# FICHE n° 22. GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

## I Vocabulaire et notations

**Définition 1**

On définit sur $\mathrm{D}$ une **fonction**, notée $f$, en associant à chaque réel $x$ de l'ensemble $\mathrm{D}$ un réel et un seul, noté $f(x)$ (ce qui se lit « $f$ de $x$ »).

L'ensemble $\mathrm{D}$ s'appelle l'**ensemble de définition** de la fonction $f$.

Si $x$ est un élément de $\mathrm{D}$, $f(x)$ est **l'image** de $x$ par la fonction $f$.
Si $x$ est un élément de $\mathrm{D}$ et $y$ est un réel tel que $y = f(x)$, le réel $x$ est **un antécédent** du réel $y$ par la fonction $f$.

Une fonction $f$ se note aussi $f : x \mapsto f(x)$ ou même de manière plus détaillée $f : \begin{array}{ccc} \mathrm{D} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f(x) \end{array}$ (ce qui se lit « $f$ est la fonction de $\mathrm{D}$ dans $\mathbb{R}$ qui à chaque réel $x$ de $\mathrm{D}$ associe le réel $f(x)$ »).

On peut « élargir » un peu le vocabulaire de la définition 1. La fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{1}{x} \end{array}$. L'**ensemble de départ** de la fonction $f$ est $\mathbb{R}$ mais son ensemble de définition est $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ($0$ n'a pas d'inverse). La fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sqrt{x} \end{array}$.
L'**ensemble de départ** de la fonction $g$ est $\mathbb{R}$ mais son ensemble de définition est $[0, +\infty[$ (un nombre réel strictement négatif n'a pas de racine carrée dans $\mathbb{R}$).
De manière générale, l'ensemble de définition d'un fonction $f$ est l'ensemble des réels $x$ qui ont effectivement une image par la fonction $f$.

## II Représentation graphique d'une fonction

### 1 Définition

**Définition 2**

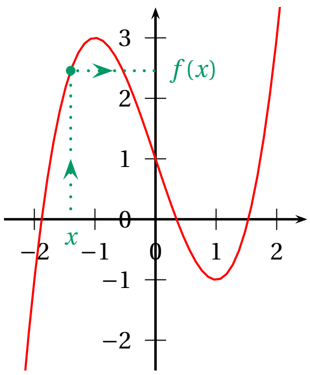
La plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathrm{D} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f(x) \end{array}$ une fonction. La **représentation graphique** $\mathscr{C}_f$ de $f$ (ou plus simplement le **graphe** de $f$) est l'ensemble des points de coordonnées $(x, f(x))$ dans le repère $\mathscr{R}$, où $x$ est un réel de $\mathrm{D}$.

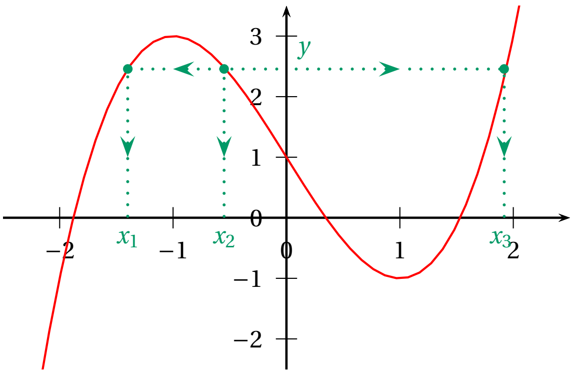
Une **équation** de la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de $f$ dans le repère $\mathscr{R}$ est $y = f(x)$.
Cela signifie qu'un point quelconque du plan $\mathrm{M}$ de coordonnées $(x, y)$ appartient à la représentation graphique de $f$ si et seulement si son ordonnée $y$ est égale à l'image de son abscisse $x$ ($y = f(x)$) et donc aussi $\mathrm{M}(x, y)$ n'appartient pas à $\mathscr{C}_f$ si et seulement si $y \neq f(x)$.

