  $\dot{\theta} = \omega$  ( $\omega$  constante < 0 dans les conditions d'étude)
- La fréquence de rotation de la roue trancheuse : N roue = 23 tr/min
- Diamètre de la roue : D=2R = 1,58 m
- Vitesse d'avance du « TRUNCHER »  $\vec{V}_{O1(1/0)} = V_a \vec{x}_0$  (  $V_a > 0$  dans les conditions d'étude)
- La tranchée est effectuée dans un sol « compact » : (voir Doc2 page D6)
- Nombre de dents de l'outil Z = 18
- La première dent est repérée par  $\overrightarrow{OD}_1 = \frac{D}{2}.\vec{z}_{21}$  avec  $\vec{z}_2 = \vec{z}_{21}$

#### **B.1.1. ETUDE PRELIMINAIRE**

- **B.1.1.1** Donner sous formes littérale et numérique le torseur cinématique  $\mathcal{U}(1/0)_{o_1}$ .
- **B.1.1.2** Donner sous formes littérale et numérique le torseur cinématique  $\mathcal{V}(2/0)_{O_1}$ .
- **B.1.1.3** Déterminer l'expression littérale de  $\vec{V}_{D1(2/0)}(V_a,\omega,R)$

Exprimer ses composantes littérales dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

Condition initiale : t = 0,  $\theta(0) = \pi$ .

**B.1.1.4** Déterminer les expressions littérales  $x_{D1}(\omega,t,Va,R)$ ,  $z_{D1}(\omega,t,R)$  des coordonnées paramétriques du point D1:  $\overrightarrow{OD}_1 = x_{D1}.\vec{x}_0 + z_{D1}.\vec{z}_0$  dans le repère  $R_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ 

# B.1.2 CALCUL DE L'AVANCE PAR DENT $f_z$ .

L'épure figure 3 annexe 2 représente les trajectoires des points consécutifs D1 et D2 . On se propose de déterminer la relation  $G(\omega,Va,Z,f_Z)=0$  entre l'avance par dent  $f_Z$  et les paramètres de coupe .

Conditions initiales : t = 0 ,  $\theta(0) = \pi$  .

**B.1.2.1** Déterminer les expressions littérales  $x_{D2}(\omega,t,Va,R,Z)$ ,  $z_{D2}(\omega,t,R,Z)$  des coordonnées paramétriques du point D2 dans le repère  $R_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ 

#### Conditions aux limites

- $t=t_1$  le point  $D_1$  coı̈ncide avec le point  $D_{1H}$ ;  $\overline{O_0D_{1H}}=x_{1H}.\vec{x}_0+y_{1H}.\vec{y}_0$
- $t = t_2$  le point  $D_2$  coı̈ncide avec le point  $D_{2H}$  ;  $\overrightarrow{O_0D}_{2H} = x_{2H}.\vec{x}_0 + y_{2H}.\vec{y}_0$

**B.1.2.2** Montrer que 
$$t_2 - t_1 = \frac{\beta}{\omega}$$

**B.1.2.3** Montrer que l'on a la relation  $f_z = Va\frac{\beta}{\alpha}$ 

**B.1.2.4** En déduire l'expression littérale  $V_a(f_z, Z, \omega)$ 

Calculer la valeur numérique de l'avance par dent (exprimée en mm)

## B.1.3. CALCUL DE LA GEOMETRIE D'UN DOIGT.

Pour avoir de bonnes conditions de creusement on impose le critère  $\alpha_{ei} > 0$ . L'angle  $\alpha_{ei}$  est l'angle de dépouille effectif (voir définition Annexe 2 page S13)

On admettra que lorsque cette condition n'est pas satisfaite un doigt est soumis à des sollicitations telles qu'il peut se rompre.

**B.1.3.1** Pour  $\theta = \pi$  puis pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$  représenter graphiquement :

- La vitesse de coupe :  $\vec{V}_{\mathrm{D1(2/1)}} = \vec{V}_{\mathrm{C1}}$
- La vitesse d'avance :  $\vec{V}_{D1(1/0)} = \vec{V}a$
- La vitesse de coupe effective :  $\vec{V}_{\mathrm{Dl}(2^{/0})} = \vec{V}_{\mathrm{Cel}}$

**B.1.3.2.** En déduire l'expression littérale et numérique de  $\alpha_{\text{lmini}}$  pour respecter la condition énoncée ci-dessus..

# B.2. ACTION DU SOL SUR LA ROUE TRANCHEUSE.

On procède à l'étude des actions du sol sur l'outil dans les conditions les plus défavorables c'està-dire pour un sol en corail dur. Cette analyse permettra de déterminer la puissance nécessaire pour le creusement.

## Hypothèses et notations:

- Les mouvements sont en régime établi ( $\omega$  et  $V_a$  sont constants)
- $7(mati\`ere \rightarrow dent)_{Di} = \begin{cases} \vec{F}(mati\`ere \rightarrow dent) = \vec{F}_i = F_{ci} \vec{x}_{2i} + \vec{F}_{ai} \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{cases}$
- On note  $P_i$  la puissance des inter efforts (sol  $\rightarrow$  dent i)
- Chaque doigt d'une dent supporte le même effort :  $\|\vec{F}_{Doigt}\| = \frac{\|\vec{F}_i\|}{6}$ 
  - Paramètres de coupe du « corail »
  - Avance par dent :  $f_z = 1,5 \,\text{mm}$
  - Vitesse d'avance du TRUNCHER : Va = 40 m/h
  - Hauteur de tranchée H = 0,8 m
  - Largeur de la tranchée L= 0,22 m
  - Coefficient de résistance au cisaillement :  $K = 60 \ 10^6 P_a$
- **B.2.1**: Etablir l'expression littérale  $P_i(F_{ci}, F_{ai}, \theta_i, \dot{\theta}_i, V_a, R)$

Montrer que cette expression peut se mettre sous la forme :

$$P_{i} = A(R, \dot{\theta}_{i}, F_{ci}) + B(F_{ci}, F_{ai}, \theta_{i}, V_{a})$$

**B.2.2**. Avec l'hypothèse :  $\|\vec{F}_{aDi}\| << \|\vec{F}_{cDi}\|$  et  $\|\vec{V}a\| << \|\vec{V}ci\|$ , montrer que quel que soit  $\theta i$ , le terme  $B(\theta i)$  est négligeable devant A. (Cette approximation sera conservée pour la suite de l'étude).

**B.2.3.** Soit  $\Delta_{IJKL}$  l'aire du secteur IJKL (cf. Annexe 2 figure 5) ,montrer que  $\Delta_{IJKL} = f_Z.H$  En déduire que l'épaisseur moyenne de matière enlevée par une dent a pour expression  $e_{moyen} = e_m = \frac{f_Z.H}{\varphi.R}$ . Justifier la réponse.

L'hypothèse :  $\|\vec{F}_{ai}\| << \|\vec{F}_{ci}\|$  et  $\|\vec{V}a\| << \|\vec{V}ci\|$  est conservée pour la suite de l'étude.

**B.2.4.** Déterminer l'expression littérale de la norme de l'effort de coupe maximal sur la dent d'indice i  $\left\|\vec{F}_{ci}\right\|_{Maxi}$ 

Effectuer l'application numérique.

En déduire numériquement l'effort maximum supporté par chaque doigt :  $\left\| \vec{F}_{Doigt} \right\|_{Maxi}$ 

On appelle effort de coupe moyen:  $\left\| \vec{F}_{c_m} \right\| = K.e_m.L \right\|$ 

**B.2.5.** Déterminer l'expression littérale de l'effort de coupe moyen . Effectuer l'application numérique.

On appelle *nombre moyen de dents en prise*  $Zm=Z.\frac{\varphi}{2\pi}$  (nombre de dents qui participent simultanément à l'enlèvement de matière pour une tranchée de hauteur H) L'angle  $\varphi$  est fonction de H et est défini figure 5 annexe 2

**B.2.6**: Donner l'expression littérale du moment en O, des efforts de coupe sur l'ensemble des dents en prise  $\vec{M}_{OCoupe} = M(f_Z, L, H, Z, K).\vec{y}$  Effectuer l'application numérique

**B.2.7**: Donner l'expression littérale de la puissance des inter-efforts du sol sur l'outil pour l'ensemble des dents en prise  $P_{coupe} = G(K, L, H, Va)$ :

Effectuer l'application numérique.

Conclure sur la validité du modèle : P<sub>coupe</sub>= K.Q

# PARTIE C ETUDE DE LA COMMANDE DE LA VITESSE D'AVANCE

Compte tenu des dysfonctionnements, on envisage de modifier le poste de conduite de l'engin en aménageant des fonctions supplémentaires au levier de commande de la vitesse d'avance.

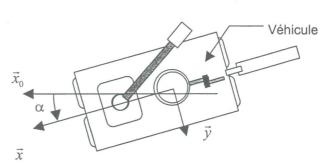
En phase de creusement le pilotage de l'engin comporte deux fonctions :

- La commande de l'angle de lacet (α) du véhicule par rapport au sol (voir figure cicontre)
- La commande de la vitesse d'avance.



commande agissant chacun sur la vitesse des moteurs actionnant les chenilles. La différence de vitesse de défilement des chenilles permettra d'obtenir l'angle de lacet voulu.

Lorsque le pilote relâche un levier, celui-ci reste dans la position sélectionnée.



Dans cette étude nous nous intéresserons à la commande d'une seule chenille et nous supposerons que l'engin se déplace en ligne droite. La vitesse d'avance de l'engin sera donc identique à la vitesse de défilement de la chenille.

La vitesse d'avance est commandée en boucle ouverte. Une chaîne d'information signale au pilote la valeur de cette vitesse.

L'étude conduite dans la partie II, a montré que la vitesse a pour expression  $V_a = \frac{\omega.f_Z.Z}{2\pi}$  .

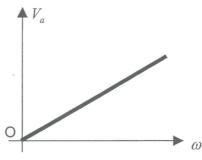
ω représentant la vitesse de rotation de l'outil.

## Rappel:

 $f_{\rm Z}$  est une constante appelée « avance par dent » qui dépend de la nature du sol .

Z est le nombre de dents de l'outil.

En fonctionnement normal l'outil doit avoir une fréquence de rotation constante et telle que :  $N_{autil} = 23tr/mn$ 



Dans le cadre de l'évolution du produit, on étudie un nouveau levier de commande comportant « un retour d'effort » qui remplira les fonctions suivantes :

- FP1 : Permettre la sélection de la vitesse d'avance
- FP2 : Imposer au pilote un effort de manœuvre proportionnel à la vitesse d'avance désirée
- **FP3**: Imposer au pilote un effort de manœuvre croissant lorsque la vitesse de rotation  $(\omega)$  de l'outil diminue.
- **FP4**: Imposer un retour en position initiale au levier  $(V_a = 0)$  lorsque un seuil limite est atteint par la vitesse  $\omega$ .

