Brevet - Session 2008

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

1) On multiplie 10 par 3 et on obtient 30. On ajoute à 30 le carré de 10 c'est-à-dire 100 et on obtient 130. On multiplie ce dernier résultat par 2 et on obtient 260.

2) • $3 \times (-5) = -15$ et $(-5)^2 = 25$. Puis $3 \times (-5) + (-5)^2 = -15 + 25 = 10$. Enfin, $2 \times (3 \times (-5) + (-5)^2) = 2 \times 10 = 20$.

Quand le nombre choisi est -5, le résultat est 20.

• $2 \times \left(3 \times \dfrac{2}{3} + \left(\dfrac{2}{3}\right)^2\right) = 2 \times \left(\dfrac{3 \times 2}{3} + \dfrac{2^2}{3^2}\right) = 2 \times \left(2 + \dfrac{4}{9}\right) = 2 \times \left(\dfrac{18}{9} + \dfrac{4}{9}\right) = 2 \times \dfrac{22}{9} = \dfrac{44}{9}$.

Quand le nombre choisi est $\dfrac{2}{3}$, le résultat est $\dfrac{44}{9}$.

• $2 \times \left(3 \times \sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2\right) = 2 \times \left(3\sqrt{5} + 5\right) = 6\sqrt{5} + 10$.

Quand le nombre choisi est $\sqrt{5}$, le résultat est $6\sqrt{5} + 10$.

3. Notons x le nombre choisi et R le résultat du programme. On a donc $R = 2(3x + x^2) = 2x(3 + x)$.

Par suite, $R = 0$ quand $x = 0$ ou $3 + x = 0$ ou encore quand $x = 0$ ou $x = -3$.

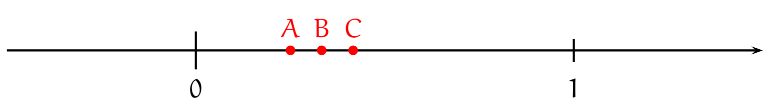
Le résultat est nul quand le nombre choisi est -3 ou 0.

Exercice 2

$2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 5 = 2 \times 4 - 6 - 5 = 8 - 11 = -3$ et comme $-3 \neq 1$, le nombre 2 n'est pas solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$.

Le nombre 2 n'est pas solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$.

Exercice 3



On a $\dfrac{1}{4} = 0,25$, $\dfrac{1}{3} = 0,33\ldots$ et $\dfrac{5}{12} = 0,41\ldots$ Donc $\dfrac{1}{4} < \dfrac{1}{3} < \dfrac{5}{12}$.

$\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{4}{12} - \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{12}$ et $\dfrac{5}{12} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{12} - \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{12}$. Donc $\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{12} - \dfrac{1}{3}$.

Les trois points A, B et C sont donc régulièrement espacés sur la droite graduée.

Les trois points A, B et C sont régulièrement espacés sur la droite graduée.

Exercice 4

Notons x le prix en euros du kilogramme de vernis et y le prix en euros du litre de cire. x et y sont solutions du système

$$\left\{\begin{array}{l}6x+4y=95\\3x+3y=55,5\end{array}\right..$$

• On divise les deux membres de l'équation $3x+3y=55,5$ par 3 et on obtient $x+y=18,5$ puis $y=18,5-x$.
• On reporte cette expression de y dans la première équation et on obtient $6x+4(18,5-x)=95$ ou encore $6x+74-4x=95$. On en déduit $6x-4x=95-74$ puis $2x=21$ et donc $x=10,5$.
• Enfin, $y=18,5-10,5=8$.

Vérification : $6\times 10,5+4\times 8=63+32=95$ et $3\times 10,5+3\times 8=31,5+24=55,5$.

Le prix du kilogramme de vernis est $10,50$ euros et le prix du litre de cire est 8 euros.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1

Réponses.

1)	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
2)	54π
3)	$17°$
4)	Rectangle et isocèle.

Explications.

1) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont bien la même direction mais n'ont pas le même sens et sont donc différents. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$ n'ont pas la même direction. Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont même longueur, même sens et même direction et sont donc égaux.

2) Notons R le rayon du cylindre en cm, h sa hauteur en cm et V son volume en cm^3. On sait que

$$V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi.$$

3) On sait que l'angle inscrit est la moitié de l'angle au centre et donc l'angle inscrit mesure $17°$.

