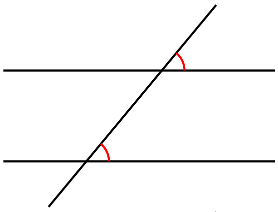
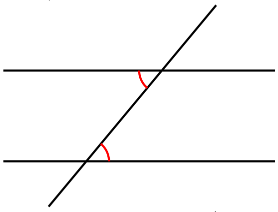
FICHE N$^{\text{o}}$ 16. CALCULS D'ANGLES.

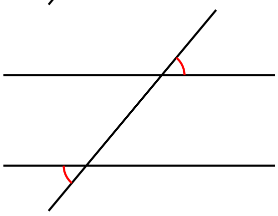
1 Angles remarquables



Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les **angles correspondants** sont égaux.



Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les **angles alternes-internes** sont égaux.

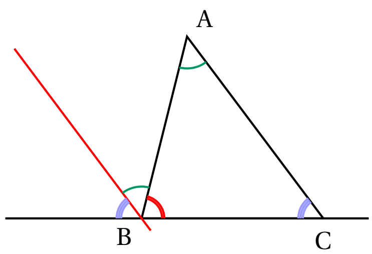


Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une sécante, les **angles alternes-externes** sont égaux.

2 Somme des angles d'un triangle

Théoreme 1

La somme des mesures en degré des trois angles d'un triangle est égale à $180°$.



3 La loi des sinus

Théoreme 2

Soient A, B et C trois points deux à deux distincts et non alignés. On pose $a = \mathrm{BC}$, $b = \mathrm{CA}$ et $c = \mathrm{AB}$. On note $\mathscr{A}$ l'aire du triangle ABC.

1) $\mathscr{A} = \dfrac{1}{2}bc\sin\left(\widehat{\mathrm{A}}\right) = \dfrac{1}{2}ac\sin\left(\widehat{\mathrm{B}}\right) = \dfrac{1}{2}ab\sin\left(\widehat{\mathrm{C}}\right)$.

2) (la loi des sinus)

$$\frac{a}{\sin\left(\widehat{\mathrm{A}}\right)} = \frac{b}{\sin\left(\widehat{\mathrm{B}}\right)} = \frac{c}{\sin\left(\widehat{\mathrm{C}}\right)} = \frac{abc}{2\mathscr{A}}.$$

4 La formule d'AL-KASHI

Théoreme 3

Soient A, B et C trois points deux à deux distincts et non alignés. On pose $a = \mathrm{BC}$, $b = \mathrm{CA}$ et $c = \mathrm{AB}$. Alors,

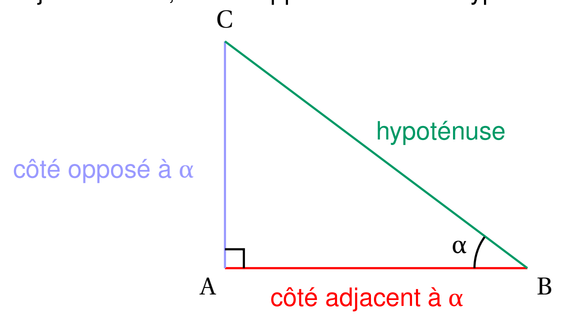
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\left(\widehat{\mathrm{A}}\right) \quad \text{et donc aussi} \quad \cos\left(\widehat{\mathrm{A}}\right) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

5 Trigonométrie dans le triangle rectangle

Définition 1

Soient A, B et C trois points deux à deux distincts et non alignés tels que le triangle ABC est rectangle en A. On note α la mesure en degré de l'angle $\widehat{\mathrm{ABC}}$ (donc $0° < \alpha < 90°$).

Les expressions « côté adjacent à α », « côté opposé à α » et « hypoténuse » sont définies ci-dessous



Le **cosinus**, le **sinus** et la **tangente** de α sont respectivement

$$\cos(\alpha) = \frac{\mathrm{BA}}{\mathrm{BC}} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}},\ \sin(\alpha) = \frac{\mathrm{CA}}{\mathrm{BC}} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \text{ et } \tan(\alpha) = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

Théoreme 4

Soit α un angle aigu. Alors, $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$.

Théoreme 5

Soit α un angle aigu. Alors, $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$.

6 Le théorème de l'angle inscrit

Théoreme 6

Soient $\mathscr{C}$ un cercle puis A et B deux points distincts du cercle $\mathscr{C}$. Soit M un point du cercle $\mathscr{C}$ distinct des points A et B tel que l'angle au centre $\widehat{\mathrm{A\Omega B}}$ et l'angle inscrit $\widehat{\mathrm{AMB}}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$.

Alors, $\widehat{\mathrm{A\Omega B}} = 2 \times \widehat{\mathrm{AMB}}$ ou aussi $\widehat{\mathrm{AMB}} = \dfrac{1}{2} \times \widehat{\mathrm{A\Omega B}}$ (l'angle au centre est le double de l'angle inscrit).