L'étude sera limitée à la fonction FP3.

On donne en annexe 3 le schéma cinématique de la solution envisagée, ainsi que la description du fonctionnement et les données techniques nécessaires.

(il est conseillé de consulter l'annexe 3 avant de poursuivre la lecture du sujet)

## C.1. ETUDE DE LA CHAINE D'ACTION

## Hypothèse

Dans la phase étudiée à l'instant t = 0, les deux plaquettes de freinage sont en contact avec le disque, on retiendra ainsi que les repères liés au bâti  $\underline{0}$  et à l'étrier  $\underline{3}$  sont confondus.

## C.1.1. VALIDATION DE LA MOTORISATION D'UN POINT DE VUE CINEMATIQUE

Des calculs préliminaires ont permis d'établir que l'effort presseur  $f_{\rm S}$  (effort de la plaquette sur le disque) devra atteindre une valeur maximale  $f_{\rm S\,max}=250N$  (correspondant au couple maximal à exercer par le pilote) .

## **C.1.1.1** Etablir l'expression littérale $x(k, f_s)$

Effectuer l'application numérique pour la valeur maximale  $f_{S_{\max}}$ 

On suppose que la vis a un sens d'hélice tel que  $\psi_1$  et  $\mu$  sont de même signe.

**C.1.1.2** Donner la loi Entrée / Sortie (E/S) géométrique du mécanisme vis-écrou ( $\underline{\mathbf{1}}$  /  $\underline{\mathbf{2}}$ ):  $\psi_1(x, \mu)$ 

**C.1.1.3** Etablir la loi E/S géométrique du mécanisme complet (moteur /  $\underline{\mathbf{2}}$ ) :  $\psi_m(x,\mu,\lambda)$  Effectuer l'application numérique pour la valeur maximale de x.

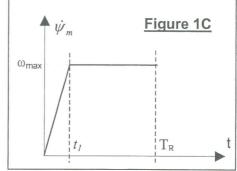
On donne figure 1C la loi des vitesses de l'arbre moteur

On impose dans le cahier des charges un temps de réponse  $T_R \le 1s$  On suppose que l'on a un fonctionnement dans les conditions maximales, c'est-à-dire :

- accélération maximale admissible pour l'arbre moteur
- vitesse maximale  $(\omega_{\text{max}})$  admissible pour l'arbre d'entrée du réducteur (voir tableaux en annexe 3 page S17 )

L'effort presseur a une valeur nulle à l'instant t = 0

**C.1.1.4** Calculer en secondes le temps  $t_l$  mis pour atteindre la fin de la phase d'accélération. En déduire la valeur de  $x(t_1)$ 



**C.1.1.5** Calculer en secondes le temps  $(T_R)$  mis par le système pour atteindre la valeur maximale de l'effort presseur.

Conclure sur la conformité par rapport au cahier des charges.

### C.1.2. VALIDATION DE LA PUISSANCE DE LA MOTORISATION

#### Hypothèses et notations:

- On note  $\eta = 0.6$  le rendement mécanique global du système.
- On suppose la masse des éléments en translation (correspondant au coulisseau  $\underline{\mathbf{2}}$  )  $m_2 = 0.5 kg$
- On retient :  $x(t_1) = 0.04 \, mm$  :  $\omega_{\text{max}} = 500 \, rad \, / \, s$
- L'inertie du réducteur est négligée
- L'inertie du rotor du moteur  $J_m = 4,7.10^{-7} kg.m^2$
- La masse du ressort est négligée
- à l'instant t = 0 :

- l'effort dans le ressort est nul (correspondant à un effort presseur nul)
- Les deux plaquettes de freinage sont en contact avec le disque sans inter efforts.
- On se place dans les conditions cinématiques définies sur la figure 1C
- On note:
  - $P_m$  la puissance disponible sur l'arbre moteur
  - $C_m$  le couple moteur
- **C.1.2.1** Après en avoir donné la définition, établir l'expression littérale  $J_{eq2}(m_2,\lambda,\mu)$  du moment d'inertie équivalent du coulisseau ramené sur l'arbre moteur
- **C.1.2.2** Etablir l'expression littérale  $J_{eq\Sigma}(J_{eq2},J_m)$  du moment d'inertie équivalent du système complet Effectuer l'application numérique.
- **C.1.2.3** Par application du théorème de l'énergie cinétique, et après l'avoir énoncé, établir l'expression littérale  $P_m(\eta, J_{eq\Sigma}, \dot{\psi}_m, \dot{\psi}_m, k, \lambda, \mu, f_S)$
- **C.1.2.4** Par une analyse de la loi des vitesses, calculer la valeur maximale de cette puissance. Conclure sur la validité de la motorisation choisie .

Dans l'éventualité d'une incohérence, analyser les données et hypothèses pour définir le comportement du système si l'on maintient ce choix.

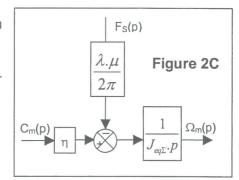
## C.2. ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DU RETOUR D'EFFORT

Différentes solutions sont possibles, on envisage dans cette étude un asservissement utilisant un capteur d'effort à jauges de déformation.

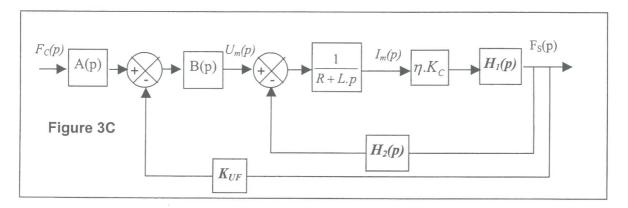
Le schéma bloc figure 2C est extrait du schéma fourni figure 9 en annexe 3,

**C.2.1.** Donner dans le domaine temporel, l'équation qui est modélisée par ce schéma.

Expliquer comment elle a été obtenue?



- C.2.2. Compléter le schéma bloc partiel en portant les grandeurs désignées
- **C.2.3.** Donner l'expression de A(p) en fonction de  $K_{UF}$  pour un fonctionnement correct du système.



**C.2.4** Mettre le schéma bloc figure 9 en annexe 3 sous la forme donnée figure 3C. On donnera pour cela les expressions littérales de H1(p) et H2(p) ainsi que la démarche permettant de les trouver .

Nota: Les expressions seront données impérativement sous une forme canonique.

On retient pour la suite de l'étude le schéma bloc figure 3C.

**C.2.5** Etablir l'expression littérale 
$$H_{IU}(p) = \frac{I_m(p)}{U_m p}$$
 en fonction de  $(A(p), B(p), H_1(p), H_2(p))$ 

On retient pour H1(p) et H2(p) les expressions suivantes :

$$H_1(p) = \frac{3,74.10^4}{1+2,6.10^{-2}.p^2}$$
 et  $H_2(p) = 1.85.10^{-2}.p$ 

**C.2.6** Calculer numériquement  $H_{IU}(p)$ 

L'expression sera **impérativement** notée sous la forme :  $K_{IU} \frac{1+a_1.p+...}{1+b_1.p+...}$  avec  $K_{IU} = Cte$ 

On donne sur le document réponse R10, la réponse  $i_m(t)$  à un échelon d'amplitude  $u_0 = 12 V$  C.2.7 Analyser cette réponse au regard des caractéristiques du moteur. Indiquer une solution éventuelle.

Quelles que soient les conclusions on poursuit l'étude de cette solution.

## Le cahier des charges impose les caractéristiques suivantes :

- Un écart statique nul
- Un dépassement nul pour un test indiciel et une marge de phase  $M_{\varphi} = 55^{\circ}$
- Un temps de réponse à 5% < 0.1 s

Sur le document réponse R11, on donne la courbe de réponse  $f_s(t)$  à un test indiciel d'amplitude  $f_0 = 250N$ , obtenue avec MATLAB.

Le schéma bloc du système ayant été mis sous la forme donnée figure 4C

La fonction de transfert G(p) ayant été définie comme un gain pur G(p) = 1

- **C.2.8** Analyser cette réponse en la comparant si possible aux contraintes du cahier des charges.
- **C.2.9** Définir à partir de l'analyse précédente, quelles actions correctives doivent être appliquées.

On fournit dans l'annexe 3 un formulaire concernant les fonctions du second ordre.

C.2.10 Justifier que l'on puisse identifier la fonc-

tion en boucle fermée  $FTBF = \frac{F_{S}(p)}{F_{C}(p)}$  par un sys-

Figure 4C

Fc(p) H(p)Fs(p)

tème du second ordre simple.

Procéder à l'identification sous la forme canonique en précisant :

• Le gain statique (K)

- Le facteur d'amortissement (m)
- La pulsation propre non amortie ( $\omega_0$ )

On donne la fonction de transfert du correcteur choisi :  $G(p) = K \frac{(1+\tau_1.p)(1+\tau_2.p)}{p}$ 

C.2.11 Quel est le type de correcteur utilisé ?

Tracer à main levée l'allure du diagramme de Bode de ce correcteur pour la valeur K = 1 . Commenter par une analyse graphique son action corrective sur le système.

On donne sur le document réponse le diagramme de BODE de la fonction H(p)

**C.2.12** Identifier la marge de phase  $M_{\varphi}$ .

Tracer le diagramme asymptotique de H(p) (utiliser des couleurs).

**C.2.13** En déduire l'expression de la fonction H(p) sous la forme  $H(p) = \frac{K_H}{\left(1 + \tau_A \cdot p\right)\left(1 + \tau_B \cdot p\right)}$  en donnant les valeurs numériques de  $K_H, \tau_A, \tau_B$  avec  $\tau_A < \tau_B$ 

On retient  $\tau_1 < \tau_2$ 

**C.2.14** En supposant K=I, sur quelle caractéristique  $\tau_1$  ou  $\tau_2$  va-t-on agir pour obtenir la marge de phase  $M_{_{\varnothing}}$  imposée par le cahier des charges ?

Indiquer la démarche graphique mise en œuvre et donnée la valeur obtenue pour la caractéristique retenue.