4) Le quadrilatère $ABCD$ est un carré. Donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

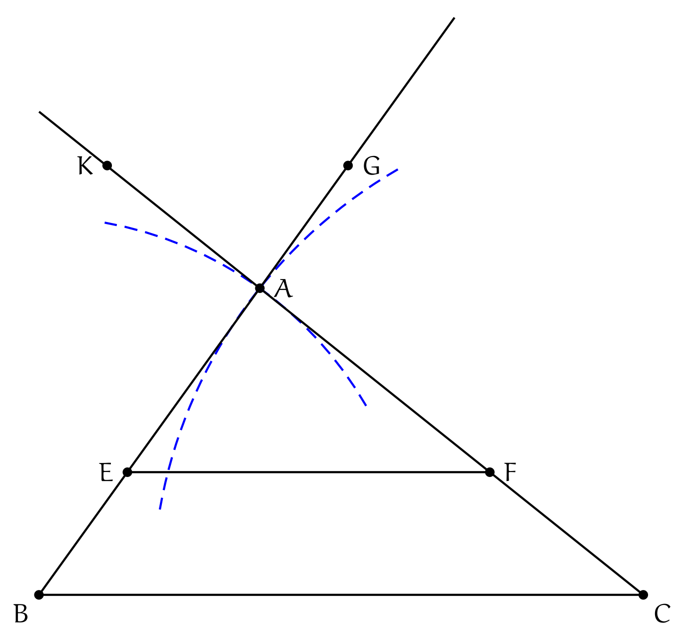
Exercice 2

1) Le point E est sur le segment $[AB]$ et le point F est sur le segment $[AC]$. De plus, la droite (EF) est parallèle à la droite (BC). D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{AE}$ et donc

$$BC = \frac{AB}{AE} \times EF = \frac{5}{3} \times 4,8 = \frac{24}{3} = 8.$$

$$\boxed{BC = 8.}$$

2)



3) $\dfrac{AK}{AC} = \dfrac{2,6}{6,5} = \dfrac{26}{65} = \dfrac{2 \times 13}{5 \times 13} = \dfrac{2}{5}$ et $\dfrac{AG}{AB} = \dfrac{2}{5}$. Donc, $\dfrac{AK}{AC} = \dfrac{AG}{AB}$. D'après la réciproque du théorème de THALÈS, la droite (KG) est parallèle à la droite (BC).

La droite (KG) est parallèle à la droite (BC).

