

EXERCICE 3

1. a) $F(0) = \int_0^0 f(t) dt = 0.$

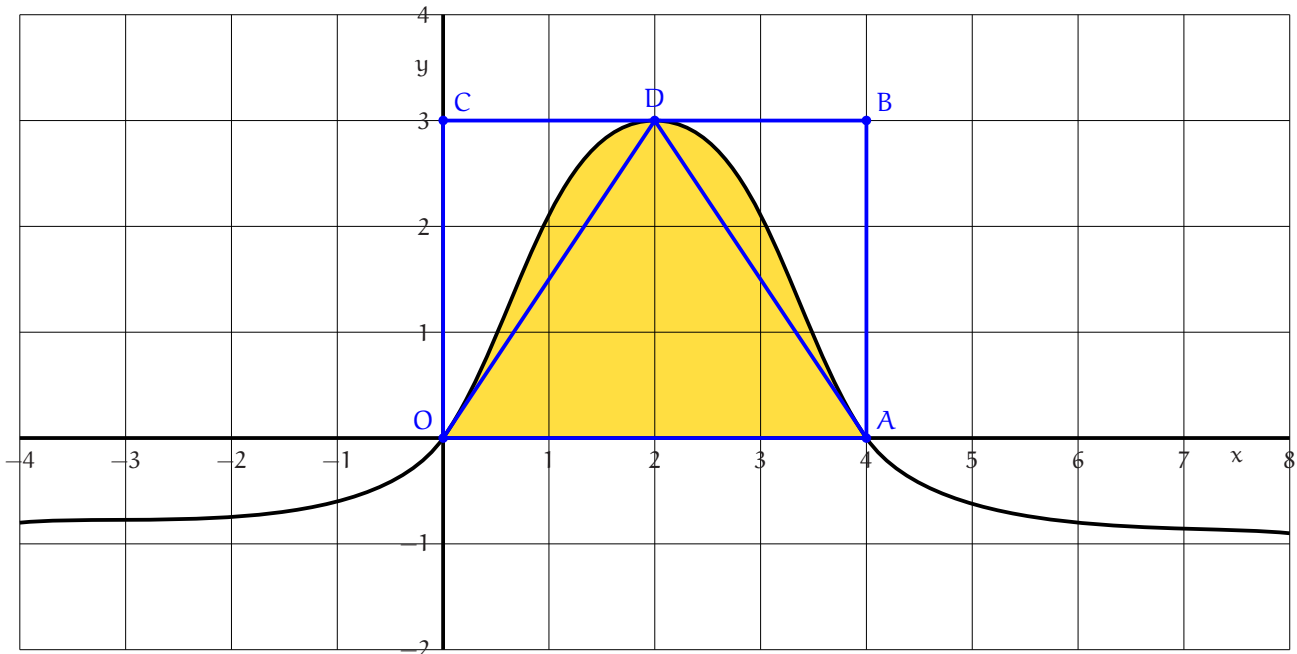
b) • Soit $x \in]0, 4]$. Le graphique montre que la fonction f est positive sur $[0, 4]$. En particulier, pour tout réel $t \in [0, x]$, $f(t) \geq 0$. Par positivité de l'intégrale on en déduit que $F(x) = \int_0^x f(t) dt \geq 0$. Ceci reste vrai pour $x = 0$ car $F(0) = 0$.

• Soit $x \in [-3, 0]$. Le graphique montre que la fonction f est négative sur $[-3, 0]$. En particulier, pour tout réel $t \in [x, 0]$, $f(t) \leq 0$. On en déduit que $\int_x^0 f(t) dt \leq 0$ puis que $F(x) = \int_0^x f(t) dt = -\int_x^0 f(t) dt \geq 0$.

En résumé,

pour tout réel x de $[-3, 4]$, $F(x) \geq 0$.

c) La fonction f est positive sur l'intervalle $[0, 4]$. Donc $F(4)$ est l'aire du domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe représentative de f et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 4$.



$F(4)$ est plus petit que l'aire du rectangle $OABC$ qui est égale à $4 \times 3 = 12$ et $F(4)$ est plus petit que l'aire du triangle OAD qui est égale à $\frac{4 \times 3}{2} = 6$. Donc

$$6 \leq F(4) \leq 12.$$

2. a) La fonction f est continue sur l'intervalle $[-3, 8]$. On sait alors que la fonction F est la primitive de la fonction f qui s'annule en 0. En particulier, F est dérivable sur $[-3, 8]$ et $F' = f$.

f est la dérivée de F .

b) La fonction $f = F'$ est strictement négative sur $[-3, 0[$, strictement positive sur $]0, 4[$ et négative sur $]4, 8]$. Donc la fonction F est strictement décroissante sur $[-3, 0]$, strictement croissante sur $[0, 4]$ et strictement décroissante sur $[4, 8]$.

3. Les deux courbes représentées sont les graphes de fonctions décroissantes sur $[-3, 0]$, croissantes sur $[0, 4]$ et décroissantes sur $[4, 8]$. La fonction représentée par la courbe A ne s'annule pas en 0 contrairement à F (d'après la question 1.a)). La courbe A ne peut donc représenter la fonction F . D'après la question 1.c), on a $6 \leq F(4) \leq 12$. La fonction représentée par la courbe B prend en 4 une valeur inférieure à 5. Donc, la courbe B ne peut représenter la fonction F . Finalement

aucune des deux courbes ne peut représenter la fonction F .