

Liban 2016. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 : corrigé

Partie A

1) Notons X la variable aléatoire égale au nombre de balles à droite.

- 20 expériences identiques et indépendantes sont effectuées.
- chaque expérience a deux issues à savoir « la balle arrive à droite » avec une probabilité $p = \frac{1}{2}$ et « la balle arrive à gauche » avec une probabilité $1 - p = \frac{1}{2}$.

X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = \frac{1}{2}$. La probabilité demandée est $P(X = 10)$. On sait que

$$P(X = 10) = \binom{20}{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{\binom{20}{10}}{2^{20}}.$$

La calculatrice donne $P(X = 10) = 0,176$ arrondi à 10^{-3} .

2) La probabilité demandée est $P(5 \leq X \leq 10)$. La calculatrice donne $P(5 \leq X \leq 10) = 0,582$ arrondi à 10^{-3} .

Partie B

Ici, $n = 100$ et la probabilité p qu'une balle arrive à droite est $p = 0,5$. On note que $n \geq 30$, $np = n(1 - p) = 50$ et donc $np \geq 5$ et $n(1 - p) \geq 5$. un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95% est

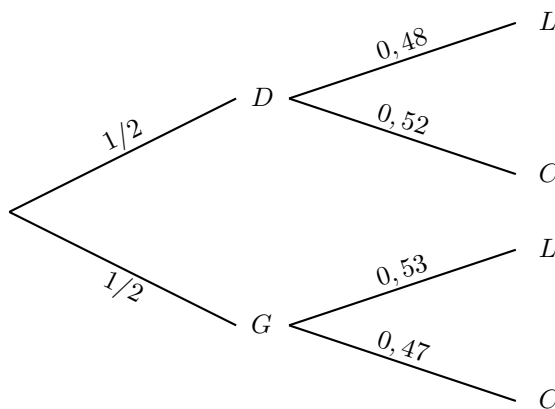
$$\left[p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}, p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,5 - 1,96 \frac{\sqrt{0,5 \times 0,5}}{\sqrt{100}}; 0,5 + 1,96 \frac{\sqrt{0,5 \times 0,5}}{\sqrt{100}} \right] \\ = [0,5 - 0,098; 0,5 + 0,098] = [0,402; 0,598]$$

La fréquence de balles à droite observée est $f = \frac{42}{100} = 0,42$. La fréquence observée appartient à l'intervalle de fluctuation et le joueur ne peut donc pas remettre en cause le bon fonctionnement de l'appareil.

Partie C

Notons respectivement D , G , L et C les événements « la balle est envoyée à droite », « la balle est envoyée à gauche », « la balle est liftée » et « la balle est coupée ». L'énoncé fournit $P(L \cap D) = 0,24$ et $P(C \cap G) = 0,235$. La probabilité demandée est $P_C(D)$.

$P_G(C) = \frac{P(G \cap C)}{P(G)} = \frac{0,235}{0,5} = 0,47$. De même, $P_D(L) = \frac{P(D \cap L)}{P(D)} = \frac{0,24}{0,5} = 0,48$. Représentons alors la situation par un arbre de probabilité.



D'après la formule des probabilités totales entre autres,

$$P_C(D) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{p(D) \times P_D(C)}{P(D) \times P_D(C) + P(G) \times P_G(C)} = \frac{0,5 \times 0,52}{0,5 \times 0,52 + 0,5 \times 0,47} = \frac{0,26}{0,495} \\ = 0,525 \text{ arrondi à } 10^{-3}.$$