

Pondichéry 2016. Enseignement spécifique

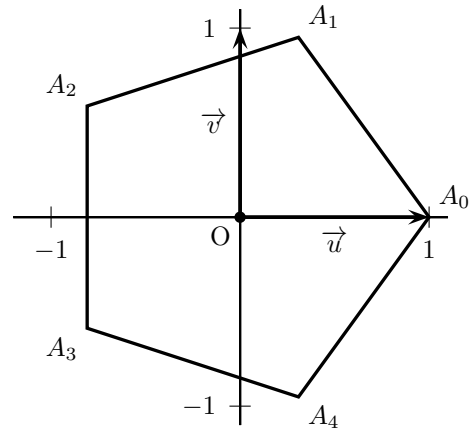
EXERCICE 2 (3 points) (commun à tous les candidats)

L'objectif de cet exercice est de trouver une méthode pour construire à la règle et au compas un pentagone régulier.

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère le pentagone régulier $A_0A_1A_2A_3A_4$, de centre O tel que $\overrightarrow{OA_0} = \vec{u}$.

On rappelle que dans le pentagone régulier $A_0A_1A_2A_3A_4$, ci-contre :

- les cinq côtés sont de même longueur ;
- les points A_0, A_1, A_2, A_3 et A_4 appartiennent au cercle trigonométrique ;
- pour tout entier k appartenant à $\{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$ on a $(\overrightarrow{OA_k} ; \overrightarrow{OA_{k+1}}) = \frac{2\pi}{5}$.



1) On considère les points B d'affixe -1 et J d'affixe $\frac{i}{2}$.

Le cercle (\mathcal{C}) de centre J et de rayon $\frac{1}{2}$ coupe le segment $[BJ]$ en un point K .
Calculer BK , puis en déduire BK .

2) a) Donner sous forme exponentielle l'affixe du point A_2 . Justifier brièvement.

b) Démontrer que $BA_2^2 = 2 + 2 \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$.

c) Un logiciel de calcul formel affiche les résultats ci-dessous, que l'on pourra utiliser sans justification :

► Calcul formel	
1	$\cos(4 \cdot \pi / 5)$ $\rightarrow \frac{1}{4}(-\sqrt{5} - 1)$
2	$\text{sqrt}((3 - \text{sqrt}(5))/2)$ $\rightarrow \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$

« sqrt » signifie « racine carrée »

En déduire, grâce à ces résultats, que $BA_2 = BK$.

3) Dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) donné en annexe, construire à la règle et au compas un pentagone régulier. N'utiliser ni le rapporteur ni les graduations de la règle et laisser apparents les traits de construction.

EXERCICE 2

