Brevet - Session 2009

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1)

$$\begin{aligned} A &= \frac{8+3\times 4}{1+2\times 1,5} \\ &= \frac{8+12}{1+3} \\ &= \frac{20}{4} \\ &= 5. \end{aligned}$$

$$\boxed{A = 5.}$$

2) Le calcul fait par l'élève fournit $A = 23$. Le résultat obtenu n'est pas le bon car l'élève n'a pas tenu compte des priorités : à la machine la multiplication et la division sont prioritaires devant l'addition et la soustraction. La machine a effectué le calcul :

$$8 + \frac{3\times 4}{1} + 2\times 1,5 = 8 + 12 + 3 = 23.$$

L'élève aurait du taper :

$$\boxed{(}\ \boxed{8}\ \boxed{+}\ \boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{4}\ \boxed{)}\ \boxed{\div}\ \boxed{(}\ \boxed{1}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{.}\ \boxed{5}\ \boxed{)}\ \boxed{=}$$

Exercice 2

1) • La probabilité qu'Aline tire une boule rouge est $\frac{5}{5}$ ou encore 1.

• La probabilité que Bernard tire une boule rouge est $\frac{10}{40}$ ou encore $\frac{1}{4}$.

• La probabilité que Claude tire une boule rouge est $\frac{100}{103}$.

$$\boxed{\text{La personne qui a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge est Aline.}}$$

2) Notons x le nombre de billes noires qu'il faut ajouter dans le sac d'Aline pour qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.

Si on ajoute x billes noires dans la sac d'Aline, le sac contient $x+5$ billes. La probabilité qu'Aline tire une bille rouge est alors $\frac{5}{x+5}$. D'autre part, on a vu à la première question que la probabilité que Bernard tire une bille rouge est $\frac{1}{4}$.

On veut qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge. Ceci fournit l'équation

$$\frac{5}{x+5} = \frac{1}{4}.$$

Cette équation est équivalente à $1\times(x+5) = 4\times 5$ ou encore à $x+5 = 20$ ou enfin à $x = 20-5 = 15$.

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Il faut ajouter 15 billes noires dans le sac d'Aline pour qu'Aline ait la même probabilité} \\ \text{que Bernard de tirer une bille rouge.}\end{array}}$$

Exercice 3

1) Le point B a pour coordonnées $(-4\ ;\ 4,6)$.

2) Les points d'intersection de la courbe C_3 avec l'axe des abscisses sont les trois points de la courbe C_3 dont l'ordonnée est nulle. Les abscisses de ces points sont -1, 2 et 4.

3) La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère. Donc la représentation graphique de la fonction linéaire est C_1.

4) La fonction f est une fonction affine car est de la forme $x \mapsto ax + b$ mais n'est pas une fonction linéaire car $b \neq 0$. La représentation graphique de f est donc une droite ne passant pas par l'origine du repère c'est-à-dire C_2.

5) Sur le graphique, on lit l'antécédent de 1 par la fonction f : c'est le nombre 5. Justifions le résultat par un calcul.

On note x l'antécédent de 1 par f. L'égalité $f(x) = 1$ s'écrit

$$-0,4x + 3 = 1.$$

Cette équation est équivalente à $-0,4x = 1 - 3$ ou encore $-0,4x = -2$ ou encore à $x = \dfrac{-2}{-0,4}$ ou enfin à $x = 5$.

