Brevet - Session 2010

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1) a)

- On choisit 2.
- On multiplie ce nombre par -2 et on obtient -4.
- On ajoute 5 au résultat. On obtient 1.
- On multiplie par 5 le résultat. On obtient 5.

Lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.

b)

- On choisit 3.
- On multiplie ce nombre par -2 et on obtient -6.
- On ajoute 5 au résultat. On obtient -1.
- On multiplie par 5 le résultat. On obtient -5.

Lorsque le nombre de départ est 3, on obtient -5.

2) Soit x le nombre choisi au départ.

- On multiplie ce nombre par -2 et on obtient $-2x$.
- On ajoute 5 au résultat. On obtient $-2x+5$.
- On multiplie par 5 le résultat. On obtient $5(-2x+5) = -10x+25$.

Ensuite

$$\begin{aligned} -10x+25 &= 0 \\ -10x &= -25 \\ x &= \frac{-25}{-10} \\ x &= 2,5. \end{aligned}$$

Pour obtenir 0, il faut choisir $2,5$ comme nombre de départ

3) $(x-5)^2 - x^2 = x^2 - 2\times 5\times x + 5^2 - x^2 = -10x+25$. Donc

Arthur a raison.

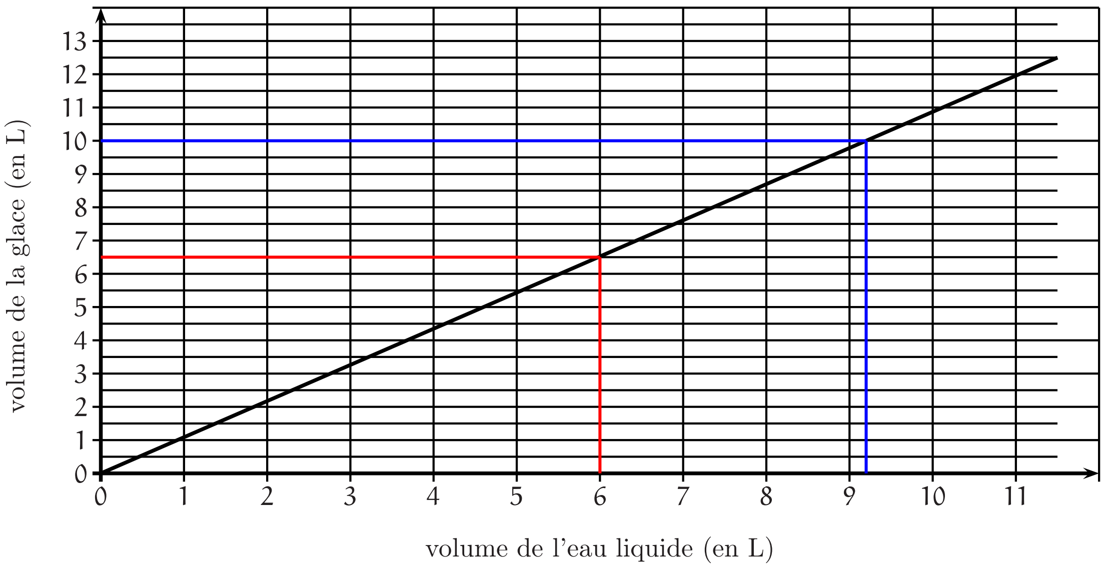
Exercice 2

1) Voir graphique page suivante.

a) A partir de 6 litres de liquide, on obtient $6,5$ litres de glace.

b) Pour obtenir 10 litres de glace, il faut environ $9,2$ litres de liquide.

2) Soit f la fonction qui donne le volume de glace exprimé en litres en fonction du volume de liquide exprimé en litres. La représentation graphique de f est une (demi-)droite passant par l'origine. On sait alors que f est une fonction linéaire et que le volume de glace est proportionnel au volume de liquide.