### 2 Lecture d'un graphe

Pour lire l'image d'un réel $x$, on part de $x$ placé sur l'axe des abscisses, on va ensuite verticalement à la courbe puis on lit $f(x)$ en allant horizontalement à l'axe des ordonnées.



Pour lire les antécédents éventuels d'un réel $y$, on part de $y$ placé sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement à la courbe puis on lit les abscises des points de la courbe en allant verticalement à l'axe des abscisses




## III Fonctions paires. Fonctions impaires

**Définition 3**

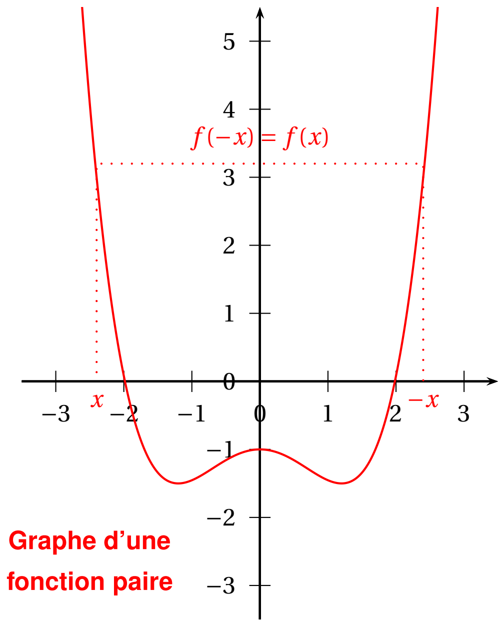
Soit $f$ une fonction définie sur partie $\mathrm{D}$ de $\mathbb{R}$.

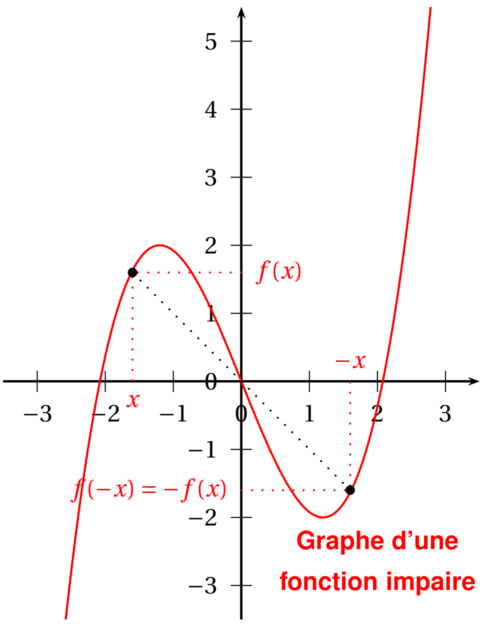
La fonction $f$ est **paire** si et seulement si, pour tout réel $x$ de $\mathrm{D}$, le réel $-x$ appartient à $\mathrm{D}$ et de plus, pour tout réel $x$ de $\mathrm{D}$, $f(-x) = f(x)$.
La fonction $f$ est **impaire** si et seulement si, pour tout réel $x$ de $\mathrm{D}$, le réel $-x$ appartient à $\mathrm{D}$ et de plus, pour tout réel $x$ de $\mathrm{D}$, $f(-x) = -f(x)$.

**Théoreme 2**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$.

Le graphe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
Le graphe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine $\mathrm{O}$ du repère.




**Exemples.** Les fonctions $x \mapsto x^2$, $x \mapsto 1$, $x \mapsto \dfrac{1}{x^2}$ sont paires. Les fonctions $x \mapsto \dfrac{1}{x}$, $x \mapsto x$, $x \mapsto x^3$ sont impaires. La fonction $x \mapsto x^2 + x + 1$ n'est ni paire, ni impaire car $f(1) = 3$ et $f(-1) = 1$ puis $f(-1) \neq f(1)$ et $f(-1) \neq -f(1)$.