

Brevet - Session 2009

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1)

$$\begin{aligned} A &= \frac{8 + 3 \times 4}{1 + 2 \times 1,5} \\ &= \frac{8 + 12}{1 + 3} \\ &= \frac{20}{4} \\ &= 5. \end{aligned}$$

$$A = 5.$$

2) Le calcul fait par l'élève fournit $A = 23$. Le résultat obtenu n'est pas le bon car l'élève n'a pas tenu compte de priorités : à la machine la multiplication et la division sont prioritaires devant l'addition et la soustraction. La machine a effectué le calcul :

$$8 + \frac{3 \times 4}{1} + 2 \times 1,5 = 8 + 12 + 3 = 23.$$

L'élève aurait du taper :

(8 + 3 × 4) ÷ (1 + 2 × 1 . 5) =

Exercice 2

- 1) • La probabilité qu'Aline tire une boule rouge est $\frac{5}{5}$ ou encore 1.
• La probabilité que Bernard tire une boule rouge est $\frac{10}{40}$ ou encore $\frac{1}{4}$.
• La probabilité que Claude tire une boule rouge est $\frac{100}{103}$.

La personne qui a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge est Aline.

2) Notons x le nombre de billes noires qu'il faut ajouter dans le sac d'Aline pour qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.

Si on ajoute x billes noires dans le sac d'Aline, le sac contient $x + 5$ billes. La probabilité qu'Aline tire une bille rouge est alors $\frac{5}{x + 5}$. D'autre part, on a vu à la première question que la probabilité que Bernard tire une bille rouge est $\frac{1}{4}$.

On veut qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge. Ceci fournit l'équation

$$\frac{5}{x + 5} = \frac{1}{4}.$$

Cette équation est équivalente à $1 \times (x + 5) = 4 \times 5$ ou encore à $x + 5 = 20$ ou enfin à $x = 20 - 5 = 15$.

Il faut ajouter 15 billes noires dans le sac d'Aline pour qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.

Exercice 3

1) Le point B a pour coordonnées $(-4 ; 4, 6)$.

2) Les points d'intersection de la courbe C_3 avec l'axe des abscisses sont les trois points de la courbe C_3 dont l'ordonnée est nulle. Les abscisses de ces points sont -1 , 2 et 4 .

3) La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère. Donc la représentation graphique de la fonction linéaire est C_1 .

4) La fonction f est une fonction affine car est de la forme $x \mapsto ax + b$ mais n'est pas une fonction linéaire car $b \neq 0$. La représentation graphique de f est donc une droite ne passant pas par l'origine du repère c'est-à-dire C_2 .

5) Sur le graphique, on lit l'antécédent de 1 par la fonction f : c'est le nombre 5 . Justifions le résultat par un calcul.

On note x l'antécédent de 1 par f . L'égalité $f(x) = 1$ s'écrit

$$-0,4x + 3 = 1.$$

Cette équation est équivalente à $-0,4x = 1 - 3$ ou encore $-0,4x = -2$ ou encore à $x = \frac{-2}{-0,4}$ ou enfin à $x = 5$.

L'antécédent de 1 par la fonction f est 5 .