**C.2.15** Calculer l'erreur statique de position. Le résultat était-il prévisible ?

## ANNEXE. 1 PARAMETRAGE ET NOTATIONS

Moteur M	Vitesse de rotation	Couple moteur	Puissance
IVIOLEUI IVI	$\omega_{m}$	$C_m$	$P_m$

	Vitesse de rotation	Couple moteur	Puissance	Pression hydraulique	Débit
Moteur M1	$\omega_{m1}$	$C_{m1}$	$P_{m1}$	$P_{el}$	$q_{el}$
Moteur M1'	ω' <sub>m1</sub>	C' <sub>m1</sub>	$P'_{m1}$	$P'_{el}$	q'el
Moteur M2	$\omega_{m2}$	$C_{m2}$	$P_{m2}$	$P_e$	$q_{e2}$
Moteur M2'	ω' <sub>m2</sub>	C' <sub>m2</sub>	P' <sub>m2</sub>	P 'e2	q 'e2

	Vitesse de rotation	Couple d'entrée	Puissance	Pression hydraulique	Débit
Pompe P1	$\omega_{p1}$	$C_{pI}$	$P_{pl}$	$p_{sI}$	$q_{sl}$
Pompe P2	$\omega_{p2}$	$C_{p2}$	$P_{p2}$	$p_{s2}$	$q_{s2}$
Pompe P2'	ω' <sub>p2</sub>	$C'_{p2}$	$P'_{p2}$	p 's2	q 's2

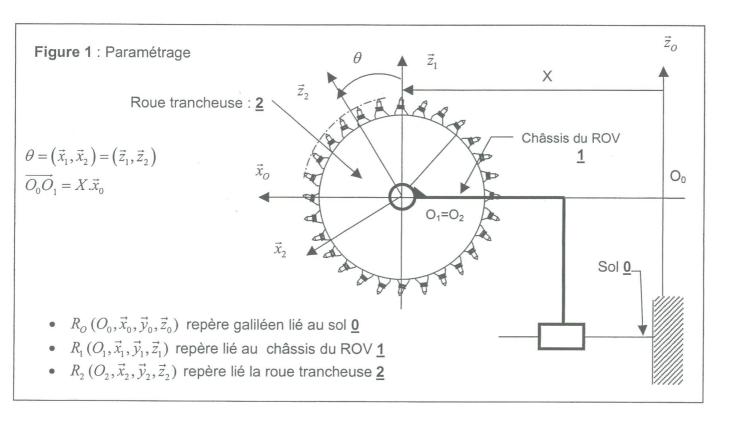
	vitesse d'entrée	Vitesse de sortie	Rapport $\frac{\omega_{\scriptscriptstyle S}}{\omega_{\scriptscriptstyle E}}$
Réducteur R2	$\omega_{\text{E2}}$	$\omega_{\mathrm{S2}}$	$\mu_2$
Réducteur R2'	ω' <sub>E2</sub>	ω' <sub>S2</sub>	$\mu'_2$

	Diamètres primitifs	Nombre de dents	
Barbotins B2 et B2'	D <sub>B2</sub> et D' <sub>B2</sub>	Z <sub>B2</sub> et Z' <sub>B2</sub> :	
Pignons moteurs D1 et D1'	D <sub>D1</sub> et D' <sub>D1</sub>	Z <sub>D1</sub> et Z' <sub>D1</sub>	
Couronnes C2 et C2'	D <sub>C2</sub> et D' <sub>C2</sub>	Z <sub>C2</sub> et Z' <sub>C2</sub>	

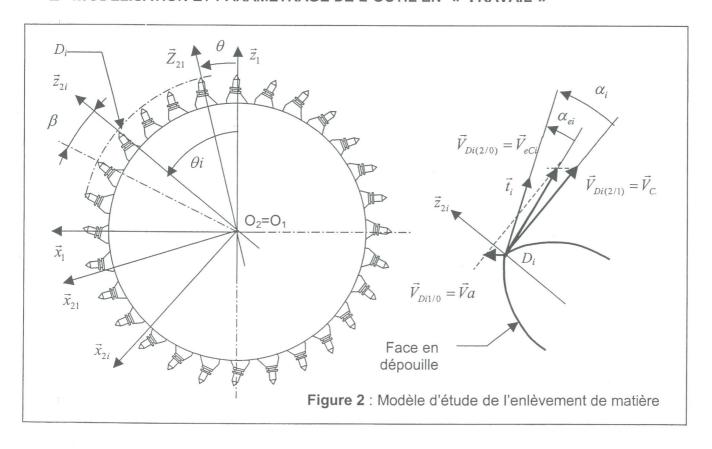
## ANNEXE. 2

## PARAMETRAGE DE L'ENSOUILLAGE

## 1- MODELISATION CINEMATIQUE EN PHASE « TRAVAIL »



## 2- MODELISATION ET PARAMETRAGE DE L'OUTIL EN « TRAVAIL »

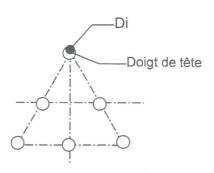


Le paramétrage utilise la définition d'une dent donnée Doc2 page D7.

Les éléments caractéristiques de la dent sont :

- Le doigt de tête
- Le nombre de doigts (q = 6)
- La répartition géométrique des doigts.

L'extrémité du doigt de tête est noté D. Pour la dent de rang i cette extrémité sera notée Di



## Définition des angles de dépouilles

- Angle de dépouille :  $\alpha i = (\vec{V}_{ci}, \vec{t}_i)$
- Angle de dépouille effectif :  $\alpha_{gi} = (\vec{V}_{gi}, \vec{t}_i)$
- Vecteur tangent à l'extrémité du doigt :  $\vec{t}_i$
- Vitesse de coupe effective :  $\vec{V}_{Di(2/0)} = \vec{V}_{Cei}$
- Vitesse de coupe :  $\vec{V}_{Di(2/1)} = \vec{V}_{Ci}$
- Vitesse d'avance :  $\vec{V}_{Di(1/0)} = \vec{V}a$
- Angle entre deux dents consécutives : β

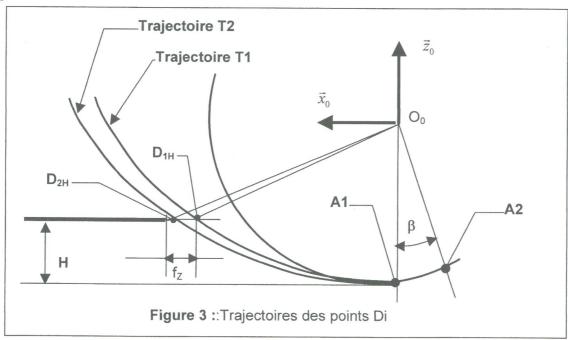
## **Paramètres**

- $\theta = (\vec{z}_1, \vec{z}_{21}) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$
- $\theta_i = (\vec{z}_1, \vec{z}_{2i}) = \theta + (i-1).\beta$
- $\bullet \quad \beta = \frac{2\pi}{7} \quad 1 \le i \le Z$
- $\overrightarrow{OD}_i = \frac{D}{2} \vec{z}_{2i}$

## 3- AVANCE PAR DENT $f_z$

Le graphique figure 3 représente les trajectoires  $\mathbf{T_1}$  et  $\mathbf{T_2}$  des points D1 et D2 représentant l'extrémités de deux doigts de tête consécutifs, dans leur mouvement de 2 / 0. Les deux doigts sont décalés d'un angle

 $\beta = \frac{2\pi}{7}$ . Les points A1 et A2 sont les points coïncidents de D1 et D2 à l'instant t = 0



On définit les points :

- $D_{1H}$  intersection d'un niveau à une hauteur H avec la trajectoire T1  $\overrightarrow{O_0D_{1H}} = x_{1H}.\vec{x_0} + y_{1H}.\vec{y_0}$
- $D_{2H}$  intersection d'un niveau à une hauteur H avec la trajectoire T2

$$\overrightarrow{O_0D}_{2H} = x_{2H}.\vec{x}_0 + y_{2H}.\vec{y}_0$$

#### Définition:

On appelle avance par dent la distance  $|f_Z = |X_{1H} - X_{2H}|$ 

$$f_Z = |X_{1H} - X_{2H}|$$

## 4- MODELISATION DES INTER EFFORTS

## 4.1.ACTION SUR LA DENT

La figure 4 explicite la forme d'une dent. On définit le torseur des actions du sol sur la

dent (i) 
$$T(sol \rightarrow dent)_{Di} = \begin{cases} \vec{F}_i = F_{ci} \vec{x}_{2i} + \vec{F}_{ai} \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{cases}$$

La composante  $\vec{F}_{ci}$  est appelée :

## Effort de coupe

La composante  $\Vec{F}_{ai}$  est appelée :

Effort d'avance

## 4.2 CALCUL DE L'EFFORT DE COUPE

L'effort de coupe a pour expression :

$$\|\vec{F}_{c_i}\| = K.e_i.L$$

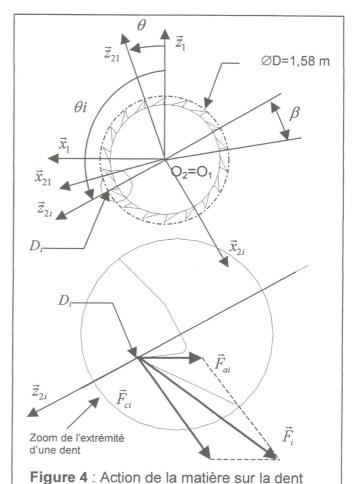
K : la résistance au cisaillement (Doc2 page D6)

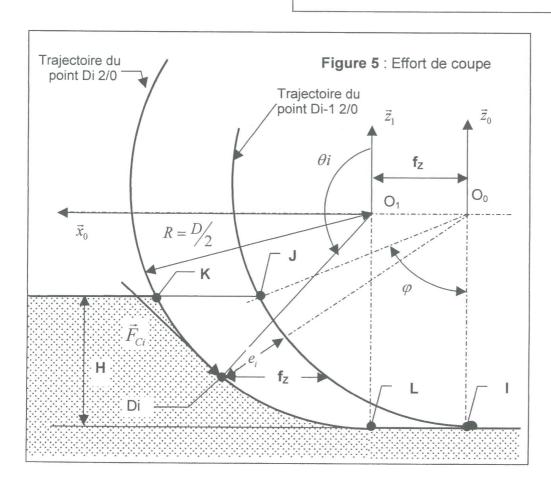
 $e_{\scriptscriptstyle i}$  : épaisseur de la matière enlevée pour la dent

Di de position angulaire  $\theta i$ ,

L : Largeur de la tranchée ; H : Hauteur de la

tranchée ; D : diamètre de l'outil





## ANNEXE. 3

## LE LEVIER DE COMMANDE DE VITESSE

## 1- CHAINE D'ACTION DU RETOUR D'EFFORT

L'effort que doit fournir le pilote sur le levier est la somme de deux efforts  $F_V$  et  $F_{\omega}$  qui dépendent de la vitesse d'avance ( $v_a$ ) et de la vitesse de rotation de la roue ( $\omega$ ).

$$F_{pilote} = F_V(V_a) + F_{\omega}(\omega)$$

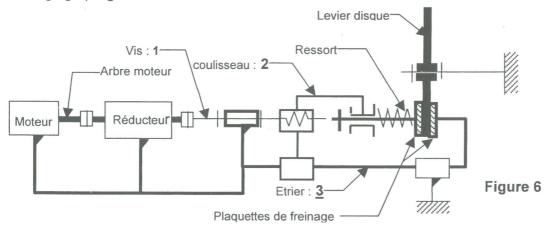
## L'effort $F_{\nu}(V_a)$ correspond à la fonction FP2 :

« Imposer au pilote un effort de manœuvre proportionnel à la vitesse d' avance désirée » La solution utilisée est du type passive réalisée par un ressort à spirale exerçant un couple de rappel sur le levier proportionnel à sa position angulaire.