$$\boxed{\text{L'antécédent de } 1 \text{ par la fonction } f \text{ est } 5.}$$

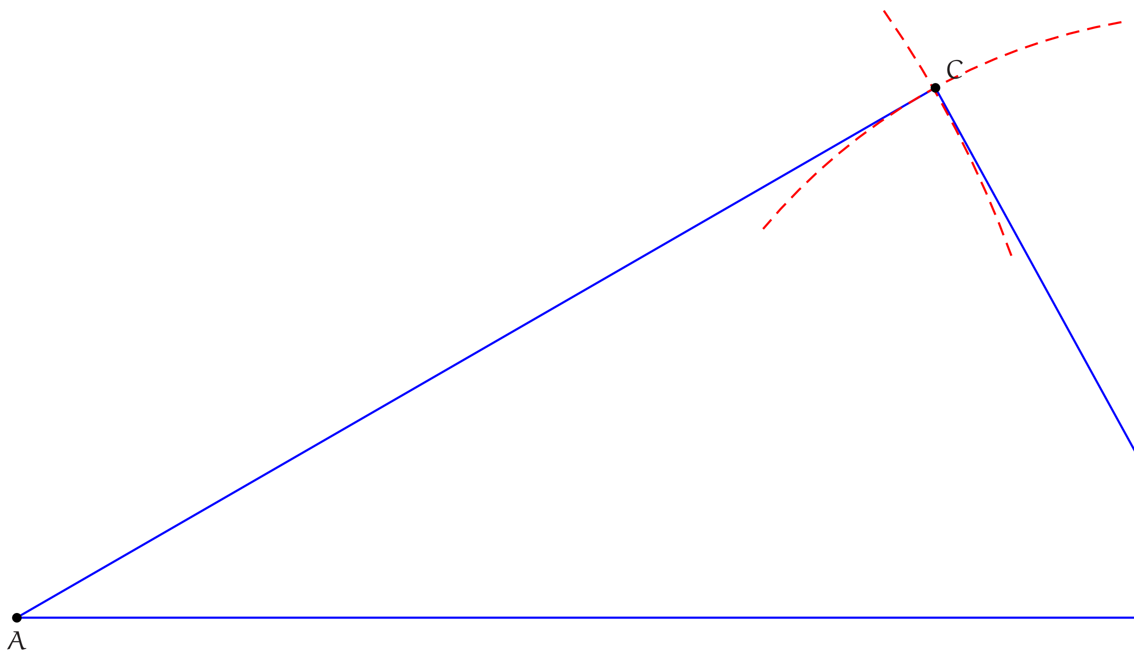
6) $f(4,6) = -0,4 \times 4,6 + 3 = -1,84 + 3 = 1,16$. Donc $f(4,6) \neq 1,16$ et on en déduit que

$$\boxed{\text{le point } A \text{ de coordonnées } (4,6\ ;\ 1,2) \text{ n'appartient pas à la courbe } C_2.}$$

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) a)



b) Le plus long des trois côtés du triangle ABC est le côté [AB]. Donc si le triangle ABC est rectangle, c'est en C.
D'une part, $AB^2 = 16^2 = 256$ et d'autre part $AC^2 + BC^2 = 14^2 + 8^2 = 196 + 64 = 260$. Donc $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ et d'après le théorème de PYTHAGORE,

$$\boxed{\text{le triangle ABC n'est pas rectangle.}}$$

2) Ici, $p = 16 + 14 + 8 = 38$. D'après la formule de Héron d'Alexandrie

$$\mathscr{A} = \sqrt{\frac{38}{2}\left(\frac{38}{2} - 8\right)\left(\frac{38}{2} - 14\right)\left(\frac{38}{2} - 16\right)} = \sqrt{19 \times 11 \times 5 \times 3} = \sqrt{3135}.$$

$$\boxed{\text{L'aire du triangle ABC est } \sqrt{3135}\ \text{cm}^2 \text{ ou encore } 56\ \text{cm}^2 \text{ arrondi au cm}^2.}$$

Exercice 2

Partie 1 :

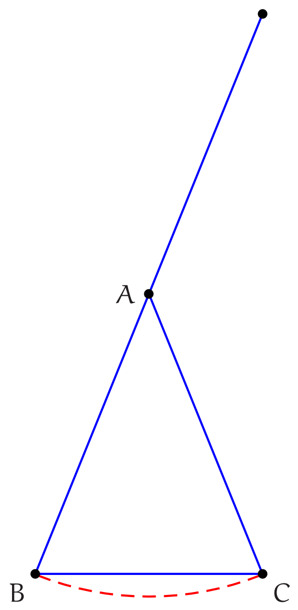
1) Voir figure page suivante.

2) Puisque le point A est le milieu du segment [BE], le cercle de diamètre [BE] est aussi le cercle de centre A et de rayon AB = 4 cm. Puisque AC = 4 cm, le point C est sur le cercle de diamètre [BE]. On sait alors que le triangle BCE est rectangle en C.

$$\boxed{\text{Le triangle BCE est rectangle en C.}}$$

3) Puisque le triangle ABC est isocèle en A et que la mesure de $\widehat{ABC}$ est 43°, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ est $180 - 2 \times 43 = 180 - 86 = 94°$.
Puisque les points B, A et E sont alignés dans cet ordre, la mesure de l'angle $\widehat{BAE}$ est 180°.
L'angle $\widehat{EAC}$ est donc l'angle supplémentaire de l'angle $\widehat{BAC}$ et sa mesure est $180 - 94 = 86°$.

$$\boxed{\text{La mesure de l'angle } \widehat{EAC} \text{ est } 86°.}$$



Partie 2 :