3) 10 litres d'eau donnent $10,8$ litres de glace. L'augmentation est de $0,8$ litres ce qui correspond à un pourcentage d'augmentation de

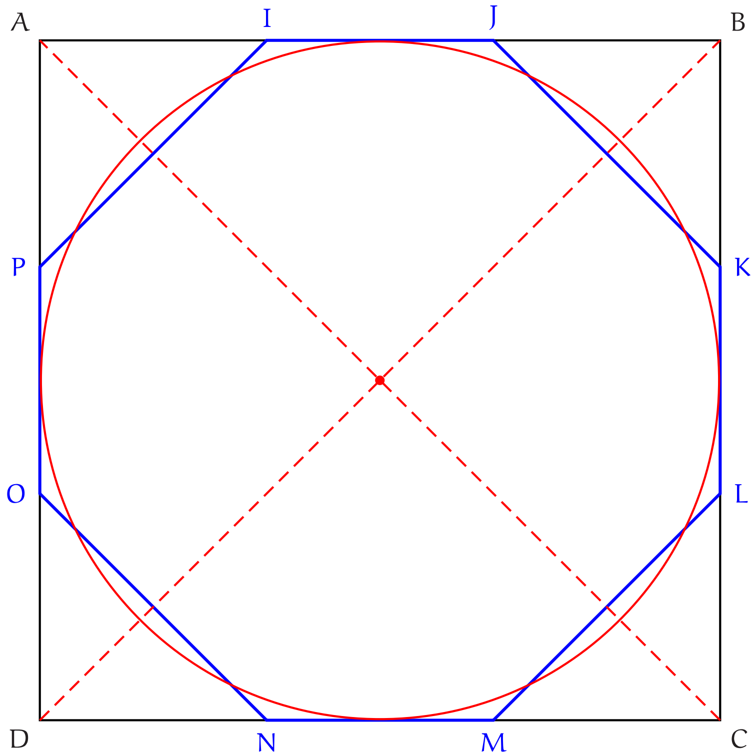
$$\frac{0,8}{10} \times 100 = 8.$$

Le volume d'eau augmente de 8 % en gelant.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

1)



2) a) Tout d'abord $\text{BK} = \text{BJ} = \dfrac{1}{3}\text{BA} = \dfrac{1}{3} \times 9 = 3$.
Ensuite, le triangle JBK est rectangle en B. D'après le théorème de PYTHAGORE, on a

$$\text{JK}^2 = \text{BJ}^2 + \text{JK}^2 = 3^2 + 3^2 = 2 \times 3^2.$$

Donc $\text{JK} = \sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$.

$$\boxed{\text{JK} = 3\sqrt{2}.}$$

b) $\text{IJ} = 3$ et $\text{JK} = 3\sqrt{2}$. Donc $\text{IJ} \neq \text{JK}$. Par suite,

$$\boxed{\text{l'octogone IJKLMNOP n'est pas un octogone régulier.}}$$

c) L'aire du carré ABCD est $9^2 = 81$ cm^2. L'aire du triangle JBK est $\dfrac{3 \times 3}{2} = \dfrac{9}{2}$ cm^2. Donc l'aire de l'octogone IJKLMNOP est

$$81 - 4 \times \frac{9}{2} = 81 - 18 = 63 \text{ cm}^2.$$

$$\boxed{\text{L'aire de l'octogone IJKLMNOP est } 63 \text{ cm}^2.}$$

a) Voir figure.

b) L'aire du disque de centre S et de diamètre 9 cm est

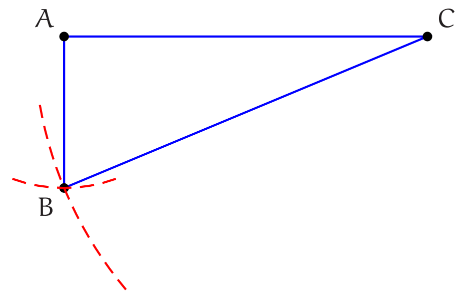
$$\pi\left(\frac{9}{2}\right)^2 = \pi \times 4,5^2 = 20,25\pi = 63,6\ldots \text{ cm}^2.$$

Comme $20,25\pi > 63$,

$\boxed{\text{l'aire du disque de centre } S \text{ et de diamètre } 9 \text{ cm est strictement supérieure à l'aire de l'octogone } IJKLMNOP.}$