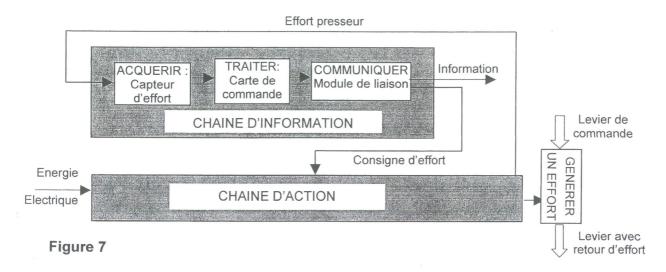
## L'effort $F_{\omega}(\omega)$ correspond à la fonction FP3 :

« Imposer au pilote un effort de manœuvre croissant lorsque la vitesse  $(\omega)$  diminue» La solution utilisée est du type active. et comporte une boucle d'asservissement.

Le schéma cinématique figure 6, décrit la structure de la solution envisagée. Un effort presseur est exercé sur un disque lié au levier, créant ainsi un couple résistant. Cet effort est obtenu à partir d'un motoréducteur et d'un mécanisme vis écrou. Un ressort permet un réglage progressif de cet effort.



La chaîne fonctionnelle de la fonction FP3 est donnée figure



#### PARAMETRAGE ET DONNEES

#### 1- Motorisation

Moteur électrique ESCAP 23LT12				
Tension de mesure	12 V			
Vitesse à vide	8800 tr/min			
Couple de démarrage	21,7 mN.m			
Courant maxi en continu	0,92 A			
Couple maxi en continu	10,3 mN.m			
Accélération angulaire maxi	$88. 10^3  Rd/s^2$			
Constante de f.e.m.	$K_E = 1.3 \ V/1000 \ tr/min$			
Constante de couple	$K_C = 12,4 \text{ mN.m/A}$			
Résistance aux bornes	$R = 6.9 \Omega$			
Inductance aux bornes	L = 0.4  mH			
Inertie du rotor	$J_m = 4,7.10^{-7} \text{ kg.m}^2$			
Constante de temps mécanique	$\tau = 21  ms$			

Réducteur ESCAP R1G 1/9				
Rapport de réduction	$\lambda = 1/12$			
Rendement	$\eta_m = 0.7$			
Masse	13 g			
Couple maxi statique	2 N.m			
Vitesse maxi en entrée	5000 tr/min			

Tension d'alimentation du moteur notée :  $u_m(t)$ 

Courant absorbé par le moteur  $i_m(t)$ 

#### 2- Mécanisme Vis écrou

- · Vis à un filet
- Diamètre nominal d = 8 mm
- Pas  $\mu = 2 mm$
- Rendement  $\eta_V = 0.9$

#### 3- Ressort

- Empilement de rondelles type « Belleville »
- Raideur k = 25 N/mm:
- Longueur libre  $L_0 = 50mm$
- x = 0 : Longueur du ressort  $L = L_0$

### 4- Paramétrage

Repère  $R_0\left(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0\right)$  lié au bâti  $\underline{\mathbf{0}}$ 

Repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  lié à la vis **1** 

Repère  $R_2\left(A,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2\right)$  lié au coulisseau  $\underline{\mathbf{2}}$ 

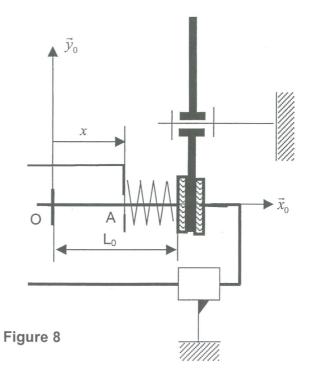
Repère  $R_{m}\left(A,\vec{x}_{m},\vec{y}_{m},\vec{z}_{m}\right)$  lié à l'arbre moteur

Les repères sont tels que :  $\vec{x}_0 = \vec{x}_1 = \vec{x}_2 = \vec{x}_m$ 

$$\left(\vec{y}_0, \vec{y}_1\right) = \left(\vec{z}_0, \vec{z}_1\right) = \psi_1$$

$$(\vec{y}_0, \vec{y}_m) = (\vec{z}_0, \vec{z}_m) = \psi_m$$

$$\overrightarrow{OA} = x.\vec{x}_0$$

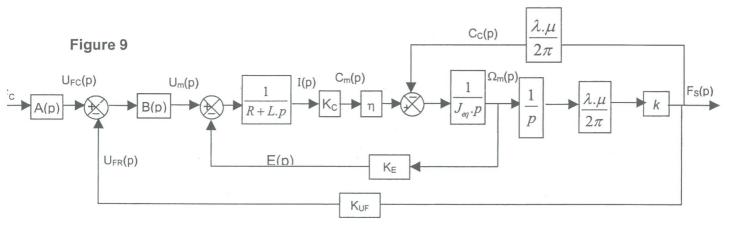


## 2- COMMANDE DU RETOUR D'EFFORT

Le schéma bloc figure 9 représente le système avec une boucle d'asservissement d'effort.

### **Notations**

Une fonction scalaire dans le domaine temporel sera notée en lettres minuscules (Ex : f(t)), Elle sera notée en lettres majuscules dans le domaine de LAPLACE (Ex : F(p)



Le capteur d'effort est assimilé à un gain pur  $\,K_{\it UF}=0,04V\,/\,N\,$ 

## 3- FORMULAIRE: FONCTION DU SECOND ORDRE SIMPLE

La pulsation propre du système:

$$\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - m^2}$$

La pseudo période :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - m^2}} = \frac{2\pi}{\omega_p}$$

L'instant du premier dépassement :

$$t_1 = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - m^2}}$$

Le premier dépassement

$$D_1 = K.a.e^{-\frac{\pi m}{\sqrt{1-m^2}}}$$

**Nota** : les notations n'ont pas été définies volontairement.

## Doc. 1

## PRESENTATION DU SYSTEME « CASTOR 2»

### 1- PRESENTATION GENERALE

« CASTOR 2 » est un robot sous marin pouvant travailler à des profondeurs de 1000m.

Il est relié par un cordon ombilical à un navire suiveur sur lequel est implanté le local de contrôle ainsi que la grue de chargement / déchargement.

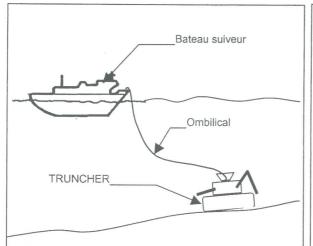
Ce « Truncher » est commandé en boucle ouverte par un technicien disposant d'un pupitre d'information et de dialogue, à partir du local de contrôle. Des caméras vidéos permettent de visualiser sa structure et la zone de travail.

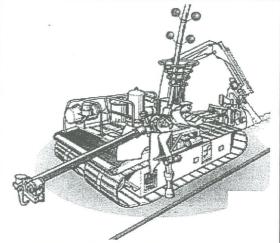
Le cordon ombilical d'une longueur de 4000m permet de transiter les commandes et l'alimentation en énergie électrique.

La partie opérative est divisée en deux sous ensembles :

- 1. Le véhicule qui remplit les fonctions :
  - de déplacement de l'engin
  - de manutention (chargement/déchargement) du câble à ensouiller.
- 2. L'outillage de creusement qui permet d'ensouiller le câble

On peut adapter différents outillages selon la nature du sol. Dans le système étudié on se limitera à une roue trancheuse.





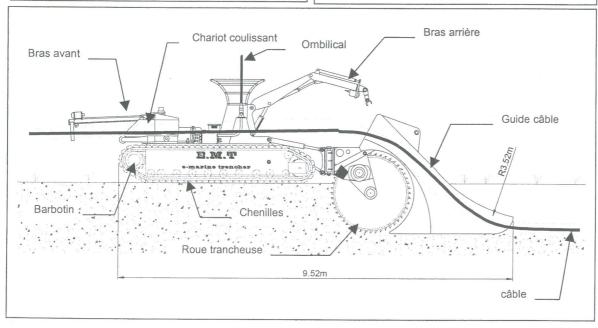


Figure 1: Vues d'ensemble

## **Description du TRUNCHER**

1. Déplacement de l'engin

Une chaîne d'énergie de motorisation décrite page D3 permet d'entraîner deux chenilles doubles commandées indépendamment.

#### 2. Manutention du câble

Un bras manipulateur arrière 4 axes (commandé en boucle ouverte) + 1 pince Un bras manipulateur avant 2 axes (commandé en boucle ouverte) + 1 pince. Ce bras est embarqué sur un chariot coulissant par rapport au châssis..

## Description de l'outillage d'ensouillage

Une roue trancheuse de diamètre D = 1,58 m équipée de 108 doigts implantées à sa périphérie. Un guide câble assurant la mise en place du câble dans la tranchée. Une chaîne d'énergie décrite page D3 assurant sa motorisation.

### 2- PERFORMANCES ET CARACTERISTIQUES

Profondeur maximale de travail :1.2 m

• Diamètre maximum de câble: 0,25 m

• Rayon de courbure de déformation minimum :3,52 m

#### VITESSE DE TRAVAIL

• sols sableux ou boueux :1Km/h

• compacts : 0,5 Km/h

• sols crayeux : 0,25 Km/h

• sols rocheux: 0,04 Km/h

#### **INCLINAISONS DE TRAVAIL**

Roulis < 30°</li>

• Tangage <15°

#### Encombrement et masse du ROV

• Longueur : 5 m

• largeur : 2.5 m

hauteur : 3 m

Masse : 10000 kg

Masse effective\* avec flotteur variable : 2000 kg à 8000 kg

## 3- CHAINES D'ENERGIE DU SYSTEME

L'énergie de CASTOR 2 est fournie par un seul moteur électrique.

Ce moteur actionne des pompes hydrauliques hautes pressions afin d'alimenter les différents actionneurs hydrauliques (vérins, moteurs, etc...)

Le système comporte trois types de chaînes d'énergie :

#### 1. La chaîne de motorisation du ROV

Sa fonction est le déplacement du véhicule.

#### 2. La chaîne de creusement

Sa fonction est de fournir la puissance nécessaire à l'outil réalisant la tranchée.

<sup>\*</sup> Cette masse tient compte de la poussée hydrostatique

### 3. Les chaînes de manutention du câble

Leur fonction est d'actionner les différents éléments permettant le chargement et le déchargement du câble.

Les caractéristiques techniques des différents constituants de ces chaînes d'énergie sont données ci-après et se limitent aux données nécessaires au traitement du sujet.

L'exploitation du système est telle que l'on considérera que l'on peut avoir trois situations possibles en cours de fonctionnement :

### Phase de Chargement

Seule la chaîne d'énergie de manutention du câble est active.

