Fiche n° 17. Cercles et disques.

I Définitions d'un cercle et d'un disque

Définition 1

Soient Ω un point du plan et R un réel positif.

Le **cercle** de centre Ω et de rayon R est l'ensemble des points M tels que $\Omega M = R$.

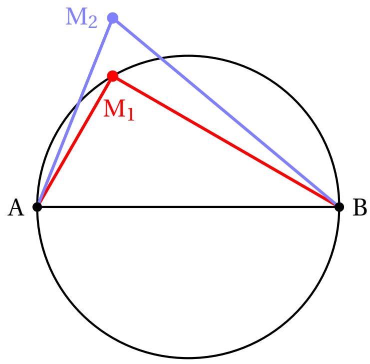
Le **disque** de centre Ω et de rayon R est l'ensemble des points M tels que $\Omega M \leqslant R$.

II Cercles et triangles rectangles

Théoreme 1

Soient A et B deux points distincts puis $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$. Soit M un point du plan n'appartenant pas à la droite (AB).

Le triangle AMB est rectangle en M si et seulement si le point M appartient au cercle $\mathscr{C}$ privé des points A et B.



Le triangle AM_1B est rectangle en M_1.

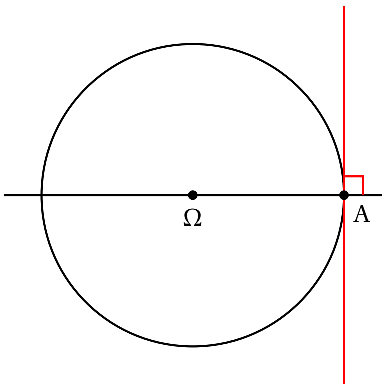
Le triangle AM_2B n'est pas rectangle en M_2.

III Tangente à un cercle en un point

Définition 2

Soient Ω un point et R un réel strictement positif. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon R.

Soit A un point du cercle $\mathscr{C}$. La **tangente** à $\mathscr{C}$ en A est la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (ΩA).



Théoreme 2

Soient Ω un point et R un réel strictement positif. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon R.

La distance de Ω à l'une de ses tangentes est égale au rayon R.

Théoreme 3

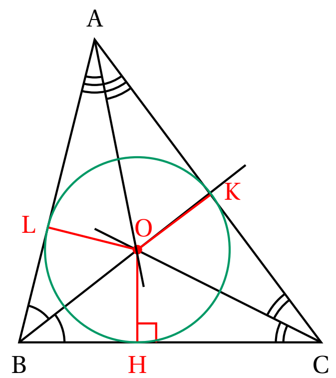
Soient Ω un point et R un réel strictement positif. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon R.

Soit A un point de $\mathscr{C}$ puis (T) la tangente à $\mathscr{C}$ en A. Le cercle $\mathscr{C}$ et la tangente (T) ont en commun un point et un seul, le point A.

IV Bissectrices

Théoreme 4

Les bissectrices d'un triangle ABC sont concourantes en le centre du cercle inscrit à ce triangle.



V Le théorème de l'angle inscrit

Théoreme 5

Soient $\mathscr{C}$ un cercle puis A et B deux points distincts du cercle $\mathscr{C}$. Soit M un point du cercle $\mathscr{C}$ distinct des points A et B tel que l'angle au centre $\widehat{A\Omega B}$ et l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.

Alors, $\widehat{A\Omega B} = 2 \times \widehat{AMB}$ ou aussi $\widehat{AMB} = \dfrac{1}{2} \times \widehat{A\Omega B}$ (l'angle au centre est le double de l'angle inscrit).