

Polynésie 2014. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 (5 points) (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 0 \text{ et, pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = u_n + 2n + 2.$$

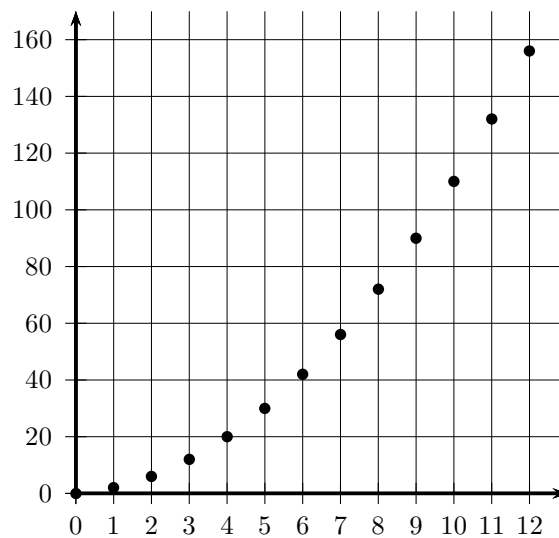
- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) On considère les deux algorithmes suivants :

Algorithme 1		Algorithme 2	
Variables	n est un entier naturel u est un réel	Variables	n est un entier naturel u est un réel
Entrée	Saisir la valeur de n	Entrée :	Saisir la valeur de n
Traitement	u prend la valeur 0 Pour i allant de 1 à n : u prend la valeur $u + 2i + 2$ Fin Pour	Traitement :	u prend la valeur 0 Pour i allant de 0 à $n - 1$: u prend la valeur $u + 2i + 2$ Fin Pour
Sortie	Afficher u	Sortie	Afficher u

De ces deux algorithmes, lequel permet d'afficher en sortie la valeur de u_n , la valeur de l'entier naturel n étant entrée par l'utilisateur ?

- 3) À l'aide de l'algorithme, on a obtenu le tableau et le nuage de points ci-dessous où n figure en abscisse et u_n en ordonnée.

n	u_n
0	0
1	2
2	6
3	12
4	20
5	30
6	42
7	56
8	72
9	90
10	110
11	132
12	156



- a) Quelle conjecture peut-on faire quant au sens de variation de la suite (u_n) ?
Démontrer cette conjecture.
- b) La forme parabolique du nuage de points amène à conjecturer l'existence de trois réels a, b et c tels que, pour tout entier naturel n , $u_n = an^2 + bn + c$.
Dans le cadre de cette conjecture, trouver les valeurs de a, b et c à l'aide des informations fournies.
- 4) On définit, pour tout entier naturel n , la suite (v_n) par : $v_n = u_{n+1} - u_n$.
 - a) Exprimer v_n en fonction de l'entier naturel n . Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
 - b) On définit, pour tout entier naturel n , $S_n = \sum_{k=0}^n v_k = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
Démontrer que, pour tout entier naturel n , $S_n = (n+1)(n+2)$.
 - c) Démontrer que, pour tout entier naturel n , $S_n = u_{n+1} - u_0$, puis exprimer u_n en fonction de n .