### Phase de Déplacement

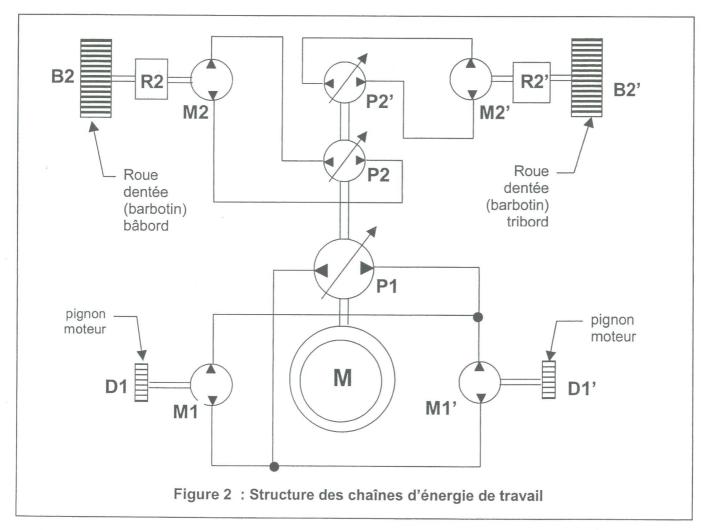
Seule la chaîne d'énergie de motorisation du TRUNCHER est active.

#### Phase de Travail

Les deux chaînes d'énergie Creusement et Motorisation sont simultanément actives.

### 4- CHAINES D'ENERGIE EN PHASE TRAVAIL

La figure 2 ci-après représente sous forme schématique la structure des chaînes d'énergie mises en œuvre en phase « travail ».



Sur le schéma figure 2 ne sont pas représentées les chaînes liées aux chenilles engrenant avec les barbotins, et les couronnes dentées intérieures liées à la roue trancheuse et engrenant avec les pignons D1 et D1'.

#### Chaîne de motorisation du ROV

Elle comporte deux pompes P2 et P2' entraînées en parallèles.

Chaque pompe actionnant un moteur hydraulique M2 et M2'

Ces moteurs entraînent à leur tour des réducteurs R2 et R2' dont les arbres de sorties sont liés aux roues dentées (barbotins) B2 et B2'.

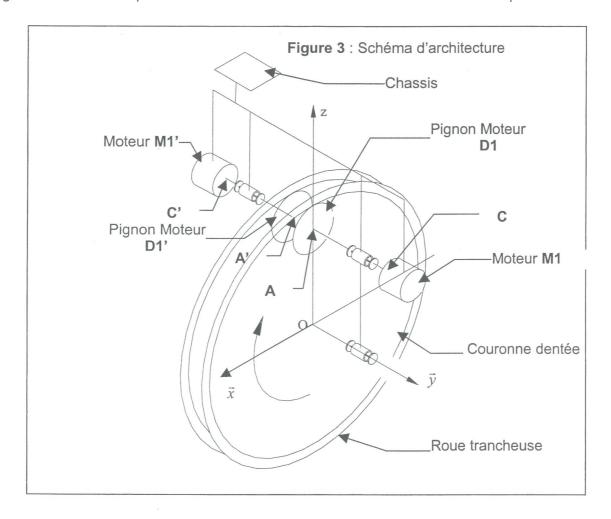
Les barbotins entraînent des chaînes liées aux chenilles.

#### Chaîne de Travail.

Elle comporte une pompe P1

La pompe actionne en parallèle deux moteurs hydrauliques M1 et M1' entraînant chacun un pignon moteur D1 et D1' engrenant avec l'outil de « creusement »

La figure 3 donne une représentation détaillée du mécanisme de transmission de puissance.



### Remarque:

Les trois pompes viennent prendre leur puissance d'entrée sur un arbre unique en sortie du moteur électrique M.

#### CARACTERISTIQUES DES CONSTITUANTS.

#### Moteur Principal M

C'est un moteur électrique dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Triphasé, profondeur d'immersion 500m
- Tension d'alimentation 1000V
- Puissance nominale 100 KW
- Fréquence de rotation nominale 2870 tr/min

## Moteurs hydrauliques

Moteurs M1 et M1'; moteurs hydrauliques à 6 pistons radiaux Moteurs M2 et M2'; moteurs hydrauliques à 5 pistons axiaux

	M1 et M1'	M2 et M2'
Cylindrée	837 cm <sup>3</sup>	23 cm <sup>3</sup>
Pression maxi	450 bar	400 bar
Moment d'inertie équivalent sur le rotor	5.10 <sup>-2</sup> kg.m <sup>2</sup>	4,2 10 <sup>-3</sup> kg.m <sup>2</sup>
Fréquence de rotation maxi	195 tr.min <sup>-1</sup>	3750 tr.min <sup>-1</sup>
Couple théorique à 100 bars (1 bar =10 <sup>5</sup> Pa)	1331 N.m	100 N.m

### Pompes hydrauliques

Trois pompes à débit variable à 5 pistons axiaux

	P1	P2 et P2'
Cylindrée	100 cm <sup>3</sup>	43 cm <sup>3</sup>
Pression maximale	420 bar	420 bar
Moment d'inertie équivalent sur le rotor	2,8 10 <sup>-3</sup> kg.m <sup>2</sup>	1,1 10 <sup>-3</sup> kg.m <sup>2</sup>
Fréquence maxi de rotation	3100 tr.min <sup>-1</sup>	3500 tr.min <sup>-1</sup>

#### Réducteurs

	R2 et R2'
Rapport de réduction	1/143
Moment d'inertie équivalent sur l'arbre de sortie	0,5 10 <sup>-3</sup> kg.m <sup>2</sup>

### **Barbotin**

Diamètre primitif : 0.5 m Nombre de dents : 12

## Pignons moteurs D1 et D1'

Diamètre primitif : 0,224 m Nombre de dents = 16

## Couronnes dentées de la roue trancheuse C2 et C2' (voir figure 5 page D7 )

Diamètre primitif: 1,176 m Nombre de dents = 84

#### Nota:

Des limiteurs de pression non représentés figure 4 limitent la pression de service dans les circuits hydrauliques issus de P1 et P2, P2' à respectivement 350 bars et 120 bars.

## Doc. 2

## DESCRIPTION DE L'ENSOUILLAGE

## 1- CINEMATIQUE DU PROCEDE DE CREUSEMENT

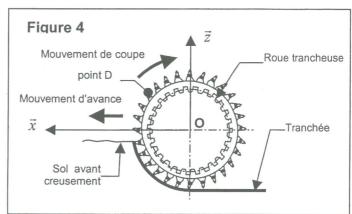
La réalisation de la tranchée est obtenue par le mouvement de la roue trancheuse par rapport au sol. Ce mouvement résulte de la composition de deux mouvements élémentaires : le mouvement de coupe et le mouvement d'avance.

#### On définit :

- Le mouvement de coupe Roue/TRU et la vitesse de coupe  $\vec{V}_D(Roue/TRU)$
- Le mouvement d'avance (translation) ROV/sol et la vitesse d'avance  $\vec{V}_O(TRU/sol) = \vec{V}_D(TRU/sol)$



$$\vec{V}_{\scriptscriptstyle D}(Roue\,/\,sol) = \vec{V}_{\scriptscriptstyle D}(Roue\,/\,TR\,U) + \vec{V}_{\scriptscriptstyle D}(TR\,U\,/\,sol)$$



#### Remarque

Sur la figure 4, la rotation de la Roue / TRU est de signe négatif. Dans ce cas on dit que le creusement est en « opposition ». Dans le cas contraire le creusement est « en avalant » .

Nature sol	Profondeur maxi tranchée H (m)	Largeur tranchée L (m)	Coefficient K (Pa)	Vitesse d'avance Va (m/h)
Corail Dur	0.8	0.220	60.10 <sup>6</sup> Pa	40
Craie	1	0.220	5.10 <sup>6</sup> Pa	250
Fond compact	1	0.220	10 <sup>5</sup> Pa	500
Fond mou (boue)	1 .	0.220	10 <sup>5</sup> Pa	1000

L e coefficient K est appelé « Résistance au cisaillement »\* du sol.

Il permet de calculer la puissance nécessaire à l'enlèvement de matière (mouvement de coupe) qui est sensiblement proportionnelle au débit de matière tranchée. La formule ci-dessous donne l'expression de la puissance de creusement en fonction du débit Q et de K.

\*En géologie ce coefficient représente la capacité du sol à résister à un cisaillement de sa structure

## 2- DESCRIPTION DE L'OUTIL DE CREUSEMENT (voir figure 5)

- La roue trancheuse est en liaison pivot par rapport au bâti du « TRUNCHER ».
- L'entraînement en rotation est assurée par les chaînes d'énergie définies DOC1 (page D3).
- Elle comporte deux couronnes dentées de 84 dents
- Elle a une forme de disque comportant à sa périphérie des doigts qui sont groupés par modules de six afin d'optimiser l'opération de creusement

## CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DE LA ROUE TRANCHEUSE ET MODELE ASSOCIE.

#### Définition d'une dent

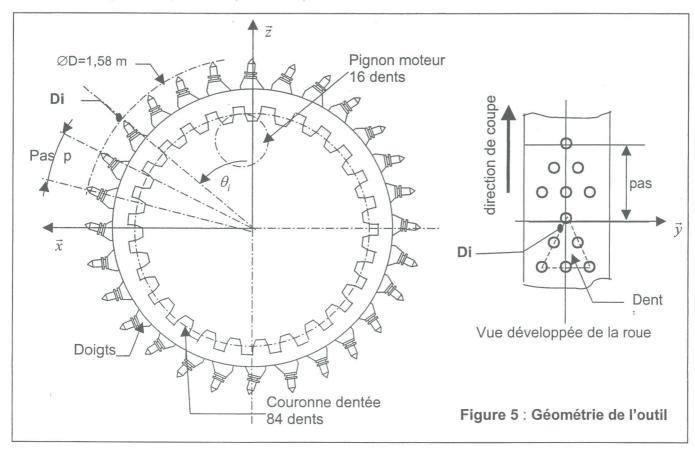
On appellera dent un module de six doigts. La roue possède Z =18 dents

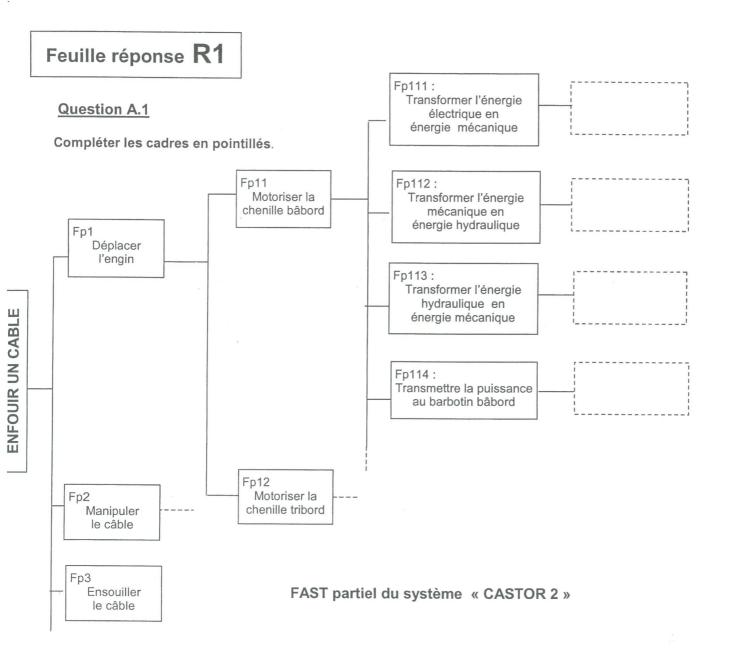
Les doigts sont insérés dans des socles soudés sur la roue qui est donc équipée de 108 doigts. Les modules ont une périodicité définie par leur pas **p** qui représente l'écart entre deux dents mesurée sur le cercle de tête (cercle défini par les extrémités des doigts).

