Planche n° 8. Petits systèmes d'équations linéaires

* très facile ** facile *** difficulté moyenne **** difficile ***** très difficile
I : Incontournable T : pour travailler et mémoriser le cours

Exercice n° 1 : (T)**

Résoudre dans l'ensemble proposé les systèmes suivants :

1) $\left\{\begin{array}{l} 2x+3y-z=1 \\ 4x+y+2z=6 \\ x-3y+z=2 \end{array}\right.$ (dans $\mathbb{R}^3$) **2)** $\left\{\begin{array}{l} 2x+y+z=7 \\ x+2y+z=8 \\ x+y+2z=9 \end{array}\right.$ (dans $\mathbb{R}^3$) **3)** $\left\{\begin{array}{l} x+y+z=2 \\ 3x-y=1 \\ 4x+z=4 \end{array}\right.$ (dans $\mathbb{R}^3$)

4) $\left\{\begin{array}{l} x-y+z=2 \\ 3x+y+z=0 \\ -x-3y+z=4 \end{array}\right.$ (dans $\mathbb{R}^3$) **5)** $\left\{\begin{array}{l} 2x+y=1 \\ x+y=0 \\ 3x+4y=-1 \end{array}\right.$ (dans $\mathbb{R}^3$) **6)** $\left\{\begin{array}{l} x+y+z+t=3 \\ x+y+z-t=3 \\ x-y-z-t=-1 \end{array}\right.$ (dans $\mathbb{R}^4$)

Exercice n° 2 : (T)**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$. Déterminer l'intersection des plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ d'équations respectives $x+y+2z=1$ et $2x-y+z=2$.

Exercice n° 3 : (**)

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, en discutant en fonction du paramètre m, les systèmes suivants :

1) $\left\{\begin{array}{l} 2x+3y+z=4 \\ -x+my+2z=5 \\ 7x+3y+(m-5)z=7 \end{array}\right.$ **2)** $\left\{\begin{array}{l} 2x+my+z=3m \\ x-(2m+1)y+2z=4 \\ 5x-y+4z=3m-2 \end{array}\right.$

Exercice n° 4 : (**)

1) Déterminer tous les polynômes P de degré 2 tels que $P(1)=1$, $P'(1)=1$ et $P(-1)=0$.
2) Déterminer tous les polynômes P de degré 3 tels que $P(-1)=1$, $P(1)=0$ et $P(2)=1$.

Exercice n° 5 : (T)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$. Pour $m \in \mathbb{R}$, on note $(\mathscr{D}_m)$ la droite d'équation

$$(3m-1)x+(m+1)y=m-5.$$

1) Montrer que toutes les droites $(\mathscr{D}_m)$ ont en commun un point que l'on note A. Préciser les coordonnées de A.

2) Toute droite passant par A est-elle une droite $(\mathscr{D}_m)$?

