

Antilles Guyane 2011. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 : corrigé

- 1) réponse b)
- 2) réponse b)
- 3) réponse a)
- 4) réponse a)

Explication 1. On note X le nombre de fois où le tireur atteint la cible en n tentatives. La variable aléatoire X est régie par un schéma de BERNOULLI. En effet,

- n expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « le tireur atteint la cible » avec une probabilité $p = 0,3$ ou « le tireur n'atteint pas la cible » avec une probabilité $1 - p = 0,7$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,3$.

La probabilité demandée est $p(X \geq 1)$. Or,

$$p_n = p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{n}{0} (0,3)^0 (0,7)^n = 1 - (0,7)^n,$$

puis

$$\begin{aligned} p_n \geq 0,9 &\Leftrightarrow 1 - (0,7)^n \geq 0,9 \Leftrightarrow (0,7)^n \leq 0,1 \Leftrightarrow \left(\frac{7}{10}\right)^n \leq \frac{1}{10} \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{10}{7}\right)^n \geq 10 \text{ (car la fonction inverse est strictement décroissante sur }]0, +\infty[) \\ &\Leftrightarrow \ln\left(\left(\frac{10}{7}\right)^n\right) \geq \ln(10) \text{ (car la fonction } \ln \text{ est strictement croissante sur }]0, +\infty[) \\ &\Leftrightarrow n \ln\left(\frac{10}{7}\right) \geq \ln(10) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(10)}{\ln\left(\frac{10}{7}\right)} \text{ (car } \frac{10}{7} > 1 \text{ et donc } \ln\left(\frac{10}{7}\right) > 0) \\ &\Leftrightarrow n \geq 6,4 \dots \Leftrightarrow n \geq 7 \text{ (car } n \text{ est entier).} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse b).

Explication 2. La probabilité demandée est $p(X \geq 10000)$.

$$\begin{aligned} p(X \geq 10000) &= 1 - p(X \leq 10000) = 1 - \int_0^{10000} \lambda e^{-\lambda x} dx \\ &= 1 - [-e^{-\lambda x}]_0^{10000} = 1 - (1 - e^{-0,0002 \times 10000}) \\ &= e^{-2} = 0,135 \text{ au millième près.} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse b).

Explication 3. On note X le nombre de fois où le joueur perd en 5 lancers. La variable aléatoire X est régie par un schéma de BERNOULLI. En effet,

- 5 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « le joueur perd » avec une probabilité $p = \frac{1}{6}$ ou « le joueur gagne » avec une probabilité $1 - p = \frac{5}{6}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{1}{6}$.

La probabilité demandée est $p(X = 3)$. La calculatrice fournit

$$p(X = 3) = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 0,032 \dots$$

La bonne réponse est la réponse a).

Explication 4. Puisque les événements A et B sont indépendants, $p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0,3 p(B)$. Ensuite,

$$\begin{aligned} p(A) + p(B) - P(A \cap B) &= p(A \cup B) \Rightarrow 0,3 + p(B) - 0,3 p(B) = 0,65 \\ &\Rightarrow 0,7 p(B) = 0,35 \\ &\Rightarrow p(B) = \frac{0,35}{0,7} \Rightarrow p(B) = 0,5. \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse a).