

# PLANCHE n° 1.

## L'ENSEMBLE $\mathbb{R}$ DES NOMBRES RÉELS.

**T** = travailler le cours    **E** = pour s'entraîner ou réviser    **R** = recherche    **L** = long  
★ = facile    ★★ = assez facile    ★★★ = assez difficile    ★★★★★ = difficile

### I Les nombres réels

#### Exercice 1

**T** ★ (Représenter des nombres sur la droite numérique)

Placer sur la droite numérique les points A, B, C, D, E et F d'abscisses respectives :

1) 3,7   2)  $-\pi$    3) 4   4) 0   5)  $\sqrt{2}$    6)  $-\frac{7}{3}$ .

#### Exercice 2

**T** ★ (Quel ensemble de nombres ?)

Déterminer à quel(s) ensemble(s) appartient le réel  $x$  ci-dessous parmi les ensembles suivants :  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{D}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ . Préciser en particulier le plus petit de ces cinq ensembles auquel appartient  $x$ .

1)  $x = 3,7$    2)  $x = -\pi$    3)  $x = 4$    4)  $x = 0$    5)  $x = \sqrt{2}$    6)  $x = -\frac{7}{3}$ .

#### Exercice 3

**T** ★ (Appartient ou pas, est inclus ou pas)

Compléter avec l'un des symboles  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$ ,  $\not\subset$  :

1)  $2, 3 \dots \mathbb{D}$    2)  $\left\{-\frac{25}{4}\right\} \dots \mathbb{D}$    3)  $-\frac{75}{3} \dots \mathbb{Z}$    4)  $-1^2 \dots \mathbb{N}$    5)  $\{\sqrt{2}\} \dots \mathbb{Q}$    6)  $\{4, \pi\} \dots \mathbb{Q}$ .

### II Les nombres décimaux

#### Exercice 4

**T** ★ (Décimal ou pas ?)

Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont des nombres décimaux ?

1)  $\frac{75}{6}$    2)  $\pi$    3)  $\frac{5}{6}$    4)  $3 \times 10^{-2}$    5)  $-\frac{1}{5}$    6)  $\sqrt{2}$    7)  $-3$ .

#### Exercice 5

**E** ★ (Notation scientifique)

La notation scientifique d'un nombre décimal  $x$  est :  $x = d \times 10^n$  où  $d$  est un nombre décimal tel que  $0 \leq d < 10$  et  $n$  est un entier relatif. Donner la notation scientifique de chacun des nombres décimaux suivants :

1)  $2,7 \times 5,31$    2)  $\frac{257}{4}$    3)  $\frac{7}{1250}$ .

### Exercice 6

E ★ (Les puissances de 10)

Simplifier chacun des nombres suivants :

1)  $A = 10^3 \times (10^5)^2$     2)  $B = \frac{10^{-3} \times (10^4)^{-2}}{10^{-7}}$     3)  $C = \frac{(10^3)^2 \times 10^5}{10^7 \times 10^4}$ .

### Exercice 7

T ★★★ (Vrai ou faux)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. On justifiera dans chacun sa prise de position.

- 1) 0 n'est pas un nombre décimal.
- 2) La somme de deux nombres décimaux est un nombre décimal.
- 3) Le produit de deux nombres décimaux est un nombre décimal.
- 4) L'inverse d'un entier naturel non nul est un nombre décimal.
- 5) Il existe un entier naturel non nul dont l'inverse est un nombre décimal.

### Exercice 8

T ★ (Insérer un nombre décimal)

Déterminer un nombre décimal  $d$  tel que  $\frac{8}{7} < d < \frac{9}{7}$ .

### Exercice 9

R ★★ (Des rationnels qui sont des décimaux)

Soient  $a$  un entier relatif et  $p$  et  $q$  des entiers naturels. Montrer que  $\frac{a}{2^p 5^q}$  est un nombre décimal.

## III Approximations décimales

### Exercice 10

T ★★ (Approximations décimales)

Soit  $x = \sqrt{7}$ .

- 1) Donner un encadrement de  $x$  d'amplitude  $10^{-2}$  par deux nombres décimaux.
- 2) Donner une valeur décimale approchée de  $x$  à  $10^{-3}$  près par défaut.
- 3) Donner une valeur décimale approchée de  $x$  à  $10^{-4}$  près par excès.
- 4) Donner l'arrondi à  $10^{-4}$  de  $x$ .

### Exercice 11

T ★ (Un calcul approché)

Dans 60 centilitres d'eau, on verse 4,2 grammes de sel. Donner un encadrement décimal d'amplitude  $10^{-1}$  de la concentration du sel dans l'eau exprimée en grammes par litre.

