Planche n° 3.
Intervalles de $\mathbb{R}$, valeur absolue.

T = travailler le cours E = pour s'entrainer ou réviser R = recherche L = long

★ = facile ★★ = assez facile ★★★ = assez difficile ★★★★ = difficile

I Intervalles

Exercice 1

T ★ (Représenter des ensembles sur la droite numérique)

Représenter sur la droite numérique chacun des ensembles suivants :

1) $[-1,2]$ **2)** $]-\infty,-1[$ **3)** $[-2,+\infty[$ **4)** $[-5,-2[$ **5)** $]-\infty,-1[\cup[3,4]$

Exercice 2

T ★ (Représenter des ensembles sur la droite numérique)

Décrire à l'aide d'intervalles l'ensemble des réels x tels que :

1) $x \geqslant 3$ **2)** $-2 \leqslant x < 7$ **3)** $x < -1$ **4)** $x \geqslant 3$ ou $x \leqslant 1$

Exercice 3

T ★ (Appartient ou pas ?)

Compléter en utilisant l'un des symboles $\in$ ou $\notin$:

1) $2 \ldots]-2,4]$ **2)** $10^{-2} \ldots]-\infty,0[$ **3)** $\pi \in]3,1;3,2[$ **4)** $\pi \in [3,1;3,2]$ **5)** $3 \in]-3,3]$ **5)** $3 \in [-3,3[$

Exercice 4

T ★ (Vrai ou faux)

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1) $\dfrac{2}{3} \in \left[\dfrac{4}{7}, \dfrac{9}{11}\right]$ **2)** $-3 \in [-2,-1]$ **3)** $3 \in [-1,3]$ **4)** $-50 \notin]-\infty,-15[$

Exercice 5

T ★ (Intersection et réunion)

Déterminer $\mathrm{I} \cap \mathrm{J}$ et $\mathrm{I} \cup \mathrm{J}$ dans chacun des cas suivants :

1) $\mathrm{I} = [-1,3[$ et $\mathrm{J} = [0,5]$ **2)** $\mathrm{I} =]-5,-2]$ et $\mathrm{J} = [2,+\infty[$ **3)** $\mathrm{I} = [1,2[$ et $\mathrm{J} = [2,3[$ **4)** $\mathrm{I} =]-\infty,0]$ et $\mathrm{J} =]0,+\infty[$
5) $\mathrm{I} =]-\infty,0]$ et $\mathrm{J} =]0,+\infty[$.

Exercice 6

T ★★ (Inclus ou pas ?)

Compléter en utilisant l'un des symboles $\subset$ ou $\not\subset$:

1) $\{2\} \ldots]-2,4]$ **2)** $]-1,1[\ldots]-\infty,0]$ **3)** $[4,5] \ldots [1;4,5] \cup [2,3]$ **4)** $[4,5] \ldots [1;4,5] \cap [2,3]$ **5)** $]-1,1[\cap\mathbb{Z} \ldots]-\infty,0]$

II Valeur absolue

Exercice 7

T ★ (Déterminer une valeur absolue)

Donner la valeur absolue des réels suivants :

1) -3 **2)** π **3)** $\pi-4$ **4)** $\sqrt{3}-2$

Exercice 8

T ★ (Calculer des distances)

Sur la droite numérique, on considère les points A et B d'abscisses respectives a et b. Calculer la distance entre les points A et B dans chacun des cas suivants :

1) $a=5,2$ et $b=8,3$ **2)** $a=-5,3$ et $b=-11,7$ **3)** $a=\pi$ et $b=\dfrac{22}{7}$

Exercice 9

T ★ (Des équations avec une valeur absolue)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

1) $|x-4|=2$ **2)** $|x-7|=11$ **3)** $|x+5|=3$ **4)** $|x+4|=0$ **5)** $|x-2|=-1$ **6)** $|-x-1|=2$

Exercice 10

T ★★ (Des inéquations avec une valeur absolue)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

1) $|x|\leqslant 2$ **2)** $|x-4|\leqslant 2$ **3)** $|x-4|>2$ **4)** $|x+5|<3$ **5)** $|x-2|\leqslant 2\times 10^{-2}$ **6)** $|x+4|\leqslant 0$ **7)** $|x+4|\geqslant 0$

Exercice 11

T ★ (Intervalles définis par centre et rayon)

Dans ce qui suit, I est l'intervalle fermé de centre a et de rayon r. Préciser l'intervalle I dans chacun des cas suivants

1) $a=1$ et $r=1$ **2)** $a=3$ et $r=4$ **3)** $a=-5$ et $r=10^{-1}$ **4)** $a=\dfrac{2}{7}$ et $r=\dfrac{4}{3}$

Exercice 12

T ★★ (Décrire avec une valeur absolue)

Dans chacun des cas suivants, décrire à l'aide de valeurs absolues l'appartenance d'un réel x à l'ensemble E considéré

1) $\mathrm{E}=[-1,5]$ **2)** $\mathrm{E}=]-3,2[$ **3)** $\mathrm{E}=]-\infty,-3]\cup[1,+\infty[$.

Exercice 13

R ★★ (Des équations avec des valeurs absolues)

1) Soient a et b deux réels. A quelle condition nécessaire étant suffisante a-t-on $|a|=|b|$?

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x|=|3x+2|$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x-1|=|x+3|$.

Exercice 14

R ⋆ ⋆ ⋆ (Racine carrée d'un carré)

Montrer que pour tout réel x, $\sqrt{x^2} = |x|$.

Exercice 15

R ⋆ ⋆ ⋆ (Des équations avec valeur absolue)

Déterminer tous les réels x vérifiant la relation (E) dans chacun des cas suivants

1) $|x| - x = 1$.

2) $|x-1| = x-1$.

Exercice 16

R ⋆ ⋆ ⋆ (Une équation avec valeur absolue)

1) Compléter le tableau de valeurs absolues suivant :

x	$-\infty$		$+\infty$
$\|x-1\|$	$-x+1$	$-x+1$	$x-1$
$\|x+3\|$			
$\|x-1\|+\|x+3\|$			

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x-1|+|x+3| = 8$.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x-1|+|x+3| = 4$.

Exercice 17

R ⋆ ⋆ ⋆ (Un carré)

On munit le plan d'un repère orthonormé. On note $\mathscr{E}$ l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $|x|+|y| \leqslant 1$. On veut construire l'ensemble $\mathscr{E}$.

1) a) Montrer que $\mathscr{E}$ admet les deux axes de coordonnées pour axes de symétries.
b) Quelle simplification apporte le résultat de a) pour construire l'ensemble $\mathscr{E}$?

2) Construire l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $x+y = 1$ et $x \geqslant 0$ et $y \geqslant 0$.

3) Construire l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $x+y \leqslant 1$ et $x \geqslant 0$ et $y \geqslant 0$.

4) Construire l'ensemble $\mathscr{E}$.

Exercice 18

R ⋆ ⋆ ⋆ (Valeur absolue d'un produit)

Montrer que pour tous réels x et y, $|x \times y| = |x| \times |y|$.