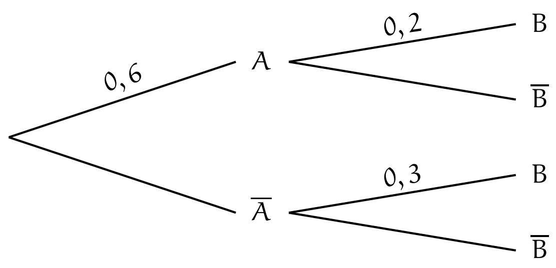
France métropolitaine/Réunion septembre 2015. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 (5 points) (commun à tous les candidats)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées, dont une seule est exacte. Le candidat portera sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. On ne demande pas de justification. Il est attribué 1 point si la réponse est exacte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

Question 1

On considère l'arbre de probabilités ci-dessous :



Quelle est la probabilité de l'événement B ?

a) 0,12 **b)** 0,2 **c)** 0,24 **d)** 0,5

Question 2

Le césium 137 est un élément radioactif qui constitue une des principales sources de radioactivité des déchets des réacteurs nucléaires. Le temps T, en années, durant lequel un atome de césium 137 reste radioactif peut être assimilé à une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = \dfrac{\ln 2}{30}$.

Quelle est la probabilité qu'un atome de césium 137 reste radioactif durant au moins 60 ans ?

a) 0,125 **b)** 0,25 **c)** 0,75 **d)** 0,875

Question 3

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 110$ et d'écart-type $\sigma = 25$.
Quelle est la valeur arrondie au millième de la probabilité $P(X \geqslant 135)$?

a) 0,159 **b)** 0,317 **c)** 0,683 **d)** 0,841

Question 4

On lance une pièce de monnaie bien équilibrée 100 fois de suite.
Lequel des intervalles ci-dessous est un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence d'apparition de la face pile de cette pièce ?

a) $[0,371\ ;\ 0,637]$ **b)** $[0,480\ ;\ 0,523]$ **c)** $[0,402\ ;\ 0,598]$ **d)** $[0,412\ ;\ 0,695]$

Question 5

Une entreprise souhaite obtenir une estimation de la proportion de personnes de plus de 60 ans parmi ses clients, au niveau de confiance de 95%, avec un intervalle d'amplitude inférieure à $0,05$.
Quel est le nombre minimum de clients à interroger ?

a) 400 **b)** 800 **c)** $1\,600$ **d)** $3\,200$

France métropolitaine/Réunion 2015. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 : corrigé

Question 1 D'après la formule des probabilités totales,

$$p(B) = p(A) \times p_A(B) + p\left(\overline{A}\right) \times p_{\overline{A}}(B) = 0,6 \times 0,2 + (1 - 0,6) \times 0,3 = 0,12 + 0,12 = 0,24.$$

La bonne réponse est la **réponse c**.

Question 2 La probabilité demandée est $P(T \geqslant 60)$ avec

$$\begin{aligned} P(T \geqslant 60) &= 1 - P(T \leqslant 60) = 1 - \int_0^{60} \lambda e^{-\lambda t}\, dt = 1 - \left[-e^{-\lambda t}\right]_0^{60} = 1 - \left(-e^{-60\lambda} + e^0\right) \\ &= e^{-60\lambda} = e^{-60\ln 2/30} = e^{-2\ln 2} = \left(e^{\ln 2}\right)^{-2} = 2^{-2} \\ &= \frac{1}{4} = 0,25. \end{aligned}$$

La bonne réponse est la **réponse b**.

Question 3 $P(X \geqslant 135) = P(X \leqslant \mu + \sigma)$. On sait que $P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) = 0,683$ arrondi au millième et donc, pour des raisons de symétrie

$$P(X \geqslant 135) = \frac{1 - P(X \leqslant \mu + \sigma)}{2} = 0,159 \text{ arrondi au millième.}$$

La bonne réponse est la **réponse a**.

Question 4 L'intervalle doit être centré en $0,5$ ce qui élimine les réponses a, b et d. La bonne réponse est la **réponse c**.

Question 5 Un intervalle de confiance au niveau de confiance 95% est $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ où f est la fréquence de personnes de plus de 60 ans observée dans l'échantillon et n est l'effectif de l'échantillon. L'amplitude de cet intervalle de confiance est $\frac{2}{\sqrt{n}}$.

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leqslant 0,05 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{n}} \leqslant \frac{5}{100} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{n}}{2} \geqslant \frac{100}{5} \Leftrightarrow \sqrt{n} \geqslant 40 \Leftrightarrow n \geqslant 1600.$$

La bonne réponse est la **réponse c**.