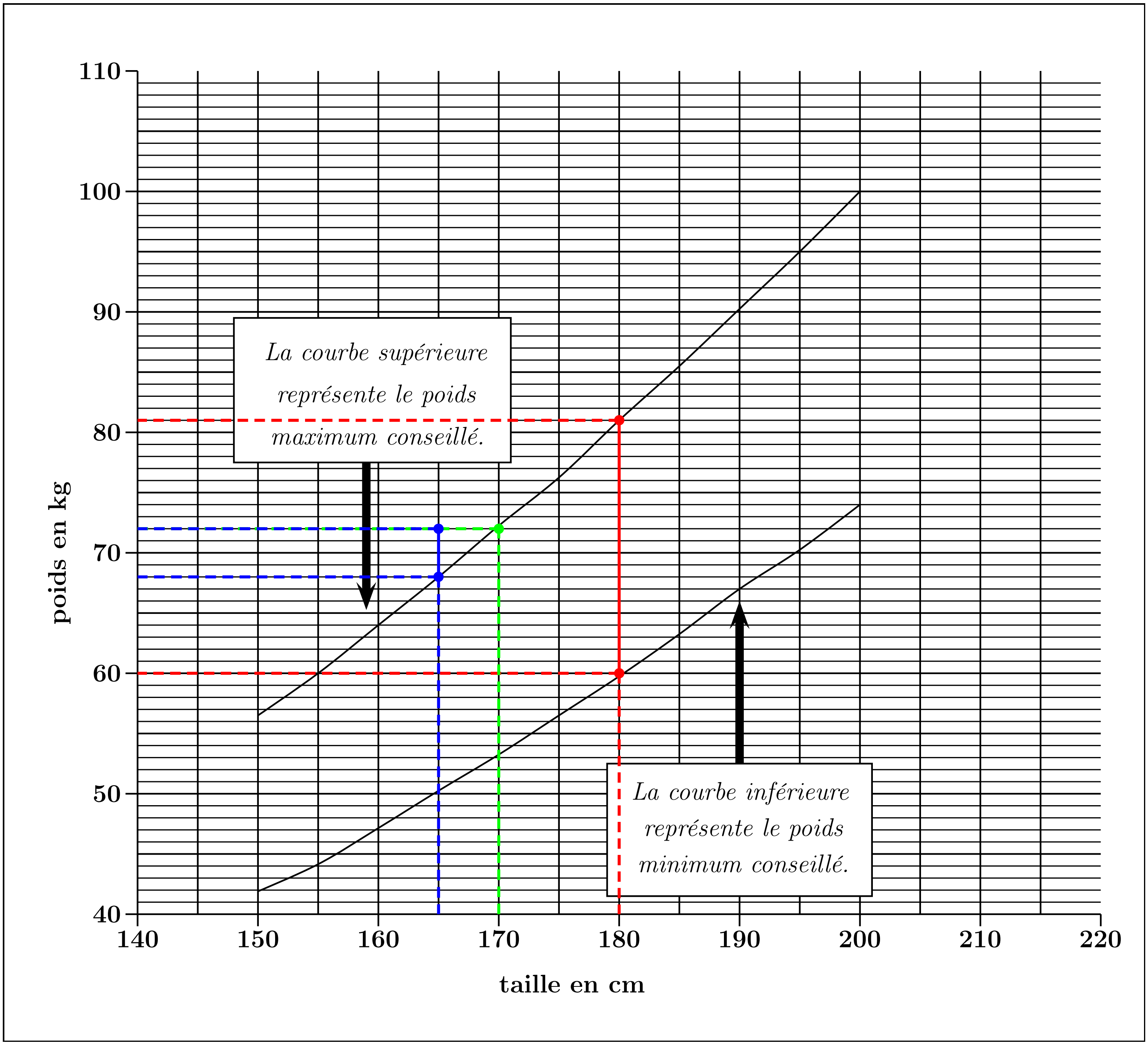
4) La plus grande des trois longueurs AB, AC ou BC est BC. Donc si le triangle ABC est rectangle, ce ne peut être qu'en A. Or
- $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 6,5^2 = 25 + 42,25 = 67,25$,
- $BC^2 = 8^2 = 64$.

Donc, $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$ et d'après la réciproque du théorème de PYTHAGORE, le triangle ABC n'est pas rectangle. On en déduit que les droites (AC) et (AB) ne sont pas perpendiculaires.

Les droites (AC) et (AB) ne sont pas perpendiculaires.

PROBLEME (12 points)

PARTIE I



1) Sur le graphique, on voit que pour une personne mesurant 180 cm, le poids minimum conseillé est 60 kg et le poids maximum conseillé est 81 kg.

2) Pour une personne mesurant 165 cm, le poids maximum conseillé est de 68 kg. Une personne mesurant 165 cm et pesant 72 kg dépasse donc le poids maximum conseillé de 4 kg.