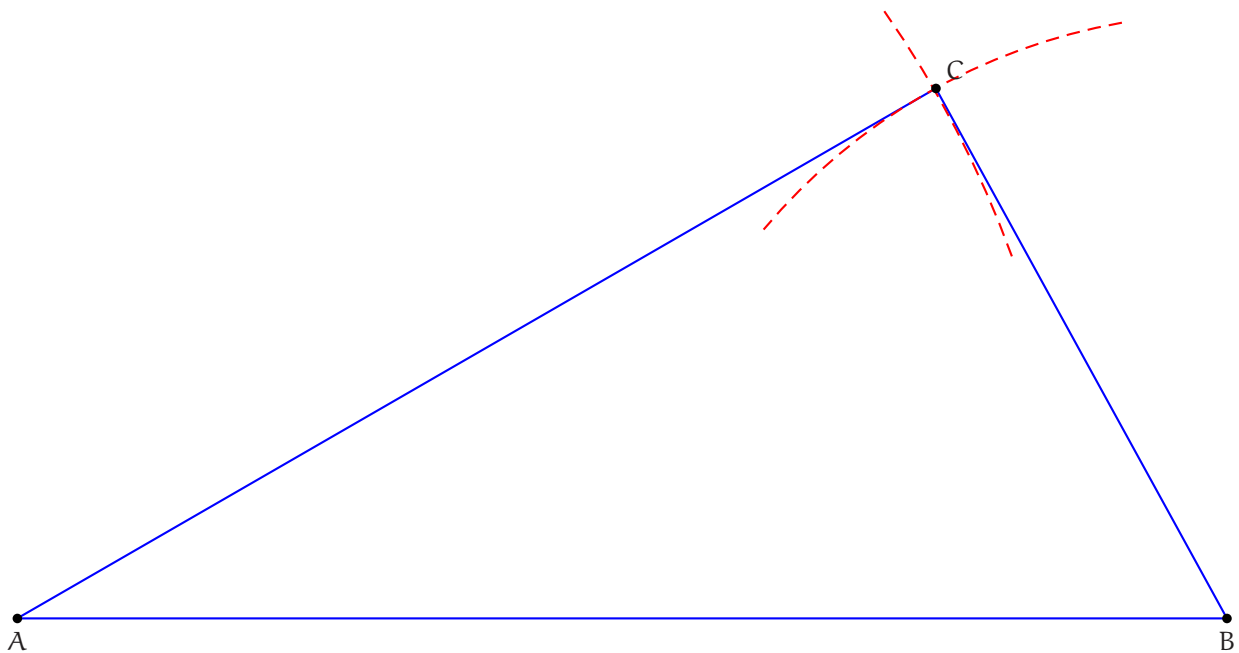
6) $f(4, 6) = -0,4 \times 4, 6 + 3 = -1, 84 + 3 = 1, 16$. Donc $f(4, 6) \neq 1, 16$ et on en déduit que

le point A de coordonnées $(4, 6 ; 1, 2)$ n'appartient pas à la courbe C_2 .

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

1) a)



b) Le plus long des trois côtés du triangle ABC est le côté [AB]. Donc si le triangle ABC est rectangle, c'est en C. D'une part, $AB^2 = 16^2 = 256$ et d'autre part $AC^2 + BC^2 = 14^2 + 8^2 = 196 + 64 = 260$. Donc $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ et d'après le théorème de PYTHAGORE,

le triangle ABC n'est pas rectangle.

2) Ici, $p = 16 + 14 + 8 = 38$. D'après la formule de Héron d'Alexandrie

$$\mathcal{A} = \sqrt{\frac{38}{2} \left(\frac{38}{2} - 8 \right) \left(\frac{38}{2} - 14 \right) \left(\frac{38}{2} - 16 \right)} = \sqrt{19 \times 11 \times 5 \times 3} = \sqrt{3135}.$$

L'aire du triangle ABC est $\sqrt{3135}$ cm² ou encore 56 cm² arrondi au cm².

Exercice 2

Partie 1 :

1) Voir figure page suivante.

2) Puisque le point A est le milieu du segment [BE], le cercle de diamètre [BE] est aussi le cercle de centre A et de rayon AB = 4 cm. Puisque AC = 4 cm, le point C est sur le cercle de diamètre [BE]. On sait alors que le triangle BCE est rectangle en C.

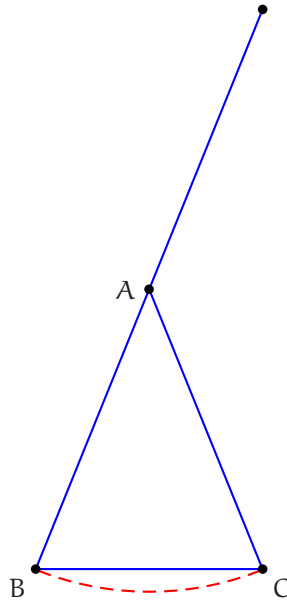
Le triangle BCE est rectangle en C.

3) Puisque le triangle ABC est isocèle en A et que la mesure de \widehat{ABC} est 43° , la mesure de l'angle \widehat{BAC} est $180 - 2 \times 43 = 180 - 86 = 94^\circ$.

Puisque les points B, A et E sont alignés dans cet ordre, la mesure de l'angle \widehat{BAE} est 180° .

L'angle \widehat{EAC} est donc l'angle supplémentaire de l'angle \widehat{BAC} et sa mesure est $180 - 94 = 86^\circ$.

