

# Polynésie 2013. Enseignement spécifique

## EXERCICE 3 (5 points) (commun à tous les candidats)

*Les 3 parties peuvent être traitées de façon indépendante.*

Thomas possède un lecteur MP3 sur lequel il a stocké plusieurs milliers de morceaux musicaux. L'ensemble des morceaux musicaux qu'il possède se divise en trois genres distincts selon la répartition suivante :

30% de musique classique, 45% de variété, le reste étant du jazz.

Thomas a utilisé deux qualités d'encodage pour stocker ses morceaux musicaux : un encodage haute qualité et un encodage standard. On sait que :

- Les  $\frac{5}{6}$  des morceaux de musique classique sont encodés en haute qualité.
- Les  $\frac{5}{9}$  des morceaux de variété sont encodés en qualité standard.

On considérera les événements suivants :

C : « Le morceau écouté est un morceau de musique classique » ;

V : « Le morceau écouté est un morceau de variété » ;

J : « Le morceau écouté est un morceau de jazz » ;

H : « Le morceau écouté est encodé en haute qualité » ;

S : « Le morceau écouté est encodé en qualité standard ».

### Partie 1

Thomas décide d'écouter un morceau au hasard parmi tous les morceaux stockés sur son MP3 en utilisant la fonction « lecture aléatoire ».

*On pourra s'aider d'un arbre de probabilités.*

1) Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un morceau de musique classique encodé en haute qualité ?

2) On sait que  $P(H) = \frac{13}{20}$ .

- a) Les événements C et H sont-ils indépendants ?
- b) Calculer  $P(J \cap H)$  et  $P_J(H)$ .

### Partie 2

Pendant un long trajet en train, Thomas écoute, en utilisant la fonction « lecture aléatoire » de son MP3, 60 morceaux de musique.

1) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% de la proportion de morceaux de musique classique dans un échantillon de taille 60.

2) Thomas a comptabilisé qu'il avait écouté 12 morceaux de musique classique pendant son voyage. Peut-on penser que la fonction « lecture aléatoire » du lecteur MP3 de Thomas est défectueuse ?

### Partie 3

On considère la variable aléatoire X qui, à chaque chanson stockée sur le lecteur MP3, associe sa durée exprimée en secondes et on établit que X suit la loi normale d'espérance 200 et d'écart-type 20.

*On pourra utiliser le tableau fourni en annexe dans lequel les valeurs sont arrondies au millième le plus proche.*

On écoute un morceau musical au hasard.

1) Donner une valeur approchée à  $10^{-3}$  près de  $P(180 \leq X \leq 220)$ .

2) Donner une valeur approchée à  $10^{-3}$  près de la probabilité que le morceau écouté dure plus de 4 minutes.

### ANNEXE de l'exercice 3

X est une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 200 et d'écart-type 20.

b	$P(X \leq b)$
140	0,001
150	0,006
160	0,023
170	0,067
180	0,159
190	0,309
200	0,500
210	0,691
220	0,841
230	0,933
240	0,977
250	0,994
260	0,999