### Exercice 12

T ★ (Un autre calcul approché)

Un automobiliste parcourt 97 kilomètres en une heure et 12 minutes.

- 1) Donner un encadrement décimal d'amplitude  $10^{-1}$  de sa vitesse moyenne exprimée en mètres par seconde.
- 2) Donner un encadrement décimal d'amplitude  $10^{-1}$  de sa vitesse moyenne exprimée en kilomètres par heure.

### Exercice 13

T ★★★ (Un autre calcul approché)

On donne l'encadrement  $3,14 \leq \pi \leq 3,15$ . On rappelle que le volume d'une sphère est  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  où  $R$  est le rayon de la sphère.

- 1) Une orange a un rayon de 3 cm. Donner un encadrement décimal de son volume.
- 2) La terre a un rayon de 6372 km. Donner un encadrement décimal de son volume (faites les calculs à la main si votre calculatrice n'affiche pas tous les chiffres de  $\frac{4}{3} \times 6372^3$ ).
- 3) Quel commentaire (constructif) vous inspire les résultats obtenus ?

### Exercice 14

E ★★ (La masse volumique de la terre)

La masse de la terre exprimée en kg et  $m = 5,972 \times 10^{24}$  et le rayon de la terre exprimé en km est  $R = 6372$ .

Calculer la masse volumique de la terre. On rappelle qu'un corps de masse  $m$  exprimée en kilogrammes et de volume  $V$  exprimé en  $m^3$ , a pour masse volumique, exprimée en kg par  $m^3$ ,  $\mu = \frac{m}{V}$  (on arrondira au kilogramme par mètre cube).

## IV Nombres rationnels

### Exercice 15

E ★ (Du calcul)

Calculer les nombres suivants (les résultats seront donnés sous forme irréductible) :

$$1) A = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \quad 2) B = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \quad 3) C = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \left(-\frac{5}{4} + \frac{1}{7}\right) \quad 4) D = \frac{3}{5} - \frac{\frac{4}{3} - 2}{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \quad 5) E = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

### Exercice 16

R ★★ (Insérer un nombre rationnel)

Déterminer un nombre rationnel  $q$  tel que  $\frac{3}{11} < q < \frac{4}{11}$ .

### Exercice 17

R ★★ (Développements décimaux périodiques)

- 1) Soit  $x = 0,99999\dots$ . En calculant  $10x$ , déterminer un nombre très simple auquel  $x$  est égal.
- 2) Soit  $x = 0,927927927\dots$ . En adaptant l'idée de la première question, montrer que  $x$  est un nombre rationnel dont on donnera l'écriture irréductible.

### Exercice 18

T ★★★ (Vrai ou faux)

Montrer que les nombres suivants sont irrationnels (raisonner par l'absurde) :

1)  $3\sqrt{2}-2$  2)  $\sqrt{\pi}$  3)  $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$ .

### Exercice 19

R★★ (fractions unitaires)

On appelle fraction unitaire toute fraction de la forme  $\frac{1}{n}$  où  $n$  est un entier naturel non nul.

- 1) Décomposer le nombre  $\frac{1}{6}$  d'au moins deux façons différentes en somme de deux fractions unitaires distinctes.
- 2) Décomposer le nombre  $\frac{2}{5}$  en somme de trois fractions unitaires deux à deux distinctes.
- 3) a) Soit  $n$  un entier naturel non nul. Calculer  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ .  
b) Décomposer  $\frac{1}{23}$  en somme de deux fractions unitaires distinctes puis en somme de quatre fractions unitaires deux à deux distinctes.

### Exercice 20

T ★★★ (Vrai ou faux)

Dans chacun des cas suivants, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Si elle est vraie, le démontrer et si elle est fausse fournir un contre-exemple.

- 1) La somme de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.
- 2) La somme de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.
- 3) La somme de deux nombres irrationnels est un nombre rationnel.
- 4) Si la somme de deux nombres réels est un nombre rationnel, alors ces deux nombres sont des nombres rationnels.
- 5) Si la somme de deux nombres réels est un nombre irrationnel, alors l'un au moins de ces deux nombres est un nombre irrationnel.
- 6) Le produit de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.
- 7) Si le produit de deux nombres réels est un nombre rationnel, alors ces deux nombres sont des nombres rationnels.
- 8) Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.
- 9) Le produit d'un nombre rationnel et d'un nombre irrationnel est un nombre irrationnel.
- 10) Le quotient d'un nombre rationnel et d'un nombre rationnel non nul est un nombre rationnel.
- 11) Le carré d'un nombre irrationnel est un nombre irrationnel.