Puisque le triangle ABC est isocèle en A, $\widehat{BAC} = 180 - 2\widehat{ABC}$.
L'angle $\widehat{EAC}$ est l'angle supplémentaire de l'angle $\widehat{BAC}$ et donc

$$\widehat{EAC} = 180 - \widehat{BAC} = 180 - \left(180 - 2\widehat{ABC}\right) = 180 - 180 + 2\widehat{ABC} = 2\widehat{ABC}.$$

$\boxed{\text{Pour n'importe quelle valeur de } \widehat{ABC}, \text{ on a } \widehat{EAC} = 2\widehat{ABC}.}$

PROBLEME (12 points)

PARTIE I

1) $AB^2 = 17,5^2 = 306,25$ et $AC^2 + BC^2 = 10,5^2 + 14^2 = 110,25 + 196 = 306,25$.
Donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$ et d'après le théorème de Pythagore

$$\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en C.}}$$

2) La droite (RP) est parallèle à la droite (AC) et la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BC) car le triangle ABC est rectangle en C. Donc la droite (RP) est perpendiculaire à la droite (BC) qui est aussi la droite (PC).
De même, la droite (RS) est parallèle à la droite (BC) et la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (AC). Donc la droite (RS) est perpendiculaire à la droite (AC) qui est aussi la droite (SC).

Les angles $\widehat{RPC}$, $\widehat{PCS}$ et $\widehat{CSR}$ sont donc des angles droits. Puisque trois au moins des quatre angles du quadrilatère PRSC sont des angles droits, le quadrilatère PRSC est un rectangle.

$$\boxed{\text{Le quadrilatère PRSC est un rectangle.}}$$

3) a) Le point R est sur le segment [AB] et le point P est sur le segment [BC]. De plus, la droite (RP) est parallèle à la droite (AC). D'après le théorème de Thales,

$$\frac{PR}{AC} = \frac{BP}{BC} \text{ ou encore } \frac{PR}{10,5} = \frac{5}{14}.$$

On en déduit que $PR = \dfrac{5 \times 10,5}{14} = 3,75$ cm.

$$\boxed{PR = 3,75 \text{ cm.}}$$

b) $PC = BC - BP = 14 - 5 = 9$ cm et $PR = 3,75$ cm. Donc l'aire du rectangle PRSC est

$$PC \times PR = 9 \times 3,75 = 33,75 \text{ cm}^2.$$

$$\boxed{\text{L'aire du rectangle PRSC est } 33,75 \text{ cm}^2.}$$

PARTIE II

1) Dans la partie I, on a vu que quand $BP = 5$ cm, l'aire du rectangle PRSC est $33,75$ cm^2.

Quand $BP = 10$ cm, $PC = BC - BP = 14 - 10 = 4$. D'autre part, comme dans la question 3)a) de la partie I, le théorème de Thales permet d'écrire

$$PR = \frac{BP \times AC}{BC} = \frac{10 \times 10,5}{14} = 7,5 \text{ cm.}$$

Donc quand $BP = 10$ cm, l'aire du rectangle PRSC est $4 \times 7,5 = 30$ cm^2.

Longueur BP en cm	0	1	3	5	8	10	12	14
Aire de PRSC en cm^2	0	9,75	24,75	33,75	36	30	18	0

2) a) Sur le graphique, on voit que le rectangle PRSC a une aire de 18 cm^2 quand $BP = 12$ cm (valeur déjà fournie dans le tableau de la question 1)) et quand $BP = 2$ cm.

b) L'aire du rectangle semble maximale quand $BP = 7$ cm.

c) L'aire maximale du rectangle est comprise entre 36 cm^2 et 37 cm^2.

Partie III :

1) $PC = BC - BP = 14 - BP$.

2) Comme à la question 3)a) de la partie I, on peut appliquer le théorème de Thales. On obtient

$$\frac{PR}{AC} = \frac{BP}{BC} \text{ ou encore } \frac{PR}{10,5} = \frac{BP}{14}.$$

On en déduit que $PR = \frac{10,5}{14} BP = 0,75BP$.

$$\boxed{PR = 0,75BP.}$$

2) Si le rectangle PRSC est un carré, $PR = PC$ et si $PR = PC$ alors le rectangle PRSC est un carré.

L'égalité $PR = PC$ équivaut à l'égalité $14 - BP = 0,75BP$ ou encore $1,75BP = 14$ ou enfin $BP = \frac{14}{1,75} = 8$.

$$\boxed{\text{Le rectangle PRSC est un carré quand } BP = 8 \text{ cm.}}$$