

## EXERCICE 1 (5 points)

(Commun à tous les candidats)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

On considère les points  $B(100; 100)$  et  $C\left(50; \frac{50}{\sqrt{e}}\right)$  et la droite  $(D)$  d'équation  $y = x$ .

On note  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  dont la courbe représentative, notée  $\Gamma$ , est donnée en annexe.

On suppose de plus qu'il existe deux réels  $a$  et  $b$  tels que :

- pour tout  $x$  réel,  $f(x) = xe^{ax+b}$ .
- les points  $B$  et  $C$  appartiennent à la courbe  $\Gamma$ .

1. a) Montrer que le couple  $(a; b)$  est solution du système :

$$\begin{cases} 100a + b = 0 \\ 50a + b = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

b) En déduire que, pour tout  $x$  réel,  $f(x) = xe^{0,01x-1}$ .

2. Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

3. a) Montrer que pour tout  $x$  réel,  $f(x) = \frac{100}{e} \times 0,01xe^{0,01x}$ .

b) En déduire la limite de  $f$  en  $-\infty$ .

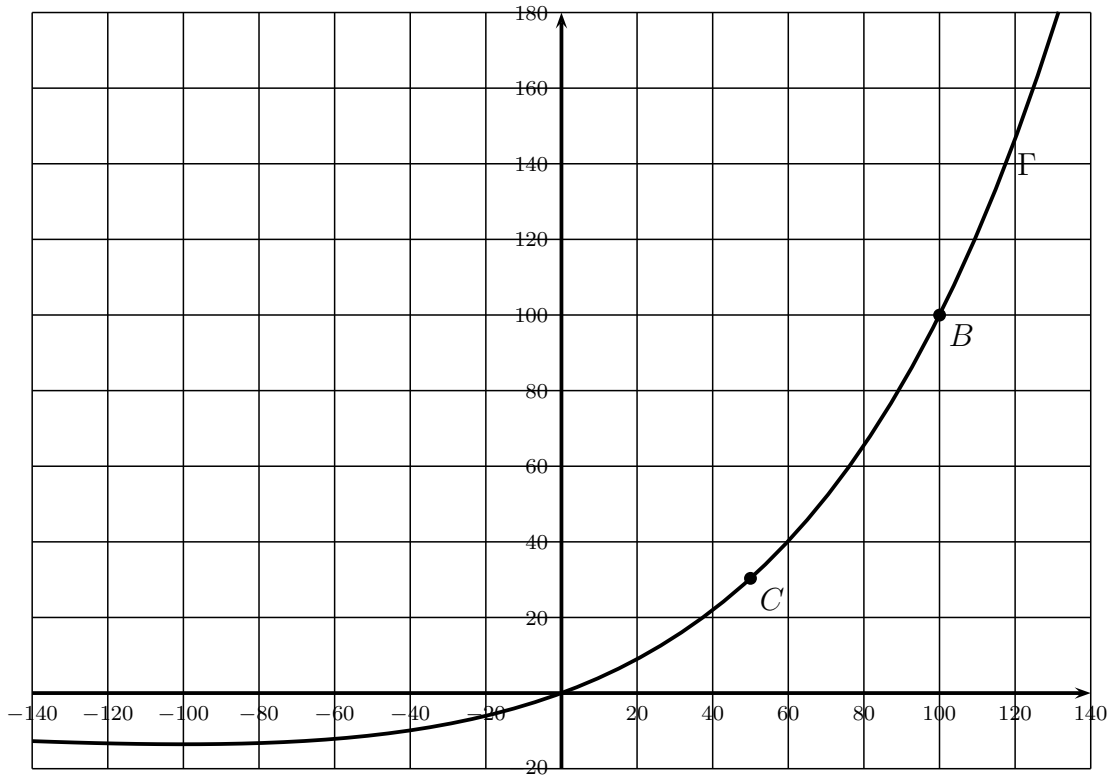
4. Étudier les variations de la fonction  $f$ . On donnera le tableau de variations complet.

5. Étudier la position relative de la courbe  $\Gamma$  et de la droite  $(D)$ .

6. a) Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'intégrale  $\int_0^{100} f(t) dt$ .

b) On désigne par  $A$  l'aire, en unités d'aire, du domaine du plan délimité par les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 100$ , la droite  $(D)$  et la courbe  $\Gamma$ . Calculer  $A$ .

## Annexe de l'exercice 1



## Annexe de l'exercice 2

