EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Une maladie est apparue dans le cheptel bovin d'un pays. Elle touche $0,5\%$ de ce cheptel (ou 5 pour mille).

1. On choisit au hasard un animal dans le cheptel. Quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

2. **a)** On choisit successivement et au hasard 10 animaux. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre d'animaux malades parmi eux.
Montrer que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres. Calculer son espérance mathématique.

b) On désigne par A l'événement : « aucun animal n'est malade parmi les 10 ». On désigne par B l'événement : « au moins un animal est malade parmi les 10 ». Calculer les probabilités de A et de B.

3. On sait que la probabilité qu'un animal ait un test positif à cette maladie sachant qu'il est malade est $0,8$. Lorsqu'un animal n'est pas malade, la probabilité d'avoir un test négatif est $0,9$. On note T l'événement : « avoir un test positif à cet maladie » et M l'événement : « être atteint de cette maladie ».

a) Représenter par un arbre pondéré les données de l'énoncé.

b) Calculer la probabilité de l'événement T.

c) Quelle est la probabilité qu'un animal soit malade sachant que le test est positif ?