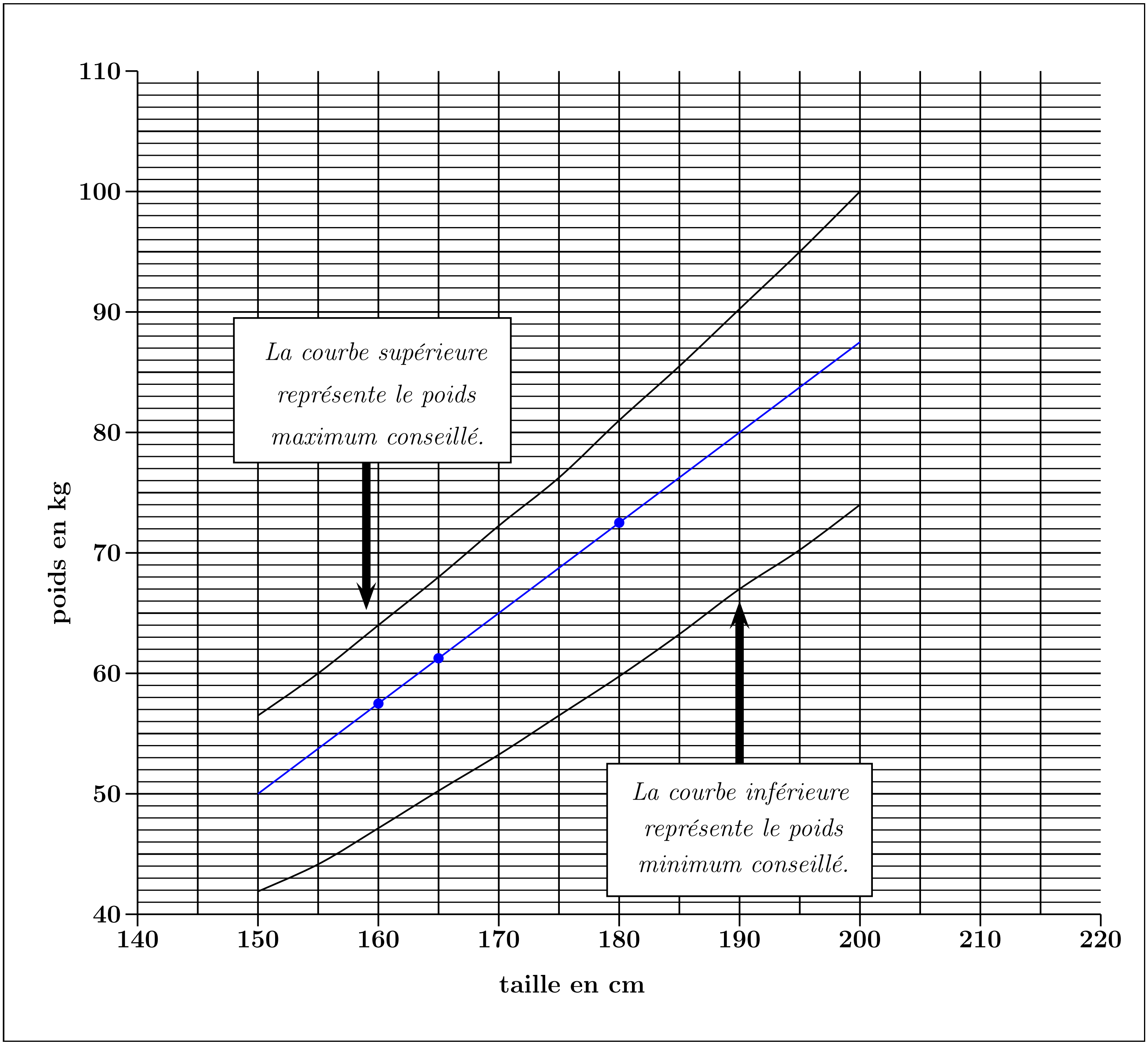
3) Une personne ayant un poids maximum conseillé supérieur à 72 kg mesure au minimum 170 cm.

PARTIE II

1) • Si $t = 160$, alors $p = 160 - 100 - \dfrac{160 - 150}{4} = 60 - \dfrac{10}{4} = 60 - 2,5 = 57,5$. Donc si une personne mesure 160 cm, son poids idéal est $57,5$ kg.

• Si $t = 165$, alors $p = 165 - 100 - \dfrac{165 - 150}{4} = 65 - \dfrac{15}{4} = 65 - 3,75 = 61,25$. Donc si une personne mesure 165 cm, son poids idéal est $61,25$ kg.

• Si $t = 180$, alors $p = 180 - 100 - \dfrac{180-150}{4} = 80 - \dfrac{30}{4} = 80 - 7,5 = 72,5$. Donc si une personne mesure 180 cm, son poids idéal est $72,5$ kg.



2) Simplifions l'expression de p.

$$p = t - 100 - \frac{t-150}{4} = t - 100 - \frac{t}{4} + \frac{150}{4} = t - 0,25t - 100 + 37,5 = 0,75t - 62,5.$$

p est une fonction affine de t et donc la représentation graphique du poids idéal en fonction de la taille est une droite. Voir graphique ci-dessus.

3) Si $t = 170$ cm, $p = 0,75 \times 170 - 62,5 = 65$. Le poids idéal d'une personne mesurant 170 cm est donc de 65 kg. On augmente alors ce poids de 10% :

$$65 + \frac{10}{100} \times 65 = 65 + 6,5 = 71,5.$$

Ainsi, la personne considérée dans l'énoncé a un poids de $71,5$ kg. Or le poids maximum conseillé pour une personne mesurant 170 cm est 72 kg. La personne considérée dans l'énoncé ne dépasse donc pas le poids maximum conseillé.