

### ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

#### Exercice 1 : (5 points)

Réponses.

1.  $9x^2 + 30x + 25$

2.  $(x + 1)(x - 2)$

3.  $2\sqrt{3}$

4.  $-10$

5. 48% de filles.

Explications.

1.  $(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \times (3x) \times 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25.$

2. Quand  $x = 4$ ,

•  $x(x + 1) = 4(4 + 1) = 4 \times 5 = 20,$

•  $(x + 1)(x - 2) = (4 + 1)(4 - 2) = 5 \times 2 = 10,$

•  $(x + 1)^2 = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25.$

La bonne réponse est donc  $(x + 1)(x - 2)$ .

3.  $\frac{\sqrt{48}}{2} = \frac{\sqrt{3 \times 16}}{2} = \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{2 \times 2 \times \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}.$

La bonne réponse est donc  $2\sqrt{3}$ .

4. Les équations suivantes ont les mêmes solutions

$$2x - (8 + 3x) = 2$$

$$2x - 8 - 3x = 2$$

$$2x - 3x = 2 + 8$$

$$-x = 10$$

$$x = -10$$

L'équation  $2x - (8 + 3x) = 2$  a donc une et une seule solution, le nombre  $-10$ .

5.  $\frac{40}{100} \times 30 = 12$ . Il y a donc 12 filles en 3ème A.

$\frac{60}{100} \times 20 = 12$ . Il y a donc 12 filles en 3ème B.

Dans les deux classes réunies, il y a 50 élèves dont 24 filles. Or

$$\frac{24}{50} \times 100 = 48,$$

et il y a donc 48% de filles dans les deux classes réunies.

**Exercice 2 : (7 points)**

1.  $(-2) + 4 = 2$  puis  $2 \times (-2) = -4$  et enfin  $(-4) + 4 = 0$ .

Si l'on fait fonctionner le programme avec le nombre  $-2$ , on obtient  $0$ .

2.  $5 + 4 = 9$  puis  $9 \times 5 = 45$  et enfin  $45 + 4 = 49$ .

Si l'on fait fonctionner le programme avec le nombre  $5$ , on obtient  $49$ .

3. a) Faisons fonctionner le programme avec le nombre  $0$ .

$$0 + 4 = 4 \text{ puis } 4 \times 0 = 0 \text{ et enfin } 0 + 4 = 4 = 2^2.$$

Si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre  $0$ , on obtient  $2^2$ .

Faisons fonctionner le programme avec le nombre  $1$ .

$$1 + 4 = 5 \text{ puis } 5 \times 1 = 5 \text{ et enfin } 5 + 4 = 9 = 3^2.$$

Si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre  $1$ , on obtient  $3^2$ .

b) Soit  $x$  un nombre entier (relatif).

- On ajoute  $4$  à  $x$  et on obtient  $x + 4$ .
- On multiplie le résultat obtenu par  $x$  et on obtient  $x(x + 4)$  ou encore  $x^2 + 4x$ .
- On ajoute  $4$  au résultat obtenu et on obtient  $x^2 + 4x + 4$ .

Mais,  $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = (x + 2)^2$ . Le résultat obtenu est donc le carré du nombre entier  $x + 2$ .  
Finalement,

en faisant fonctionner le programme avec un nombre entier, on obtient toujours le carré d'un nombre entier.

4.  $(x + 2)^2 = 1$  équivaut à  $x + 2 = -1$  ou  $x + 2 = 1$  ou encore à  $x = -3$  ou  $x = -1$ .

Pour obtenir  $1$ , on peut choisir de faire fonctionner le programme avec le nombre  $-3$  ou le nombre  $-1$ .

## ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

### Exercice 1 : (7 points)

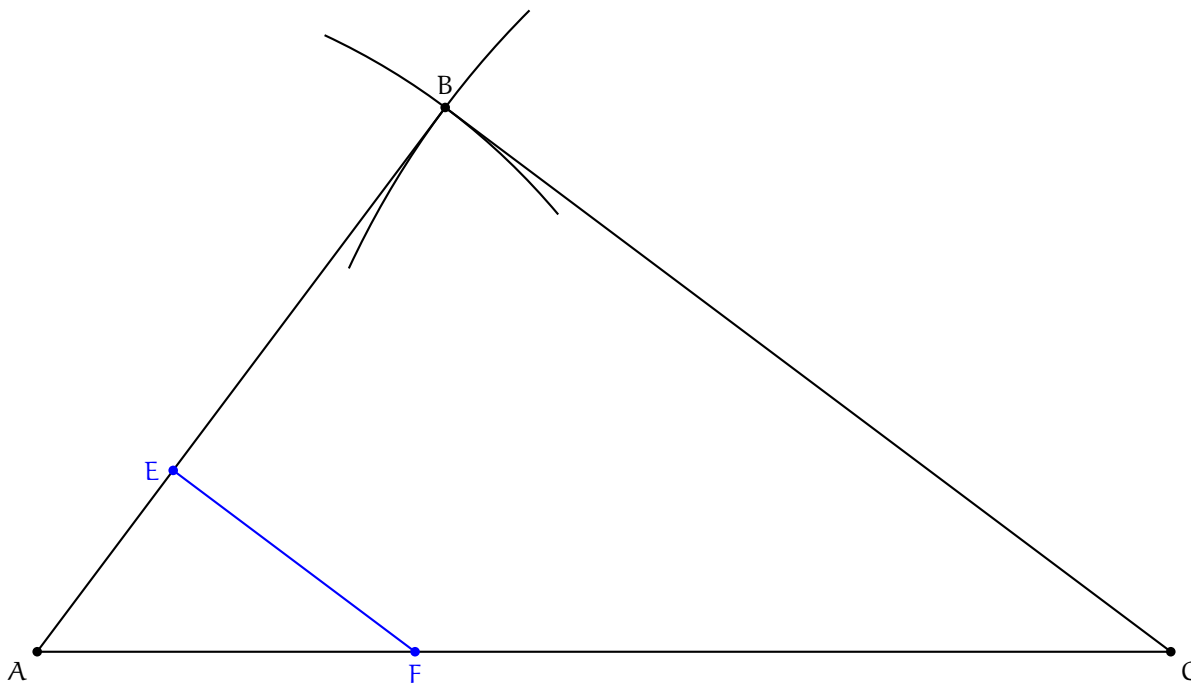
1. a) Le plus long des trois côtés du triangle ABC est [AC].

$$AC^2 = 15^2 = 225 \text{ et } AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225. \text{ Ainsi, } AC^2 = AB^2 + BC^2.$$

D'après la réciproque du théorème de PYTHAGORE, le triangle ABC est rectangle en B.

Le triangle ABC est rectangle en B.

b)



2. a) Voir ci-dessus.

b) On applique la réciproque du théorème de THALÈS dans le triangle ABC.

- Le point E appartient au segment [AB] et le point F appartient au segment [AC].
- $\frac{AE}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  et  $\frac{AF}{AC} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ . Donc  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ .

D'après la réciproque du théorème de THALÈS, la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

La droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

3. Notons  $\mathcal{A}$  l'aire du triangle ABC exprimée en  $\text{cm}^2$ .

La droite (EF) est parallèle à la droite (BC) et la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (AB). Donc la droite (EF) est perpendiculaire à la droite (AB) ou encore le triangle AEF est rectangle en E.

Nous savons déjà que  $AE = \frac{1}{3}AB$ .

De plus, puisque la droite (EF) est parallèle à la droite (BC), le théorème de THALÈS nous permet d'affirmer que

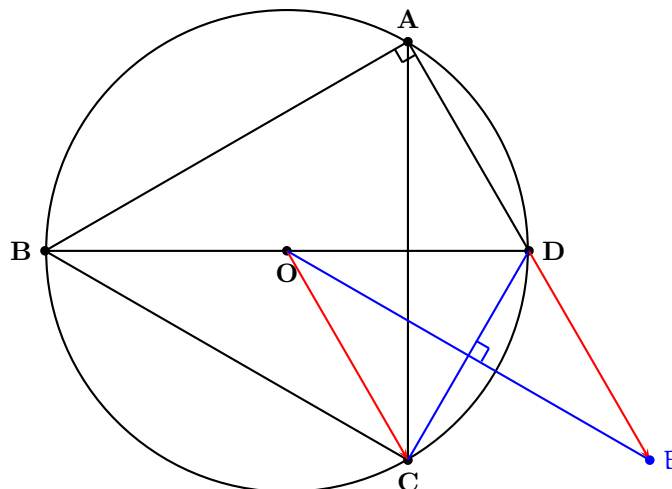
$$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3} \text{ et donc que } EF = \frac{1}{3} \times BC.$$

Finalement,

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{1}{2} \times AE \times EF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times AB \times \frac{1}{3} \times BC = \frac{1}{18} \times AB \times BC = \frac{1}{18} \times 9 \times 12 \\ &= \frac{1}{2 \times 9} \times 9 \times 2 \times 6 = 6. \end{aligned}$$

L'aire du triangle AEF est 6 cm<sup>2</sup>.

**Exercice 2 : (5 points)**



1. Le point A est sur le cercle de diamètre [BD] et n'est ni B, ni D. Donc, le triangle ABD est rectangle en A.

Le triangle ABD est rectangle en A.