On a la relation 
$$pas = p = \frac{\pi D}{Z}$$

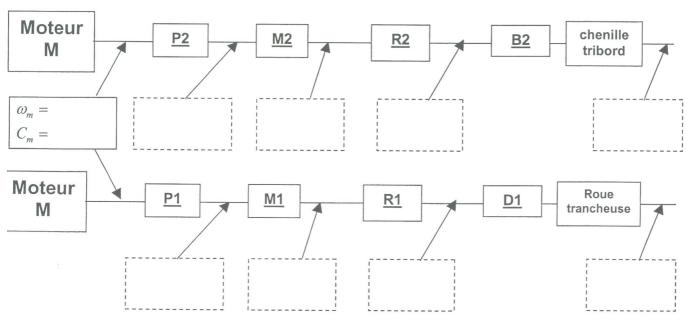
#### Plan de coupe

On définit un plan moyen associé à l'orientation des six doigts. Il passe par le point Di et est radial. La définition géométrique de ce plan n'est pas donnée





#### **Question A.2**



## **Question A.3**

Théorème de l'énergie cinétique :		
		$P_m =$
	*	

## **Question A.4**

Expression littérale du débit: Q(L,H,Va)	
	<b>AN</b> : Q(L,H,Va)=

## **Question A.5**

Puissance minimale du moteur M : P <sub>Mmini</sub>	
	P <sub>mini</sub> =
Conclusion:	

#### **Question A.6**

<u>Détermination du rendement mini :</u> $\eta_{ ext{min}i}$	$\eta_{\min_i}$ i =
Justification du dysfontionnement :	

#### Question B1.1.1

<u>Torseur cinématique</u> :	Application numérique :

## Question B1.1.2

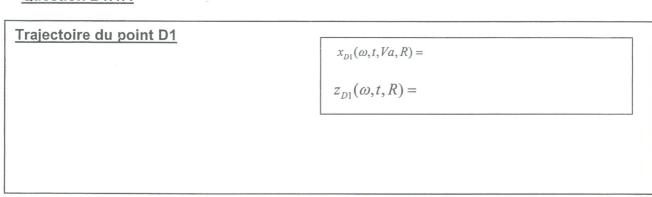
Torseur cinématique:	Application numérique :

## **Question B1.1.3**

Expression de  $\vec{V}_{D1}(2/0)$ 

Expression des coordonnées

## Question B1.1.4



# Question B.1.2.1

Trajectoire du point D2		

### Question B.1.2.2

 $\underline{\mathbf{Montrer\ que:}}\ t_2 - t_1 = \frac{\beta}{\omega}$ 

### Question B1.2.3

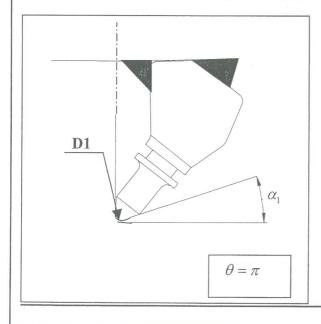
Etablir:  $f_Z = Va \frac{\beta}{\omega}$ 

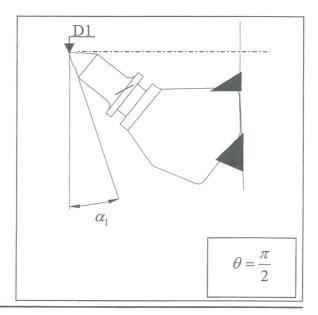
## Question B1.2.4

En déduire :  $V_a = f_z.z.\frac{\omega}{2\pi}$ 

### Question B1.3.1.

## Représentation graphique des vecteurs vitesses :





### Question B1.3.2.

**Expressions de**  $\alpha_{1 \min i}$ 

 $\alpha_{1\min i} =$ 

 $\alpha_{1\min i} =$ 

## Question B.2.1

**Expression de :**  $P_i(F_{ci}, F_{ai}, \theta, \dot{\theta}, V_a, R)$ 

$$A(R,\dot{\theta},F_{_{Ci}}) =$$

$$B(F_{Ci}, F_{ai}, \dot{\theta}, V_a) =$$

### Question B 2.2.

Montrer que B est négligeable devant A

#### Question B2.3.

 $\underline{\mathbf{Montrer\ que}}\ \Delta_{IJKL} = \mathsf{f}_{\mathsf{Z}}.\mathsf{H}$ 

En déduire que  $e_{moyen} = e_m = \frac{f_Z.H}{\varphi.R}$ 

#### Question B2.4

Expression de  $\left\| \vec{F}_{Ci} \right\|_{Maxi}$ 

$$\|\vec{F}_{Doigt}\|_{Maxi}$$
 =

$$\left\| \vec{F}_{ci} \right\|_{Maxi} =$$

### Question B2.5

Expression de  $\left\| \vec{F}_c \right\|_{Moyen}$ 

### Question B.2.6

Expressions de  $\vec{M}_{OCoupe} = M(f_Z, L, H, Z, K).\vec{y}$   $\left\| \vec{M}_{OCoupe} \right\| =$ 

 $\left\| \vec{M}_{\mathit{OCoupe}} \right\| =$ 

#### Question B.2.7

Expressions de la puissance Pcoupe

 $P_{coupe} =$ 

 $P_{coupe} =$ 

**Conclusion:** 

### Question C.1.1.1

<u>l'expression littérale</u>  $x(k, f_s)$ 

 $x(k, f_S) =$ 

 $x_{\text{max}} =$ 

#### Question C.1.1.2

 $\underline{\text{loi (E/S) g\'eom\'etrique}} \ \psi_1(x,\mu)$ 

 $\psi_1(x,\mu) =$ 

# Question C.1.1.3

 $\underline{\text{loi (E/S) g\'eom\'etrique}}\, \psi_{\scriptscriptstyle m}(x,\mu,\lambda)$ 

$$\psi_m(x,\mu,\lambda) =$$

$$\psi_m(x_{\text{max}}) = =$$

## Question C.1.1.4

Calculer  $t_1$ 

$$t_1 = =$$

$$x(t_1) = =$$

## Question C.1.1.5

 $\underline{\mathbf{Calculer}} \ T_{\mathit{R}} =$ 

$$T_R = =$$

# Question C.1.2.1

Expression littérale  $J_{eq\,2}(m_{\!_{2}},\lambda,\mu)$  définition :

$$J_{eq2}(m_2,\lambda,\mu) =$$

## Question C.1.2.2

Exp	ression	littérale
	10001011	HELDIGIC

$$J_{eq\Sigma}(J_{eq2},J_m) =$$

# Question C.1.2.3

 $\underline{\textbf{Expression littérale}}\ P_{\scriptscriptstyle m}(\eta, J_{eq\Sigma}, \ddot{\psi}_{\scriptscriptstyle m}, \dot{\psi}_{\scriptscriptstyle m}, k, \lambda, \mu, f_{\scriptscriptstyle S})$ 

Enoncé du théorème :

$$P_{\scriptscriptstyle m}(\eta,J_{\scriptscriptstyle eq\Sigma},\ddot{\psi}_{\scriptscriptstyle m},\dot{\psi}_{\scriptscriptstyle m},k,\lambda,\mu,f_{\scriptscriptstyle S}) =$$

### Question C.1.2.4

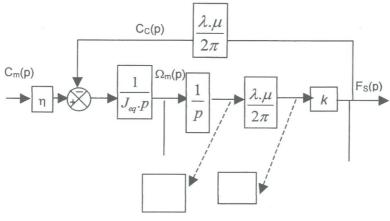
Valeur maximale d e  $P_m$ 

$$P_{m_{Maxi}} = =$$

### Question C.2.1

Equation dans le domaine temporel

#### Question C.2.2



Cases à compléter

#### Question C.2.3

Expression de A(p) = A(p) =

#### Question C.2.4

 $\underline{ \text{Expression de}} \ H_{\text{l}}(p) \ \text{et} \ H_{\text{2}}(p)$ 

Démarche :

$$H_1(p) =$$

$$H_2(p) =$$

## Question C.2.5

Expression de  $H_{IU}(p)$ 

 $H_{IU}(p) =$ 

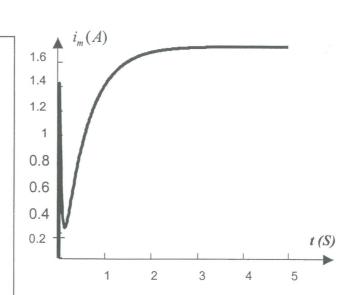
### Question C.2.6

Application numérique

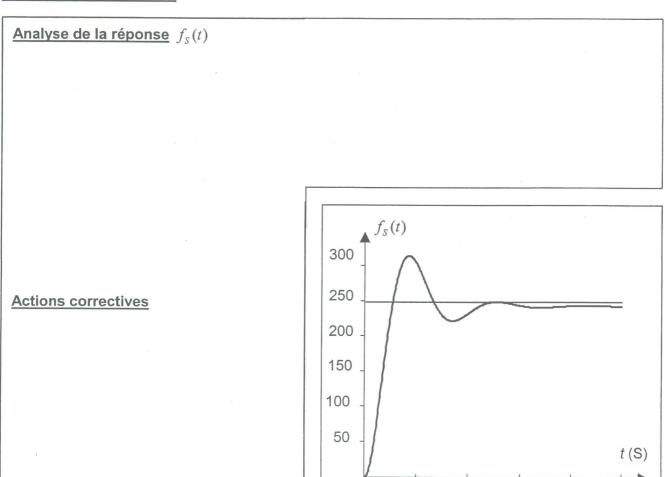
 $H_{IU}(p) =$ 

### Question C.2.7

Interprétation de la réponse.