Exercice 2

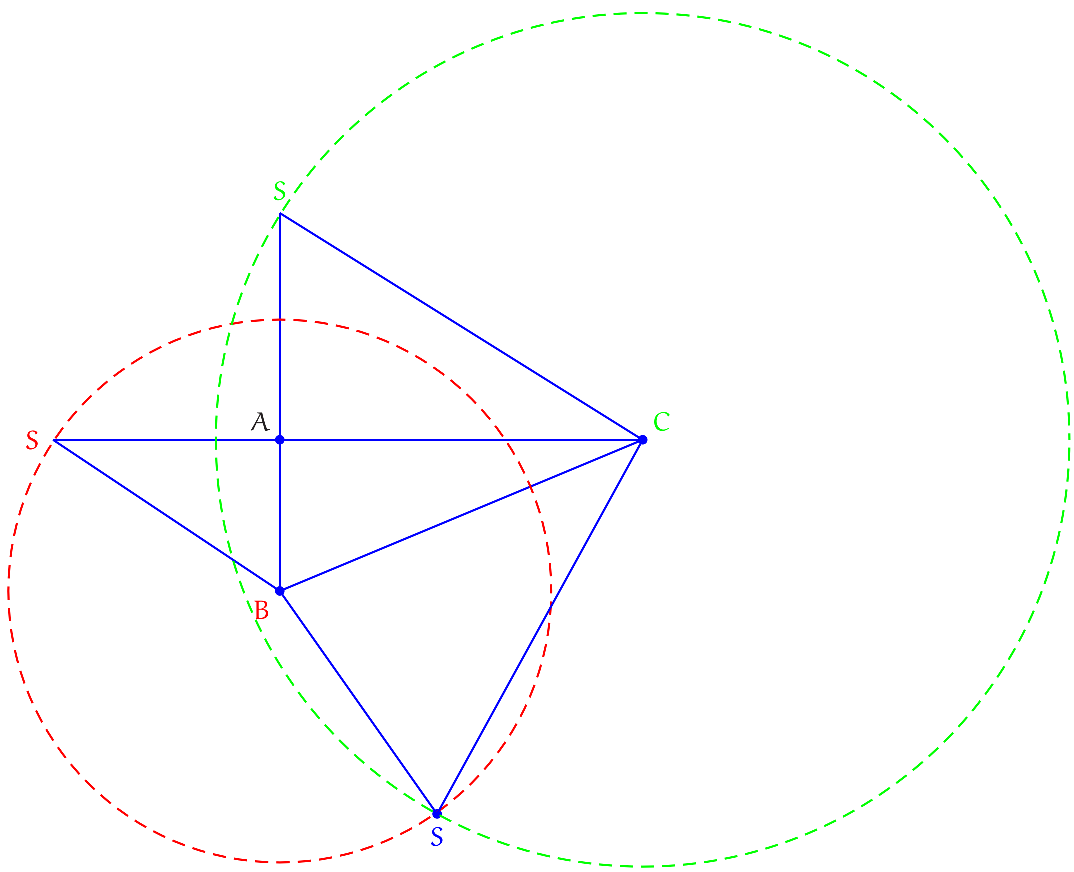
1)



2) Les côtés du triangle ABC sont deux à deux distincts et donc le triangle ABC n'est pas isocèle. Le plus long des trois côtés du triangle ABC est le côté [BC]. Donc si le triangle ABC est rectangle, c'est en A.
D'une part, $AC^2 + AB^2 = 4,8^2 + 2^2 = 23,04 + 4 = 27,04$ et d'autre part, $BC^2 = 5,2^2 = 27,04$. Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

$$\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } A.}$$

3)



4) Le volume de la pyramide $SABC$ est

$$\frac{1}{3} \times \frac{AB \times AC}{2} \times SA = \frac{1}{3} \times \frac{2 \times 4,8}{2} \times 3 = 4,8 \text{ cm}^3.$$

$$\boxed{\text{Le volume de la pyramide } SABC \text{ est } 4,8 \text{ cm}^3.}$$

PROBLEME (12 points)

Première partie

1) a) L'aire du plafond est $5,2 \times 6,4 = 33,28$ m^2.

