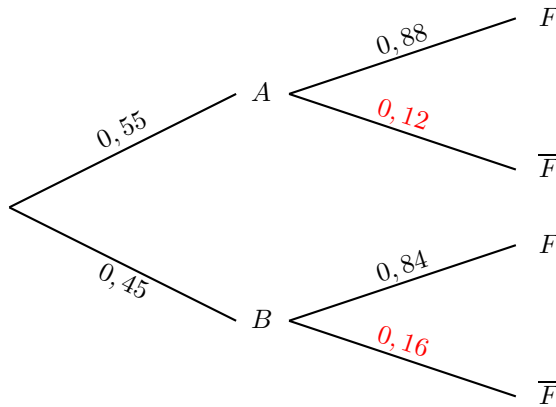


Asie 2016. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 : corrigé

Partie A

Notons A l'évènement « la fleur provient de la serre A », B l'évènement « la fleur provient de la serre B » et F l'évènement « la fleur donne un fruit ». Représentons la situation par un arbre de probabilités.



La probabilité demandée est $P(F)$. D'après la formule des probabilités totales,

$$P(F) = P(A) \times P_A(F) + P(B) \times P_B(F) = 0,55 \times 0,88 + 0,45 \times 0,84 = 0,484 + 0,378 = 0,862.$$

La proposition 1 est vraie.

La probabilité demandée est $P_F(A)$.

$$P_F(A) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{0,55 \times 0,88}{0,862} = 0,561 \text{ arrondi à } 10^{-3}.$$

La proposition 2 est fausse.

Partie B

1) Puisque $237 = 250 - 13$ et $263 = 250 + 13$, les deux nombres 237 et 263 sont symétriques par rapport au nombre 250. Pour des raisons de symétrie,

$$P(237 \leq X \leq 263) = 1 - P(X \leq 237) - P(X \geq 263) = 1 - 2P(X \leq 237) = 1 - 2 \times 0,14 = 0,72.$$

2) a) On sait que Y suit la loi normale centrée réduite c'est-à-dire la loi normale de moyenne 0 et d'écart-type 1.

b) $X \leq 237 \Leftrightarrow X - 250 \leq -13 \Leftrightarrow \frac{X - 250}{\sigma} \leq -\frac{13}{\sigma} \Leftrightarrow Y \leq -\frac{13}{\sigma}$. Les évènements $X \leq 237$ et $Y \leq -\frac{13}{\sigma}$ sont les mêmes et donc

$$P\left(Y \leq -\frac{13}{\sigma}\right) = P(X \leq 237) = 0,14.$$

c) La calculatrice fournit

$$P\left(Y \leq -\frac{13}{\sigma}\right) = 0,14 \Leftrightarrow -\frac{13}{\sigma} = -1,080 \dots \Leftrightarrow \sigma = 12,03 \dots$$

Donc, $\sigma = 12$ arrondi à l'unité.

3) a) La suite $(P(250 - n \leq X \leq 250 + n))_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante. La calculatrice fournit

$$P(250 - 23 \leq X \leq 250 + 23) = 0,944 \dots < 0,95 \text{ et } P(250 - 24 \leq X \leq 250 + 24) = 0,954 \dots \geq 0,95.$$

La plus petite valeur de l'entier n pour laquelle la probabilité qu'une barquette soit conforme, est supérieure ou égale à $0,95$, est $n = 24$.

b) La suite $(P(250 \leq X \leq m))_{m \geq 230}$ est croissante. La calculatrice fournit

$$P(230 \leq X \leq 284) = 0,949\dots < 0,95 \text{ et } P(230 \leq X \leq 285) = 0,950\dots \geq 0,95.$$

La plus petite valeur de l'entier m pour laquelle $P(230 \leq X \leq m) \geq 0,95$ est $m = 285$.