

Antilles Guyane. Septembre 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 (4 points) (commun à tous les candidats)

Une entreprise industrielle fabrique des pièces cylindriques en grande quantité. Pour toute pièce prélevée au hasard, on appelle X la variable aléatoire qui lui associe sa longueur en millimètre et Y la variable aléatoire qui lui associe son diamètre en millimètre.

On suppose que X suit la loi normale de moyenne $\mu_1 = 36$ et d'écart-type $\sigma_1 = 0,2$ et que Y suit la loi normale de moyenne $\mu_2 = 6$ et d'écart-type $\sigma_2 = 0,05$.

- 1) Une pièce est dite conforme pour la longueur si sa longueur est comprise entre $\mu_1 - 3\sigma_1$ et $\mu_1 + 3\sigma_1$.
Quelle est une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité p_1 pour qu'une pièce prélevée au hasard soit conforme pour la longueur ?
- 2) Une pièce est dite conforme pour le diamètre si son diamètre est compris entre 5,88 mm et 6,12 mm. Le tableau donné ci-dessous a été obtenu à l'aide d'un tableur. Il indique pour chacune des valeurs de k , la probabilité que Y soit inférieure ou égal à cette valeur.
Déterminer à 10^{-3} près la probabilité p_2 pour qu'une pièce prélevée au hasard soit conforme pour le diamètre (on pourra s'aider du tableau ci-dessous).

k	$p(Y \leq k)$
5,8	3,167 12 E - 05
5,82	0,000 159 109
5,84	0,000 687 138
5,86	0,002 555 13
5,88	0,008 197 536
5,9	0,022 750 132
5,92	0,054 799 292
5,94	0,115 069 67
5,96	0,211 855 399
5,98	0,344 578 258
6	0,5
6,02	0,655 421 742
6,04	0,788 144 601
6,06	0,884 930 33
6,08	0,945 200 708
6,1	0,977 249 868
6,12	0,991 802 464
6,14	0,997 444 87
6,16	0,999 312 862
6,18	0,999 840 891
6,2	0,999 968 329

- 3) On prélève une pièce au hasard. On appelle L l'évènement « la pièce est conforme pour la longueur » et D l'évènement « la pièce est conforme pour le diamètre ». On suppose que les évènements L et D sont indépendants.
 - a) Une pièce est acceptée si elle est conforme pour la longueur et pour le diamètre.
Déterminer la probabilité pour qu'une pièce prélevée au hasard ne soit pas acceptée (le résultat sera arrondi à 10^{-2}).
 - b) Justifier que la probabilité qu'elle soit conforme pour le diamètre sachant qu'elle n'est pas conforme pour la longueur, est égale à p_2 .

Antilles Guyane. Septembre 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 : corrigé

1) La probabilité demandée est $p_1 = P(35,4 \leq X \leq 36,6)$. La calculatrice (ou le cours) fournit

$$p_1 = 0,997 \text{ à } 10^{-3} \text{ près par défaut.}$$

2) D'après le tableau

$$P(5,88 \leq Y \leq 6,12) = P(Y \leq 6,12) - P(Y \leq 5,88) = 0,991\,802\,464 - 0,008\,197\,536 = 0,983\,604\,928.$$

Donc

$$p_2 = 0,983 \text{ à } 10^{-3} \text{ près par défaut.}$$

3) a) La probabilité demandée est $P(L \cap D)$. Puisque les événements L et D sont indépendants,

$$P(L \cap D) = P(L) \times P(D) = p_1 \times p_2 = 0,997 \times 0,983 = 0,98 \text{ arrondi à } 10^{-2}.$$

$$P(L \cap D) = 0,98 \text{ arrondi à } 10^{-2}.$$

b) La probabilité demandée est $P_L(D)$. Puisque les événements L et D sont indépendants, $P_L(D) = P(D) = p_2$.