$\boxed{\text{L'aire du plafond est } 33,28 \text{ m}^2.}$

b) Pour peindre le plafond, il faut $\dfrac{33,28}{4} = 8,32$ litres de peinture.

$\boxed{\text{Il faut } 8,32 \text{ litres de peinture pour peindre le plafond.}}$

2) a) Baie vitrée et porte comprises, les deux grands murs ont une aire égale à $2 \times 6,4 \times 2,8 = 35,84$ m^2.
Baies vitrées comprises, le deux petits murs ont une aire de $2 \times 5,2 \times 2,8 = 29,12$ m^2.
Porte et baies vitrées comprises, l'aire des murs est donc $35,84 + 29,12 = 64,96$ m^2.

L'aire de la porte et des trois baies vitrées est $2 \times 0,8 + 3 \times 1,6 \times 2 = 1,6 + 9,6 = 11,2$ m^2. L' aire de la surface de murs à peindre est donc $64,96 - 11,2 = 53,76$ m^2.

$\boxed{\text{La surface de murs à peindre est d'environ } 54 \text{ m}^2.}$

b) Pour peindre les murs, il faut environ $\dfrac{54}{4} = 13,5$ litres de peinture.

$\boxed{\text{Il faut environ } 13,5 \text{ litres de peinture pour peindre les murs.}}$

3) L'entreprise doit donc disposer de $8,32 + 13,5 = 21,82$ litres de peinture. 4 pots de peinture contiennent $4 \times 5 = 20$ litres de peinture et 5 pots de peinture contiennent $5 \times 5 = 25$ litres de peinture. Donc

$\boxed{\text{l'entreprise doit disposer de 5 pots de peinture.}}$

Deuxième partie

1) Déterminons le PGCD de 640 et 520 par l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{aligned} 640 &= 1 \times 520 + 120 \\ 520 &= 4 \times 120 + 40 \\ 120 &= 3 \times 40 + 0 \end{aligned}$$

Donc

$\boxed{\text{le PGCD de 640 et 520 est 40.}}$

2) a) Pour pouvoir poser les dalles sans découpe, il faut que la longueur du côté d'une dalle soit un diviseur de 520 et de 640 et donc un diviseur commun à ces deux nombres. Ce n'est pas le cas de 30, 35 et 45.
D'autre part, si on prend des dalles de 20 ou 40 cm de côté, la longueur du côté est un diviseur de 520 et 640 et la pose s'effectue sans découpe.

$\boxed{\text{Les dalles de 20 ou 40 cm de côté conviennent.}}$

b) • Si on prend des dalles de 40 cm de côté, il rentre $\dfrac{640}{40} = 16$ dalles dans le sens de la longueur et $\dfrac{520}{40} = 13$ dalles dans le sens de la largeur. On utilise donc au total $16 \times 13 = 208$ dalles.

• Si on prend des dalles de 20 cm de côté, puisque 1 dalle de 40 cm de côté occupe la même surface que $2 \times 2 = 4$ dalles de 20 cm de côté, il faut quatre fois plus de dalles que précédemment, c'est-à-dire $208 \times 4 = 832$ dalles.

$\boxed{\text{Il faut 208 dalles de 40 cm de côté ou 832 dalles de 20 cm de côté pour carreler la pièce.}}$

Troisième partie

1) a) Avec le grossiste A, le prix d'une commande de 9 paquets est $9 \times 48 = 432$ €.

b) Avec le grossiste B, le prix d'une commande de 9 paquets est $9 \times 42 + 45 = 423$ €.

