

# Nouvelle Calédonie. Novembre 2013. Enseignement spécifique

## EXERCICE 4 (5 points) (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .  
On note  $\mathbb{C}$  l'ensemble des nombres complexes.

Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1) **Proposition** : Pour tout entier naturel  $n$  :  $(1 + i)^{4n} = (-4)^n$ .

2) Soit (E) l'équation  $(z - 4)(z^2 - 4z + 8) = 0$  où  $z$  désigne un nombre complexe.

**Proposition** : Les points dont les affixes sont les solutions, dans  $\mathbb{C}$ , de (E) sont les sommets d'un triangle d'aire 8.

3) **Proposition** : Pour tout nombre réel  $\alpha$ ,  $1 + e^{2i\alpha} = 2e^{i\alpha} \cos(\alpha)$ .

4) Soit A le point d'affixe  $z_A = \frac{1}{2}(1 + i)$  et  $M_n$  le point d'affixe  $(z_A)^n$  où  $n$  désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2.

**Proposition** : si  $n - 1$  est divisible par 4, alors les points O, A et  $M_n$  sont alignés.

5) Soit  $j$  le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{2\pi}{3}$ .

**Proposition** :  $1 + j + j^2 = 0$ .