

Antilles Guyane 2012. Enseignement de spécialité

EXERCICE 4 (5 points)

Les quatre questions sont indépendantes.

1) a) Vérifier que le couple (4, 6) est une solution de l'équation

$$(E) \quad 11x - 5y = 14.$$

b) Déterminer tous les couples d'entiers relatifs (x, y) vérifiant l'équation (E).

2) a) Démontrer que, pour tout entier naturel n ,

$$2^{3n} \equiv 1 \pmod{7}.$$

b) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2011^{2012} par 7.

3) a) Montrer que le PGCD de $a = 3n + 1$ et $b = 2n + 3$ est égal à 1 ou 7.

b) Déterminer le PGCD de $a = 3n + 1$ et $b = 2n + 3$ suivant les valeurs de n .

4) On considère l'algorithme suivant où $\text{Ent}\left(\frac{A}{N}\right)$ désigne la partie entière de $\frac{A}{N}$.

```
A et N sont des entiers naturels,
Saisir A
N prend la valeur 1
Tant que  $N \leq \sqrt{A}$ 
    Si  $\frac{A}{N} - \text{Ent}\left(\frac{A}{N}\right) = 0$  alors Afficher N et  $\frac{A}{N}$ .
    Fin Si
N prend la valeur N + 1
Fin Tant que.
```

Quels résultats affiche cet algorithme pour $A = 12$?

Que donne cet algorithme dans le cas général ?