# Questions C.2.8 et C.2.9



0

0.1

0.2

0.3

0.4

0.5

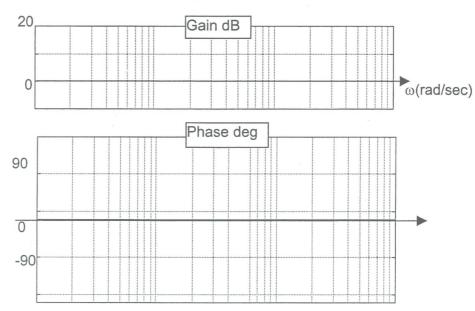
## Question C.2.10

Identification de FTBF(p)	
	FTBF(p) =

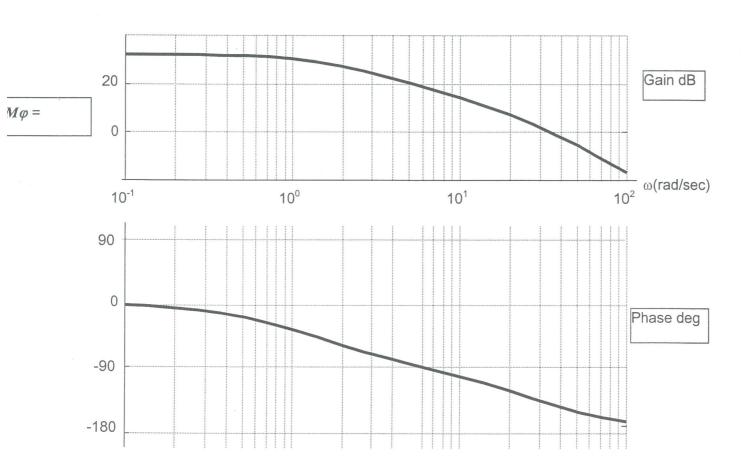
## Question C.2.11

## Type correcteur:

## Diagramme de BODE du correcteur



## Question C.2.12



## Question C.2.13

Expression de H(p)

Démarche:

$$H(p) =$$

## Question C.2.14

Réglage du correcteur

Démarche :

$$\tau =$$

## Question C.2.15

Calcule de l'erreur de postion statique

$$\varepsilon_{fS} = =$$

#### ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2008

## CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

# Epreuve facultative d'ALLEMAND

Durée : 2 heures

Coefficient: bonus

Ce sujet comporte :

1 page de garde recto 1 page de texte verso

**CALCULATRICE NON AUTORISEE** 

## Sudoku: die große Ziffernwelle

Sudoku bedeutet auf Japanisch wörtlich "Eine Zahl bleibt immer allein"! Es handelt sich hier um ein Logikrätsel das in gewisser Weise Magischen Quadraten ähnelt. In der meistverbreiteten Version ist das Ziel, ein 9x9-Gitter\* mit den Ziffern 1 bis 9 so zu füllen, dass jede Ziffer in einer Spalte\*\*, in einer Reihe und in einem Block (3x3-Unterquadrat) nur einmal vorkommt. Ausgangspunkt ist ein Gitter, in dem bereits mehrere Ziffern vorgegeben sind. In einer weltweit stark zunehmenden Zahl an Zeitungen und Zeitschriften werden heute regelmäßig Sudokurätsel angeboten. Es stellt Ihr Zahlengeschick\*\*\* auf die Probe! Seinen Ursprung hat das Rätsel in 1979. In diesem Jahr wurde es von einem amerikanischen Architekten und Zahlenfreund namens Howard Garns erfunden. Er taufte es zunächst "Number Place (Zahlenplatz)". Lange blieb das Rätsel unbekannt. Populär wurde es nämlich erst 1986, und zwar in Japan unter seinem heutigen Namen Sudoku. Leider erlebte der Erfinder den planetaren Erfolg seines Spiels nicht mehr, da er 1989 im Alter von 84 Jahren verstarb.

Dieses logische Zahlenpuzzle, erfreut sich immer größerer Beliebtheit. Man kann es einfach verstehen und braucht keine besonderen Vorkenntnisse zu haben. Schummeln ist keinesfalls erlaubt! Man kann mit einer Stoppuhr spielen um die Sache spannender zu machen. Je nachdem wie viele Kästchen vorgegeben sind, steigert sich der Schwierigkeitsgrad.

Obwohl Sudokus normalerweise mit Ziffern arbeiten, braucht man keineswegs gute Rechenkenntnisse zu besitzen um die Lösung zu finden; man muss also mathematisch nicht sonderlich begabt sein, aber logisch denken können. Mojidoku nennt man das gleiche Spiel in dem die Ziffern durch Buchstaben ersetzt werden. Bei diesem "Buchstabensudoku" werden die unausgefüllten Felder des Rätsels mit neun Buchstaben von A bis I vervollständigt, wie man es beim Sudoku mit Zahlen tut.

- Traduisez le premier paragraphe (en caractères **gras**). (8 points)
- Résumez le texte en environ 80 mots (9 points)
- Enumérez les 10 mots les plus importants pour la compréhension du texte : (3 points)

\*Das Gitter La grille

\*\*Die Spalte La colonne

\*\*\*Das Zahlengeschick L'habilete a manipluler les chiffres

#### ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2008

# CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve facultative d'ITALIEN

Durée : 2 heures

Coefficient: bonus

Ce sujet comporte :

1 page de garde 1 page de texte verso 1 page d'instructions recto

**CALCULATRICE NON AUTORISEE** 

#### LEGGERE

La lettura è figlia del silenzio e del vuoto. Ha una parentela stretta con l'ozio, ne è una delle applicazioni più utili e intense. Forse, allora prima di insegnare ai ragazzi a leggere libri, bisognerebbe insegnare loro a oziare, cioè a tacere, a sconnettersi dall'infinita rete di stimoli, comunicazione, giochi elettronici, attività sportive e ricreative varie che li imbozzala ogni giorno per tutto il giorno, e sperare che dall'ozio poi germini, insieme ad altri frutti, anche la passione per i libri.

Ma oziare è diventato quasi impossibile : un lusso che nessun benessere è più in grado di garantire. Quando, dopo delitti e fattacci che vedono coinvolti giovanissimi, si leggono severi commenti sul "vuoto" come diabolico grembo che ha incubato il male, penso sempre che è vero il contrario.

Il vuoto (il tempo vuoto, i pomeriggi vuoti, i doposcuola vuoti, i giardinetti vuoti e le strade vuote nei quali tante generazioni si sono formate) non è quasi più dato. Al contrario, infanzie e adolescenze si consumano nel rimbombo continuo e stordente di suoni e nel turbinio delle immagini, in un firmamento di led sempre accesi.

Manca il tempo di metabolizzare i materiali che si assorbono, e credo che molte confusioni giovanili di oggi dipendano dal dopaggio del "troppo pieno", non certo dal vuoto...

Ripeto spesso ai miei figli che quando ero ragazzo la televisione era "vuota" fino alle cinque del pomeriggio, quando cominciava la programmazione per i ragazzi. Lo schermo vuoto, nero come un cosmo senza stelle era la rappresentazione perfetta del vuoto e, penso oggi, di una libertà allora irriconoscibile: pareva penuria, era in fondo ricchezza. Si era costretti, nell'attesa, a bivaccare dentro se stessi e dentro le proprie stanze. E se non si aveva voglia di studiare, l'alternativa era leggere: sopratutto fumetti, che non per caso, sono da qualche anno, in pesante flessione, schiacciati dalla potente concorrenza della fiction e dei cartoon di diecimila canali.

Stravvaccato sul letto, dagli otto ai quindici anni credo di vere consumato un milione di tonnellate di giornali a fumetti, opolino, Asterix, Tin Tin, le riedizioni dell'UomoMascherato e andrake, Ripkirby, Superman che si chiamava Nembo Kid, insomma utto quello che riuscivo a razziare in edicola con i miei pochi piccioli, o farmi imprestare dagli amici. I fumetti sono stati a mia festosa anticamera prima dell'ingresso nella letteratura.

Mi chiedo se sarei diventato la stessa persona, nascendo rent'anni dopo, con la tivù sempre accesa e la superfetazione ttuale degli svaghi e degli stimoli. avrei certo acquisito quella estrezza tecnologica (che è anche destrezza neurologica, suppongo) he consente ai ragazzi di oggi di navigare nella tempesta incessante ne li circonda, selezionando rapidamente ciò che serve e riconoscendo l primo colpo ciò che non interessa.

Avrei perduto, in compenso, quella formidabile disponibilità di tempo che mi ha indotto a riempirlo con le mie autonome forze, fantasticando e leggendo, costruendo da me solo le emozioni e i sogni che nessun artifizio video poteva indurre nei miei pensieri.

Michele SERRA. (La Repubblica - Gennaio 2008-)

1) TRADURRE:
Da Mi chiedo se sarei diventato la stessa persona alla fine.

#### 2) DOMANDE :

- Che cosa intende l'autore quando dice che la lettura è figlia del silenzio e del vuoto ?
- Commenta la frase :" Da ragazzo in tv non c'era nulla fino alle 17: pareva penuria, era ricchezza".
- Perché, secondo Michele Serra, è diventato quasi impossibile oziare oggi ? è davvero un lusso ?

#### **ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE**

Session 2008

## CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve facultative d'ESPAGNOL

Durée : 2 heures

Coefficient: bonus

Ce sujet comporte :

1 page de garde 1 page de texte recto 1 page d'instructions verso

**CALCULATRICE NON AUTORISEE** 

# Un día sin tu ordenador

### http://www.elpais.com PABLO FERNÁNDEZ - Madrid - 28/02/2007

¿Día sin coche, sin móviles, sin compras, sin inmigrantes ? En Internet puede encontrarse incluso una convocatoria para un día sin pantalones, el 4 de marzo. ¿ A nadie se le ha ocurrido prescindir del ordenador por una jornada ?. Por supuesto que sí. Es el *Shutdown Day* o día del apagón informático, fijado para el próximo 24 de marzo. A diferencia de lo que sucede con los móviles, no se trata de una protesta por las tarifas de la conexión a Internet, sino un recordatorio sobre las cosas importantes de la vida que se encuentran fuera de la pantalla. Y tú, ¿ podrías vivir 24 horas sin el PC ?.

La pregunta encabeza la página de la convocatoria, shutdownday.org, y los internautas que se han parado a votar se decantan mayoritariamente por el sí. (...)

El sitio es una iniciativa de Denis Bystrov y Michael Taylor, dos jóvenes que viven en Canadá y que para nada esperaban la repercusión que ha tenido este proyecto. Taylor explica que la idea surgió un día mientras comían. "Denis se preguntó si sería posible un día en el que nadie usara su ordenador personal. Le dije que me parecía una locura, pero él me explicó que como programador raras veces tiene la oportunidad para centrarse en otras cosas de la vida, como su mujer y sus hijos pequeños. Eso me hizo reflexionar, es algo que le pasa a mucha gente"

Denis es programador y pasa más de 15 horas con el ordenador, mientras que Michael le dedica unas 11 horas diarias. No desconectan ni en fin de semana y eso les hizo plantearse si estaban dejando de lado otras cosas más importantes. "Hay muchos artículos y estudios sobre la adicción a Internet y el ordenador, y algunos de ellos señalan que uno de cada ocho usuarios sufre problemas de este tipo", explica Taylor. (...)

