Polynésie 2015. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 (3 points) (commun à tous les candidats)

Dans un pays, la taille en centimètres des femmes de 18 à 65 ans peut être modélisée par une variable aléatoire X_1 suivant la loi normale d'espérance $\mu_1 = 165$ cm et d'écart-type $\sigma_1 = 6$ cm, et celle des hommes de 18 à 65 ans, par une variable aléatoire X_2 suivant la loi normale d'espérance $\mu_2 = 175$ cm et d'écart-type $\sigma_2 = 11$ cm.

Dans cet exercice tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

1) Quelle est la probabilité qu'une femme choisie au hasard dans ce pays mesure entre 1,53 mètre et 1,77 mètre ?

2) a) Déterminer la probabilité qu'un homme choisi au hasard dans ce pays mesure plus de 1,70 mètre.

b) De plus, on sait que dans ce pays les femmes représentent 52 % de la population des personnes dont l'âge est compris entre 18 et 65 ans. On choisit au hasard une personne qui a entre 18 et 65 ans. Elle mesure plus de $1,70$ m. Quelle est la probabilité que cette personne soit une femme ?

Polynésie 2015. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 : corrigé

1) La probabilité demandée est $P(153 \leqslant X_1 \leqslant 177) = P\left(\mu_1 - 2\sigma_1 \leqslant X_1 \leqslant \mu_1 + 2\sigma_1\right)$. La calculatrice (ou le cours) fournit

$$\boxed{P(153 \leqslant X_1 \leqslant 177) = 0,95 \text{ arrondi à } 10^{-2}.}$$

2) a) La probabilité demandée est $P(X_2 \geqslant 170) = 1 - P(X_2 \leqslant 170)$. La calculatrice fournit

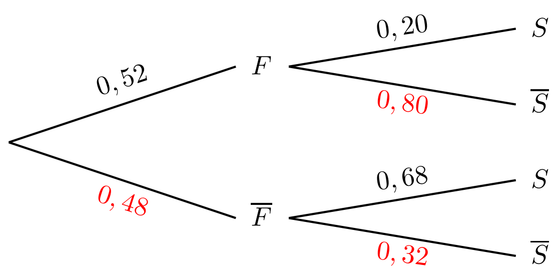
$$\boxed{P(X_2 \geqslant 170) = 0,68 \text{ arrondi à } 10^{-2}.}$$

b) De même, la probabilité qu'une femme choisie au hasard mesure plus de $1,70$ m est $P\left(X_1 \geqslant 170\right) = 1 - P\left(X_1 \leqslant 170\right) = 0,20$ arrondi à 10^{-2}.

Notons F l'événement « la personne choisie est une femme » et S l'événement « la personne choisie mesure plus de $1,70$ m ». Ainsi, on a

$$P_F(S) = 0,20 \text{ et } P_{\overline{F}}(S) = 0,68.$$

Représentons la situation par un arbre de probabilité.



La probabilité demandée est $P_S(F)$. D'après la formule des probabilités totales,

$$P(S) = P(F) \times P_F(S) + P\left(\overline{F}\right) \times P_{\overline{F}}(S) = 0,52 \times 0,20 + (1 - 0,52) \times 0,68 = 0,4304.$$

Mais alors,

$$P_S(F) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)} = \frac{P(F) \times P_F(S)}{P(S)} = \frac{0,52 \times 0,2}{0,4304} = 0,24 \text{ arrondi à } 10^{-2}.$$

$$\boxed{P_S(F) = 0,24 \text{ arrondi à } 10^{-2}.}$$