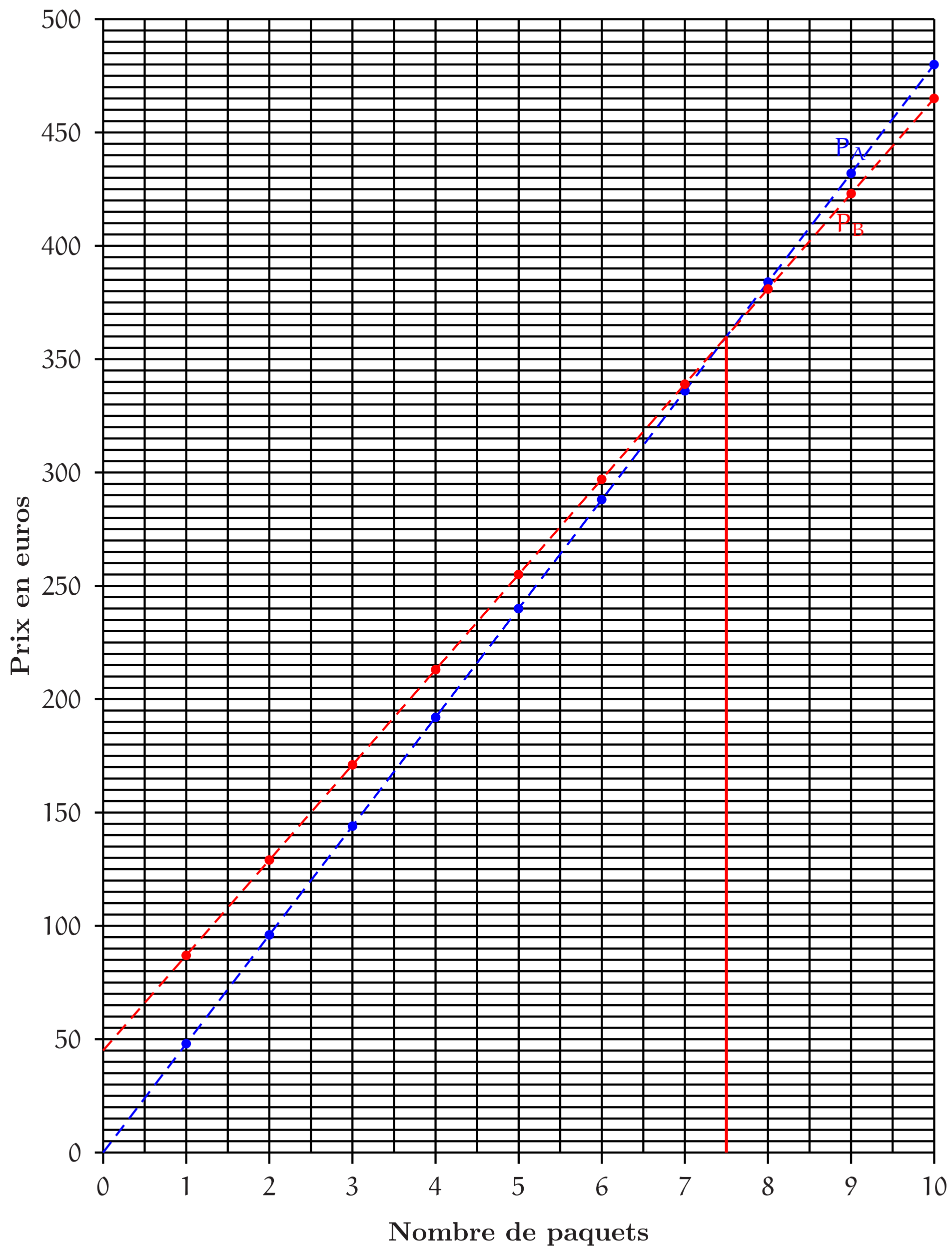
$\boxed{\text{Le prix d'une commande de 9 paquets est 432 € avec le grossiste A et 423 € avec le grossiste B.}}$

2) a) Avec le grossiste A, le prix d'une commande de n paquets est $n \times 48 = 48n$ €.

b) Avec le grossiste B, le prix d'une commande de n paquets est $n \times 42 + 45 = 42n + 45$ €.

$$\boxed{P_A = 48n \text{ et } P_B = 42n + 45.}$$

3)



b) Sur le graphique ci-dessus, on voit que pour un nombre de paquets inférieur ou égal à 7, le grossiste A est plus avantageux et pour un nombre de paquets supérieur ou égal à 8, le grossiste B est plus avantageux.