Brevet - Session 2009 - Pondichéry
Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1)

$$\begin{aligned}A &= \frac{7}{15} - \frac{4}{15} \times \frac{5}{8}\\ &= \frac{7}{15} - \frac{4 \times 5}{15 \times 8}\\ &= \frac{7}{15} - \frac{1}{3 \times 2}\\ &= \frac{7}{15} - \frac{1}{6}\\ &= \frac{14}{30} - \frac{5}{30}\\ &= \frac{9}{30}\\ &= \frac{3}{10}.\end{aligned}$$

$$\boxed{A = \frac{3}{10}.}$$

2) a) La machine fournit $B = -5,656\ldots$ ou encore

$\boxed{B = -5,66 \text{ arrondi au centième.}}$

b)

$$\begin{aligned}B &= 3\sqrt{2} - \sqrt{98}\\ &= 3\sqrt{2} - \sqrt{49} \times \sqrt{2}\\ &= 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}\\ &= -4\sqrt{2}.\end{aligned}$$

$$\boxed{B = -4\sqrt{2}.}$$

Exercice 2

1) $3 \times (-2) + 12 = 6$ et $4 - 2 \times (-2) = 8$. Comme $6 < 8$

$\boxed{-2 \text{ est solution de l'inéquation } 3x + 12 < 4 - 2x.}$

2) $(-2 - 2)(2 \times (-2) + 1) = 12$. Comme $12 \neq 0$,

$\boxed{-2 \text{ n'est pas solution de l'équation } (x - 2)(2x + 1) = 0.}$

3) $(-2)^3 + 8 = -8 + 8 = 0$. Donc

$\boxed{-2 \text{ est solution de l'équation } x^3 + 8 = 0.}$

4) $2 \times (-2) + 3 \times 1 = -1$ et $-2 + 5 \times 1 = 3$. Donc

$$\boxed{\text{le couple } (-2\ ;\ 1) \text{ est solution du système } \left\{\begin{array}{l}2x + 3y = -1\\ x + 5y = 3\end{array}\right. .}$$

Exercice 3

1) Ecrivons l'algorithme d'EUCLIDE pour les nombres 238 et 170.

$$\begin{aligned}238 &= 1 \times 170 + 68\\ 170 &= 2 \times 68 + 34\\ 68 &= 2 \times 34 + 0\end{aligned}$$

Donc

$$\boxed{\text{le PGCD de } 238 \text{ et } 170 \text{ est } 34.}$$

2) $238 = 7 \times 34$ et $170 = 5 \times 34$. Donc

$$\frac{170}{238} = \frac{5 \times 34}{7 \times 34} = \frac{5}{7}.$$

Les deux nombres 5 et 7 sont premiers entre eux et donc la fraction $\frac{5}{7}$ est sous forme irréductible.

$$\boxed{\text{La forme irréductible de } \frac{170}{238} \text{ est } \frac{5}{7}.}$$

Exercice 4

Réponses.

Numéro 1 :	**Réponse A**
Numéro 2 :	**Réponse C**
Numéro 3 :	**Réponse A**

Explications.

Numéro 1. Il y a 6 boules dans le sac dont 4 boules blanches La probabilité de tirer une boule blanche est donc $\frac{4}{6}$ ou encore $\frac{2}{3}$.

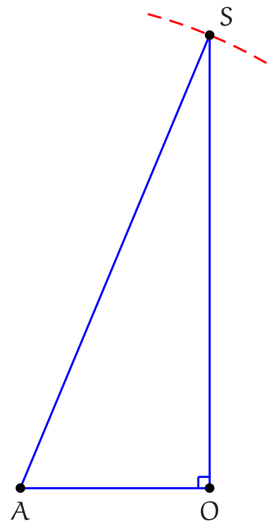
Numéro 2. Il y a 6 boules dans le sac dont 2 boules portant le numéro 2. La probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 est donc $\frac{2}{6}$ ou encore $\frac{1}{3}$.

Numéro 3. Il y a 6 boules dans le sac dont 2 boules blanches portant le numéro 1. La probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 est donc $\frac{2}{6}$ ou encore $\frac{1}{3}$.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) La droite (SO) est perpendiculaire à la droite (OA) ou encore le triangle SAO est rectangle en O.