2. Le triangle ABC est équilatéral. Donc, la demi-droite [BD) est la bissectrice de l'angle  $\widehat{ABC}$ . On en déduit que

$$\widehat{DBA} = \frac{1}{2} \widehat{CBA} = \frac{1}{2} 60^\circ = 30^\circ.$$

La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ . Or, dans le triangle ABD, on a  $\widehat{DBA} = 30^\circ$  et  $\widehat{DAB} = 90^\circ$ . Donc,

$$\widehat{ADB} = 180^\circ - \widehat{DBA} - \widehat{DAB} = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ.$$

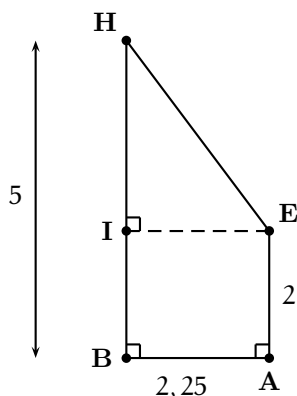
$\widehat{ADB} = 60^\circ.$

3. Puisque le point E est l'image du point D par la translation de vecteur  $\overrightarrow{OC}$ , le quadrilatère ODEC est un parallélogramme. De plus, les points D et C sont sur un même cercle de centre O et donc  $OD = OC$ . Ainsi, le parallélogramme ODEC a deux côtés consécutifs de même longueur et donc ce quadrilatère est un losange. On en déduit que les diagonales [OE] et [DC] sont perpendiculaires.

Les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires.

**PROBLEME (12 points)**

**PARTIE I**



1. Le quadrilatère AEIB a au moins trois angles droits. Ce quadrilatère est donc un rectangle. On en déduit que  $BI = AE = 2$ . Par suite,  $HI = HB - IB = 5 - 2 = 3$ .

$HI = 3.$

2. On applique le théorème de PYTHAGORE dans le triangle HIE rectangle en I.

$$HE^2 = HI^2 + IE^2 = 3^2 + 2,25^2 = 9 + 5,0625 = 14,0625,$$

et donc

$$HE = \sqrt{14,0625} = 3,75.$$

$HE = 3,75.$

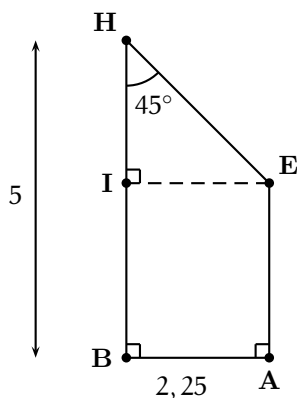
3. Le triangle HIE est rectangle en I. Donc

$$\cos \widehat{IHE} = \frac{HI}{HE} = \frac{3}{3,75} = 0,8.$$

La machine fournit alors  $\widehat{IHE} = 37^\circ$  arrondi au degré.

$\widehat{IHE} = 37^\circ$  arrondi au degré.

**PARTIE II**



1.  $\widehat{HEI} = 180^\circ - \widehat{IHE} - \widehat{HIE} = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$ . On en déduit que  $\widehat{IHE} = \widehat{HEI}$ . Donc, le triangle HIE est isocèle en I.

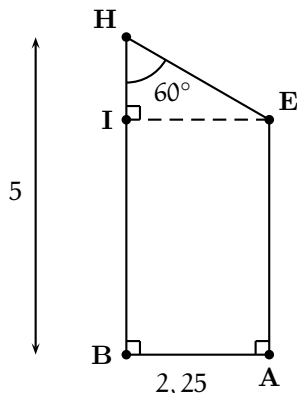
Le triangle HIE est isocèle et rectangle en I.

2. Puisque le triangle HIE est isocèle en I, on a  $HI = IE = 2,25$ . Puisque le quadrilatère AEIB est un rectangle, on a alors

$$AE = BI = BH - HI = 5 - 2,25 = 2,75.$$

$$HI = 2,25 \text{ et } AE = 2,75.$$

### PARTIE III



F

1. Le triangle HIE est rectangle en I. Donc  $\tan \widehat{IHE} = \frac{IE}{HI}$ . On en déduit que

$$HI = \frac{IE}{\tan \widehat{IHE}} = \frac{2,25}{\tan 60^\circ} = 1,30 \text{ m arrondi au cm.}$$

$$HI = 1,3 \text{ m arrondi au cm.}$$

2.  $AE = BI = BH - HI = 5 - \frac{2,25}{\tan 60^\circ} = 3,7 \text{ m arrondi au cm.}$

$$AE = 3,7 \text{ m arrondi au cm.}$$

### PARTIE IV

Sur le graphique de la page suivante, on voit que pour un angle compris entre approximativement  $48^\circ$  et  $57^\circ$ , la longueur AE est comprise entre 3 m et 3,5 m. Donc, une mesure possible de l'angle  $\widehat{IHE}$  est  $50^\circ$ .

Pour un angle  $\widehat{IHE}$  égal à  $50^\circ$ , la longueur AE est comprise entre 3 m et 3,5 m.

