

FICHE n° 10. ETUDES DE SIGNES.

I Signe d'une fonction affine

Soient a et b deux réels tels que $a \neq 0$. On donne le signe de la fonction affine f qui à tout réel x associe $ax + b$ dans un tableau de signes. Il y a deux cas de figure.

1er cas. Si $a > 0$, le signe de $ax + b$ est donné par :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	-	0	+

2ème cas. Si $a < 0$, le signe de $ax + b$ est donné par :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	+	0	-

Par exemple, pour tout réel x , $2x + 3 = 0$ si $x = -\frac{3}{2}$, $2x + 3 < 0$ si $x < -\frac{3}{2}$ et $2x + 3 > 0$ si $x > -\frac{3}{2}$. De même, pour tout réel x , $-2x + 3 = 0$ si $x = \frac{3}{2}$, $-2x + 3 < 0$ si $x > \frac{3}{2}$ et $-2x + 3 > 0$ si $x < \frac{3}{2}$.

Dans tous les cas, le signe de $ax + b$ est le signe de a à droite de $-\frac{b}{a}$ (valeur qui annule $ax + b$).

II Tableaux de signes

On veut étudier le signe du produit $(2x - 8)(-x + 1)$ en fonction de x . On donne les différents signes dans un tableau de signes :

x	$-\infty$	1	↔	4	$+\infty$
signe de $(2x - 8)$	-	0	-	0	+
signe de $(-x + 1)$	+	0	-	0	-
signe de $(2x - 8)(-x + 1)$	-	0	+	0	-

Ce tableau se lit verticalement. Par exemple, dans la colonne centrale, on lit que si $1 < x < 4$ en première ligne, alors $2x - 8 < 0$ en deuxième ligne, $-x + 1 < 0$ en troisième ligne et donc $(2x - 8)(-x + 1) > 0$ en quatrième ligne. Sur les bords de cette colonne centrale, on lit que si $x = 4$ en première ligne, alors $2x - 8 = 0$ en deuxième ligne et donc $(2x - 8)(-x + 1) = 0$ en quatrième ligne et si $x = 1$ en première ligne, alors $-x + 1 = 0$ en troisième ligne et donc $(2x - 8)(-x + 1) = 0$ en quatrième ligne.