2) D'après le théorème de PYTHAGORE, $SA^2 = SO^2 + OA^2$ et donc

$$SO^2 = SA^2 - OA^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = 42,25 - 6,25 = 36.$$

On en déduit que $SO = \sqrt{36} = 6$ cm.

$$\boxed{\text{La hauteur } SO \text{ de la bougie est } 6 \text{ cm.}}$$

3) L'aire du disque de base est $\mathscr{A} = \pi \times OA^2 = \pi \times 2,5^2 = 6,25\ \pi$ cm^2. Le volume du cône est

$$\frac{1}{3} \times \mathscr{A} \times SO = \frac{1}{3} \times 6,25\pi \times 6 = 12,5\ \pi\ \text{cm}^3.$$

La machine fournit $12,5\ \pi = 39,26\ldots$ et donc

$$\boxed{\text{le volume de la bougie est } 39,3\ \text{cm}^3 \text{ arrondi au dixième.}}$$

4) Puisque le triangle SOA est rectangle en O,

$$\cos\left(\widehat{ASO}\right) = \frac{SO}{SA} = \frac{6}{6,5}.$$

La machine fournit alors $\widehat{ASO} = 22,6\ldots°$ et donc

$$\boxed{\widehat{ASO} = 23° \text{ arrondi au degré.}}$$

Exercice 2

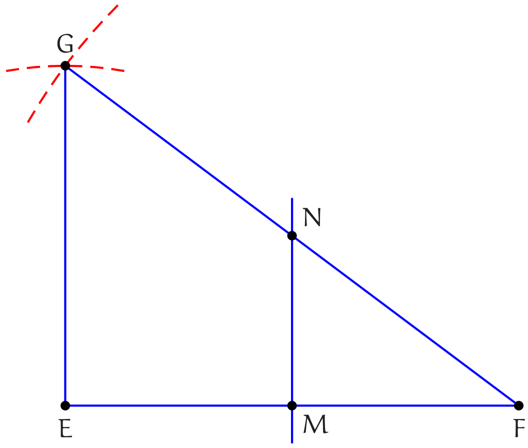
1) Voir figure page suivante.

2) Le plus long des trois côtés du triangle EFG est le côté FG. Donc, si le triangle EFG est rectangle, c'est en E.

D'une part, $FG^2 = 7,5^2 = 56,25$. D'autre part, $FE^2 + EG^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$. Donc $FG^2 = FE^2 + EG^2$. D'après la réciproque du théorème de PYTHAGORE,

$$\boxed{\text{le triangle } EFG \text{ est rectangle en } E.}$$

3)

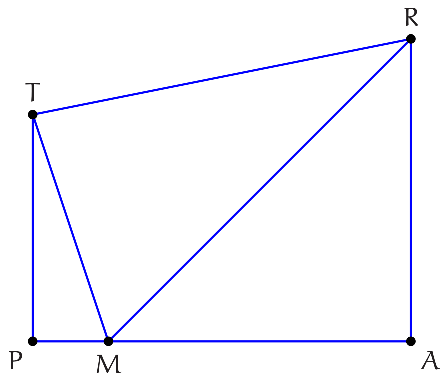


4) M est le milieu du segment [EF]. Donc la droite passant par M et parallèle au côté [EG] coupe le troisième côté [FG] en son milieu. Ainsi,

$\boxed{\text{le point N est le milieu du segment [FG].}}$

PROBLEME (12 points)

1) a)



b) $AM = PA - PM = 5 - 1 = 4 = AR$. Donc

$$\boxed{\text{si } x = 1, \text{ le triangle } ARM \text{ est isocèle en } A.}$$

c) Le triangle PTM est rectangle en P. Donc l'aire du triangle PTM est

$$\frac{PM \times PT}{2} = \frac{1 \times 3}{2} = 1,5.$$

De même, le triangle ARM est rectangle en A. Donc l'aire du triangle ARM est

$$\frac{AM \times AR}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8.$$

$$\boxed{\text{Si } x = 1, \text{ l'aire du triangle } PTM \text{ est } 1,5 \text{ cm}^2 \text{ et l'aire du triangle } ARM \text{ est } 8.}$$

2) a) Quand M varie du point P au point A, x varie de 0 à 5.

b) Le triangle PTM est rectangle en P. Donc l'aire du triangle PTM est

$$\frac{PM \times PT}{2} = \frac{x \times 3}{2} = 1,5x.$$

De même, le triangle ARM est rectangle en A. Donc l'aire du triangle ARM est

$$\frac{AM \times AR}{2} = \frac{(5 - x) \times 4}{2} = 2(5 - x) = 10 - 2x.$$

$$\boxed{\text{L'aire du triangle } PTM \text{ est } 1,5x \text{ et l'aire du triangle } ARM \text{ est } 10 - 2x.}$$

3) Voir graphique page suivante.

a) L'aire du triangle ARM est égale à 6 quand $x = 2$.

b) Quand $x = 4$, l'aire du triangle ARM est égale à 2.

4) a) Voir graphique page suivante.

b) La valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire est l'abscisse du point d'intersection des droites représentant les fonctions $x \mapsto 1,5x$ et $x \mapsto 10 - 2x$. Cette valeur est approximativement $2,8$.

c)

$$\begin{aligned}1,5x &= 10 - 2x\\ 1,5x + 2x &= 10\\ 3,5x &= 10\\ x &= \frac{10}{3,5}\\ x &= \frac{10 \times 10}{3,5 \times 10}\\ x &= \frac{100}{35}\end{aligned}$$

Donc la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire est $\frac{100}{35}$. La machine fournit $\frac{100}{35} = 2,8\ldots$ ce qui confirme le résultat de la question b).