La mesure de l'angle \widehat{EAC} est 86° .



Partie 2 :

Puisque le triangle ABC est isocèle en A, $\widehat{BAC} = 180 - 2\widehat{ABC}$.
L'angle \widehat{EAC} est l'angle supplémentaire de l'angle \widehat{BAC} et donc

$$\widehat{EAC} = 180 - \widehat{BAC} = 180 - (180 - 2\widehat{ABC}) = 180 - 180 + 2\widehat{ABC} = 2\widehat{ABC}.$$

Pour n'importe quelle valeur de \widehat{ABC} , on a $\widehat{EAC} = 2\widehat{ABC}$.

PROBLEME (12 points)

PARTIE I

1) $AB^2 = 17,5^2 = 306,25$ et $AC^2 + BC^2 = 10,5^2 + 14^2 = 110,25 + 196 = 306,25$.
Donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$ et d'après le théorème de PYTHAGORE

le triangle ABC est rectangle en C.

2) La droite (RP) est parallèle à la droite (AC) et la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BC) car le triangle ABC est rectangle en C. Donc la droite (RP) est perpendiculaire à la droite (BC) qui est aussi la droite (PC).
De même, la droite (RS) est parallèle à la droite (BC) et la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (AC). Donc la droite (RS) est perpendiculaire à la droite (AC) qui est aussi la droite (SC).

Les angles \widehat{RPC} , \widehat{PCS} et \widehat{CSR} sont donc des angles droits. Puisque trois au moins des quatre angles du quadrilatère PRSC sont des angles droits, le quadrilatère PRSC est un rectangle.

Le quadrilatère PRSC est un rectangle.

3) a) Le point R est sur le segment [AB] et le point P est sur le segment [BC]. De plus, la droite (RP) est parallèle à la droite (AC). D'après le théorème de THALES,

$$\frac{PR}{AC} = \frac{BP}{BC} \text{ ou encore } \frac{PR}{10,5} = \frac{5}{14}.$$

On en déduit que $PR = \frac{5 \times 10,5}{14} = 3,75$ cm.

PR = 3,75 cm.

b) $PC = BC - BP = 14 - 5 = 9$ cm et $PR = 3,75$ cm. Donc l'aire du rectangle PRSC est

$$PC \times PR = 9 \times 3,75 = 33,75 \text{ cm}^2.$$

L'aire du rectangle PRSC est 33,75 cm².

PARTIE II

1) Dans la partie I, on a vu que quand $BP = 5$ cm, l'aire du rectangle PRSC est 33,75 cm².

Quand $BP = 10$ cm, $PC = BC - BP = 14 - 10 = 4$. D'autre part, comme dans la question 3)a) de la partie I, le théorème de THALES permet d'écrire

$$PR = \frac{BP \times AC}{BC} = \frac{10 \times 10,5}{14} = 7,5 \text{ cm}.$$

Donc quand $BP = 10$ cm, l'aire du rectangle PRSC est $4 \times 7,5 = 30$ cm².

Longueur BP en cm	0	1	3	5	8	10	12	14
Aire de PRSC en cm ²	0	9,75	24,75	33,75	36	30	18	0

2) a) Sur le graphique, on voit que le rectangle PRSC a une aire de 18 cm² quand $BP = 12$ cm (valeur déjà fournie dans le tableau de la question 1)) et quand $BP = 2$ cm.

b) L'aire du rectangle semble maximale quand $BP = 7$ cm.

c) L'aire maximale du rectangle est comprise entre 36 cm² et 37 cm².

Partie III :

1) $PC = BC - BP = 14 - BP$.

2) Comme à la question 3)a) de la partie I, on peut appliquer le théorème de THALES. On obtient

$$\frac{PR}{AC} = \frac{BP}{BC} \text{ ou encore } \frac{PR}{10,5} = \frac{BP}{14}.$$

On en déduit que $PR = \frac{10,5}{14}BP = 0,75BP$.

$$PR = 0,75BP.$$

2) Si le rectangle PRSC est un carré, $PR = PC$ et si $PR = PC$ alors le rectangle PRSC est un carré.

L'égalité $PR = PC$ équivaut à l'égalité $14 - BP = 0,75BP$ ou encore $1,75BP = 14$ ou enfin $BP = \frac{14}{1,75} = 8$.

Le rectangle PRSC est un carré quand $BP = 8$ cm.