El ordenador, en realidad, no parece ser lo que más engancha, sino Internet. (...) "Creemos que a la gente le costará más prescindir de Internet que de cualquier otra cosa (...). Personalmente creo que las consolas de videojuegos tampoco deberían encenderse el próximo 24 de marzo, pero se trata de una elección personal", sostiene Taylor.

Taylor explica que él no tenía mucha confianza en que la iniciativa fuera a tener mucha repercusión. (...) Pero sabemos en todo caso que hay gente que no está dispuesta a apagar el ordenador y que no entiende las razones que motivan este experimento. Hay incluso blogs que invitan a la gente a boicotear el día de apagón, como Engadget".

## **PREGUNTAS**

## I) <u>EXPRESIÓN</u> (12 ptos)

- a) ¿ Qué <u>es</u> el « Shutdown Day » ? ¿ Cómo <u>nació</u> esta iniciativa ? (en unas 5 líneas) (2 ptos)
- b) ¿ Se siente usted « adicto/a » a las nuevas tecnologías en general y al ordenador en particular ? Explique. (4 ptos)
- c) Evidencie usted las ventajas y/o inconvenientes de las nuevas tecnologías en nuestras sociedades modernas. Argumente. (6 ptos)

## II) <u>VERSIÓN</u> (5 ptos)

Traducir el extracto siguiente : [ línea 16 ⇒ línea 24 ]

## III) GRAMÁTICA (3 ptos)

Transponer al presente las frases siguientes :

- $^{\ast}$  « "Denis se preguntó si sería posible un día en el que nadie usara su ordenador personal. Le dije que me parecía una locura ... " »
- \* « Taylor explica que él no tenía mucha confianza en que la iniciativa fuera a tener mucha repercusión. (...) »

Session 2008

## CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

Epreuve facultative de RUSSE

Durée : 2 heures

Coefficient: bonus

Ce sujet comporte :

1 page de garde recto 1 page de texte verso

**CALCULATRICE NON AUTORISEE** 

#### Version

## Вертолет М-54 совершит первый полет в 2011 году

Вертолет М-54 совершит первый полет в 2011 году, сообщил конструктор «Московского вертолетного завода имени Миля» Алексей Самусенко журналистам в понедельник.

«В 2011 году планируется провести первый полет Ми-54 и в этом же году начать сертификацию вертолета», — сказал он.

Вертолет Ми-54 — гражданский<sup>3</sup> вертолет, предназначенный<sup>4</sup> для перевозки 12-13 пассажиров на дальность до 350 километров. Также машина может использоваться<sup>5</sup> для патрулирования, заниматься поиском и спасением людей.

По мнению конструктора завода, M-54 в будущем может составить конкуренцию среднемагистральным<sup>6</sup> самолетам.

#### **Thème**

L'hélicoptère peut être utilisé pour des missions de recherche et sauvetage

Sur une distance de 350 kilomètres, il peut être mis en concurrence avec l'avion

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Hélicoptère

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> lci: annoncer

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Civil

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Conçu pour :

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Etre employé à, utilisé pour

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Moyen-Courrier

#### ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2008

## CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES INGENIEURS DU CONTROLE DE LA NAVIGATION AERIENNE

4

## Epreuve facultative de CONNAISSANCES AERONAUTIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient: bonus

•

Ce sujet comporte :

1 page de garde 2 pages d'instruction pour remplir le QCM recto/verso 4 pages de texte recto/verso

•

Calculatrice non autorisée

## ÉPREUVE FACULTATIVE DE CONNAISSANCES AERONAUTIQUES

### A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve « facultative de Connaissance Aéronautique » de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

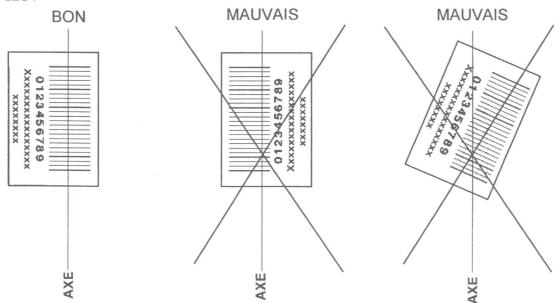
#### ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire épreuve d'anglais (voir modèle ci-dessous).

#### **POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES**

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

#### **EXEMPLES:**



- Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comprend 20 questions.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 20, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 21 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 20, vous vous trouvez en face de 2 possibilités :

> soit vous jugez que la question comporte une bonne réponse : vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

> soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : vous devez alors noircir la case E.

Une seule réponse possible par question.

#### Question 1:

L'annexe 2 de l'OACI définit les normes et pratiques recommandées internationales concernant :

- a) les services de la circulation aérienne
- b) les aérodromes
- c) les enquêtes sur les accidents et incidents d'aviation
- d) les règles de l'air

#### Question 2:

La documentation OACI qui définit les procédures pour les services de la navigation aérienne concernant la gestion du trafic aérien est :

- a) la Doc 4444
- b) la Doc 8168 OPS
- c) a Doc 7605
- d) la Doc 8400

#### Question 3:

Dans la troposphère, il y a inversion de température lorsque:

- a) la température est négative.
- b) la température augmente en même temps que l'altitude.
- c) la température décroît en même temps que l'altitude croît.
- d) la température croît en même temps que l'altitude décroît.

#### **Question 4:**

Arrivée à moindre bruit

- a) plus l'avion est lent, moins il est bruyant
- b) elle se fait à vitesse maxi jusqu'à la balise finale
- c) elle se fait à la vitesse de finesse maximale avec sortie tardive des traînées
- d) l'avion doit être configuré en vitesse minimale d'approche et configuration atterrissage

#### Question 5:

Le fonctionnement de l'équipement TCAS II est :

- a) Indépendant de tous systèmes sol
- b) Dépendant du Pilote .Automatique et des systèmes NAV
- c) Dépendant de la vitesse de rotation du radar sol
- d) Dépendant de l'équipement radar de la station sol

### **Question 6:**

Lorsqu'un avion monte à CAS constante :

- a) la vitesse propre diminue ainsi que le nombre de Mach
- b) le nombre de Mach reste constant ainsi que la vitesse propre
- c) la vitesse propre diminue et le nombre de Mach augmente
- d) la vitesse propre augmente ainsi que le nombre de Mach

#### Question 7:

Le service de contrôle est assuré à l'intérieur des espaces aériens suivants :

- 1- la région d'information de vol
- 2- la région de contrôle et la zone de contrôle
- 3- les espaces aériens de classe A, B, C et D pour les VFR
- 4- les espaces aériens de classe A, B, C, D et E pour les IFR
- a) 2+4
- b) 2+3
- c) 2+3+4
- d) 1+3+4

#### Question 8:

Un commandant de bord doit voler:

- a) en IFR si les conditions météorologiques sont VMC
- b) en IFR si les conditions météorologiques sont IMC
- c) en VFR si les conditions météorologiques sont VMC
- d) en VFR spécial si les conditions météorologiques sont IMC

### Question 9:

Les services ATM comprennent :

- 1- les services de la circulation aérienne (ATS)
- 2- le service recherches et sauvetage (SAR)
- 3-le service de gestion des courants de trafic aérien (ATFM)
- 4- le service de gestion de l'espace aérien (ASM)
- a) 1+2+4
- b) 1+2+3
- c) 3 + 4
- d) 1+3+4

### Question 10:

Le QFE est:

- a) la pression calculée au niveau de la mer
- b) la pression standard au niveau de référence de l'aérodrome
- c) la pression déterminée au niveau de référence de l'aérodrome
- d) a pression affichée sur l'altimètre quand l'aéronef est au sol

### Question 11:

La pression au sol est 1012 hPa et l'aéronef est au sol. Calé à 1012 hPa, l'altimètre indique :

- a) une altitude égale à zéro
- b) une hauteur égale à zéro
- c) l'altitude de l'aérodrome
- d) aucune indication significative

#### Question 12:

Les services de la circulation aérienne comprennent :

- a) les services de contrôle (régional, approche, tour)
- b) le service de contrôle et le service d'information
- c) le service de contrôle, le service d'information et le service d'alerte
- d) le service de contrôle et le service d'alerte

#### Question 13:

Les services de la circulation aérienne assurés à l'intérieur d'un espace aérien contrôlé sont :

- a) le service de contrôle
- b) le service de contrôle et le service d'information
- c) le service d'information et le service d'alerte
- d) le service de contrôle, le service d'information et le service d'alerte

#### **Ouestion 14:**

Le décrochage est le phénomène suivant :

- a) perte de portance due à un décollement des filets d'air
- b) rupture de l'aile à cause d'efforts structuraux élevés
- c) augmentation brutale de la traînée due à la compressibilité
- d) augmentation de la portance

#### Question 15:

Le choix de la piste en service est défini en fonction de :

- a) la composante vent traversier
- b) la composante vent de face
- c) la composante vent arrière
- d) la force du vent

#### **Question 16:**

La classification des aéronefs concernant la turbulence de sillage est définie en fonction de la masse maximale :

- a) sans carburant
- b) à vide
- c) c-à l'atterrissage
- d) d- au décollage

#### Question 17:

La partie d'un aérodrome destinée aux évolutions des aéronefs à la surface constitue :

- a) L'aire de manœuvre
- b) L'aire de mouvement
- c) Les voies de circulation
- d) L'aire de trafic

#### **Question 18:**

On nomme hauteur d'un nuage:

- a) le niveau de la base du nuage au-dessus du niveau de la mer
- b) le niveau du sommet du nuage au-dessus du niveau de la mer
- c) le niveau de la base des nuages au-dessus du niveau officiel de l'aérodrome
- d) le niveau du sommet du nuage au-dessus du niveau officiel de l'aérodrome

### Question 19:

Le cumulonimbus (Cb) est un nuage :

- a) à forte extension verticale ne présentant aucun danger
- b) en filaments enchevêtrés et hauts
- c) à forte extension verticale et dangereux pour l'aviation
- d) peu développé mais dangereux pour l'aviation

#### Question 20:

Un avion commercial doit posséder plusieurs réserves de carburant réglementaires. Lesquelles ?

- a) la réserve de route et celle de dégagement (si nécessaire)
- b) la réserve de dégagement (si nécessaire), la réserve finale et la réserve de seuil
- c) la réserve de dégagement (si nécessaire), la réserve de route et la réserve finale
- d) la réserve de route, la réserve de dégagement (si nécessaire) et la réserve d'attente

## Ecole Nationale de l'Aviation Civile

7 avenue Edouard Belin BP 54005 31055 Toulouse cedex 4

Tél. + 33 (0) 5 62 17 40 00 Fax + 33 (0) 5 62 17 40 23

www.enac.fr

