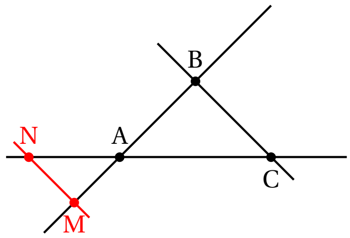
Fiche n° 15. Calculs de distances.

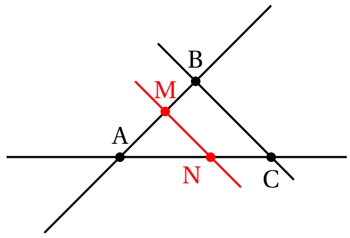
I Le théorème de Thales

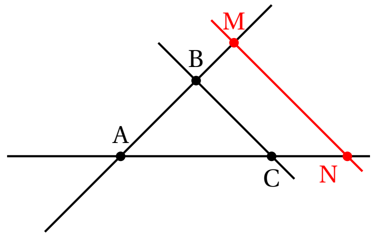
Théoreme 1

Dans chacune des trois configurations ci-dessous, si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}.$$

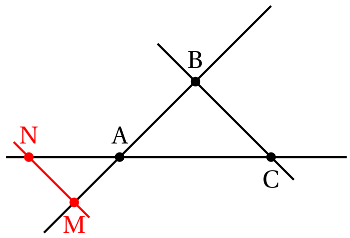


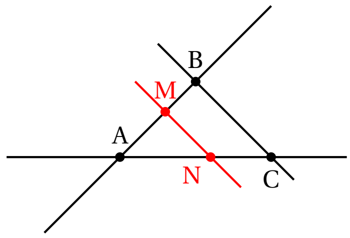


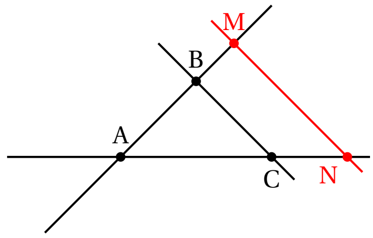


Théoreme 2

Si les points A, M et B sur la droite (AB) d'une part, et les points A, N et C sur la droite (AC) d'autre part sont dans le même ordre (c'est-à-dire si on est dans l'une des trois configurations ci-dessous) et si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.







II Le théorème de Pythagore

Théoreme 3

Soient A, B et C trois points deux à deux distincts et non alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $BC^2=AB^2+AC^2$.

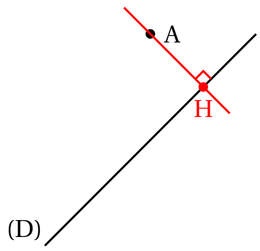
☞ *Par suite, si $BC^2\neq AB^2+AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle en A et si le triangle ABC n'est pas rectangle en A, alors $BC^2\neq AB^2+AC^2$.*

III Distance d'un point à une droite

1 Projeté orthogonal d'un point sur une droite

Définition 1

Soient A un point et (D) une droite. Le projeté orthogonal H du point A sur la droite (D) est le point d'intersection de la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (D).



On note que si le point A appartient à la droite (D), le projeté orthogonal de A sur (D) est A lui-même.

2 Distance d'un point à une droite

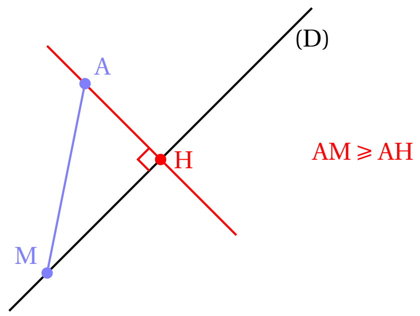
Théoreme 4

Soient A un point et (D) une droite. Soit H le projeté orthogonal du point A sur la droite (D).

H est le point de (D) le plus proche de A. Dit autrement, pour tout point M de (D), $AM \geqslant AH$ et de plus, $AM = AH$ si et seulement si $M = H$.

Définition 2

Soient A un point et (D) une droite. La distance du point A à la droite (D) est la plus courte distance du point A à un point de la droite (D).



Théoreme 5

Soient A un point et (D) une droite. La distance du point A à la droite (D) est la distance du point A à son projeté orthogonal sur la droite (D).