

## Liban 2016. Enseignement spécifique

### EXERCICE 5 (3 points) (commun à tous les candidats)

On considère la suite  $(z_n)$  de nombres complexes définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = \frac{1}{2}i \times z_n + 5 \end{cases}$$

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on note  $M_n$  le point d'affixe  $z_n$ .  
On considère le nombre complexe  $z_A = 4 + 2i$  et  $A$  le point du plan d'affixe  $z_A$ .

1) Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_n = z_n - z_A$

a) Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \frac{1}{2}i \times u_n$ .

b) Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_n = \left(\frac{1}{2}i\right)^n (-4 - 2i).$$

2) Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ , les points  $A$ ,  $M_n$  et  $M_{n+4}$  sont alignés.