

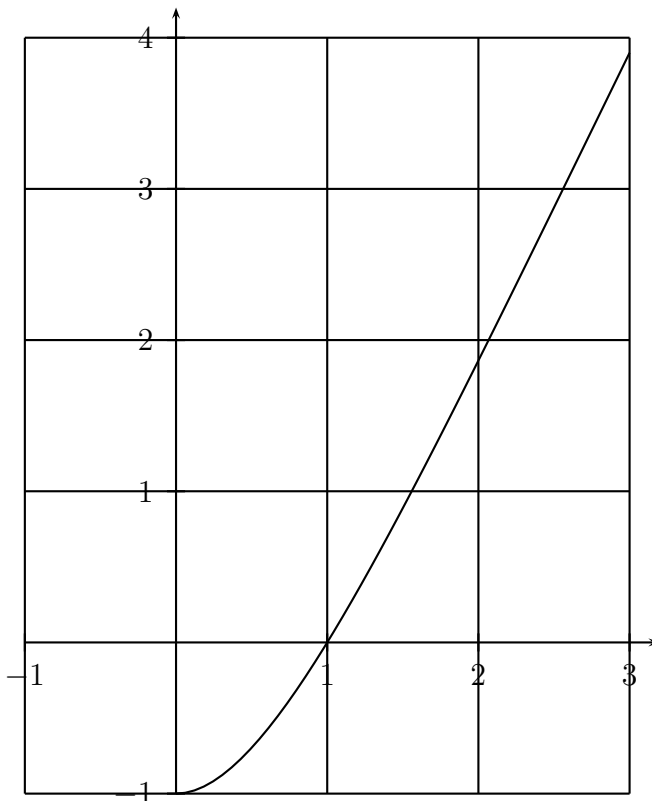
### EXERCICE 3 (5 points )

*Commun à tous les candidats*

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par

$$f(x) = (x - 1)(2 - e^{-x}).$$

Sa courbe représentative  $\mathcal{C}$  est tracée dans le repère orthonormal ci-dessous (unité graphique 2cm).



- 1)
  - a) Etudier la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
  - b) Montrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = 2x - 2$  est asymptote à  $\mathcal{C}$ .
  - c) Etudier la position relative de  $\mathcal{C}$  et  $\Delta$ .
- 2)
  - a) Calculer  $f'(x)$  et montrer que  $f'(x) = xe^{-x} + 2(1 - e^{-x})$ .
  - b) En déduire que, pour tout réel  $x$  strictement positif,  $f'(x) > 0$ .
  - c) Préciser la valeur de  $f'(0)$ , puis établir le tableau de variations de  $f$ .
- 3) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'aire, exprimée en  $\text{cm}^2$ , du domaine plan limité par la courbe  $\mathcal{C}$ , la droite  $\Delta$  et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 3$ .
- 4)
  - a) Déterminer le point  $A$  où la tangente à  $\mathcal{C}$  est parallèle à  $\Delta$ .
  - b) Calculer la distance, exprimée en cm, du point  $A$  à la droite  $\Delta$ .