Brevet - Session 2006

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (3 points)

1.

$$\begin{aligned} A &= \frac{3-\dfrac{2}{3}}{\dfrac{4}{3}\times 7} = \frac{\dfrac{9}{3}-\dfrac{2}{3}}{\dfrac{4\times 7}{3}} = \frac{\dfrac{9-2}{3}}{\dfrac{4\times 7}{3}} \\ &= \frac{\dfrac{7}{3}}{\dfrac{4\times 7}{3}} = \frac{7}{3}\times\frac{3}{4\times 7} = \frac{7\times 3}{3\times 4\times 7} \\ &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

$$\boxed{A = \frac{1}{4}.}$$

2.

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12} = \sqrt{3\times 10^2} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3\times 2^2} \\ &= \sqrt{10^2}\times\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\times\sqrt{2^2}\times\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\times 2\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\boxed{B = 12\sqrt{3}.}$$

3.

$$\begin{aligned} C &= \frac{49\times 10^3\times 6\times 10^{-10}}{14\times 10^{-2}} = \frac{49\times 6}{14}\times\frac{10^3\times 10^{-10}}{10^{-2}} \\ &= \frac{7\times 7\times 2\times 3}{2\times 7}\times 10^{3+(-10)-(-2)} = 3\times 7\times 10^{-5} \\ &= 21\times 10^{-5} = 2,1\times 10^1\times 10^{-5} = 2,1\times 10^{-4}. \end{aligned}$$

$$\boxed{C = 2,1\times 10^{-4}.}$$

Exercice 2 : (5 points)

1.

$$\begin{aligned} (2x-3)(5-x) &= (2x)\times 5 - (2x)\times x - 3\times 5 + 3\times x = 10x - 2x^2 - 15 + 3x = -2x^2 + 10x + 3x - 15 \\ &= -2x^2 + 13x - 15. \end{aligned}$$

et

$$(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2\times(2x)\times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9,$$

Donc

$$\begin{aligned} D &= (2x-3)(5-x) + (2x-3)^2 = (-2x^2+13x-15) + (4x^2-12x+9) \\ &= -2x^2 + 4x^2 + 13x - 12x - 15 + 9 = 2x^2 + x - 6. \end{aligned}$$

$$\boxed{D = 2x^2 + x - 6.}$$

2.

$$\begin{aligned} D &= (2x-3)(5-x) + (2x-3)^2 = (2x-3)(5-x) + (2x-3)(2x-3) \\ &= (2x-3)\left[(5-x)+(2x-3)\right] = (2x-3)(5-x+2x-3) = (2x-3)(x+2). \end{aligned}$$

$$\boxed{D = (2x-3)(x+2).}$$

3. $(2x-3)(x+2) = 0$ équivaut à $2x-3=0$ ou $x+2=0$. L'équation $2x-3=0$ admet pour solution $x = \dfrac{3}{2}$ et l'équation $x+2=0$ admet pour solution $x=-2$. Donc

$$\boxed{\text{l'équation } (2x-3)(x+2)=0 \text{ admet deux solutions, les nombres } \frac{3}{2} \text{ et } -2.}$$

Exercice 3 : (4 points)

1. Les systèmes suivants ont les mêmes solutions :

$$\left\{\begin{array}{l} 6x+5y=57 \\ 3x+7y=55,5 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 6x+5y=57 \\ 6x+14y=111 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 6x+5y=57 \\ (6x+14y)-(6x+5y)=111-57 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 6x+5y=57 \\ 9y=54 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} y=6 \\ 6x+5\times 6=57 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} y=6 \\ x=\dfrac{57-30}{6} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} x=4,5 \\ y=6 \end{array}\right.$$

$$\boxed{\text{le système proposé admet pour solutions } x=4,5 \text{ et } y=6.}$$

2. Notons x le prix d'une boîte en euros et y le prix d'un album en euros.
Léa achète 6 boîtes et 5 albums pour un total de 57€. Donc $6x+5y=57$.
Hugo achète 3 boîtes et 7 albums pour un total de 55,5€. Donc $3x+7y=55,5$.
Les nombres x et y sont les solutions du système de la première question et donc

$$\boxed{\text{une boîte coûte } 4,50\text{€ et un album coûte } 6\text{€.}}$$

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

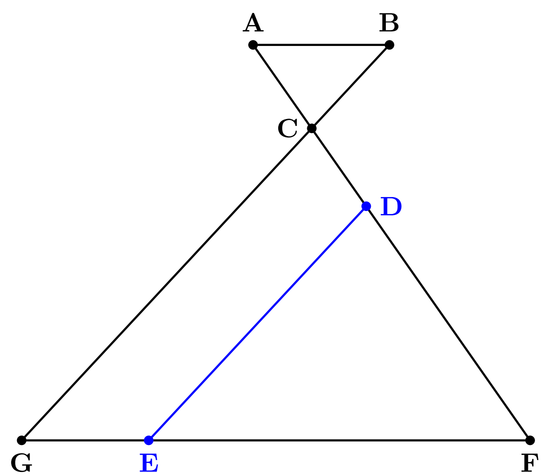
Exercice 1 : (4 points)

1. Les droites (AB) et (FG) sont parallèles et le point C est sur les segments $[AF]$ et $[BG]$.
D'après le théorème de THALÈS, on a

$$\frac{CA}{CF} = \frac{AB}{FG},$$

et donc $CA = \frac{AB}{FG} \times CF = \frac{3}{11,2} \times 8,4 \text{ cm} = 2,25\text{cm}$.

$$\boxed{CA = 2,25\text{cm}.}$$



2. Dans le triangle FCG, le point D est sur le segment $[FC]$ et le point E est sur le segment $[FG]$. De plus,

$$\frac{FD}{FC} = \frac{6,3}{8,4} = 0,75,$$

et

$$\frac{FE}{FG} = \frac{8,4}{11,2} = 0,75.$$

Donc, $\frac{FD}{FC} = \frac{FE}{FG}$. D'après la réciproque du théorème de THALÈS, on en déduit que les droites (GC) et (ED) sont parallèles.

$$\boxed{(GC)//(ED).}$$

Exercice 2 : (4,5 points)

1. Voir figure page suivante.

2. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a $\tan\widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$ et donc

$$BC = \tan\widehat{BAC} \times AC = 5 \times \tan 40° = 4,2 \text{ cm arrondi au millimètre.}$$

$$\boxed{BC = 4,2 \text{ cm arrondi au millimètre.}}$$

3. a) Puisque le triangle ABC est rectangle en C, le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC est le milieu de l'hypothénuse $[AB]$.

b) Voir figure page suivante.

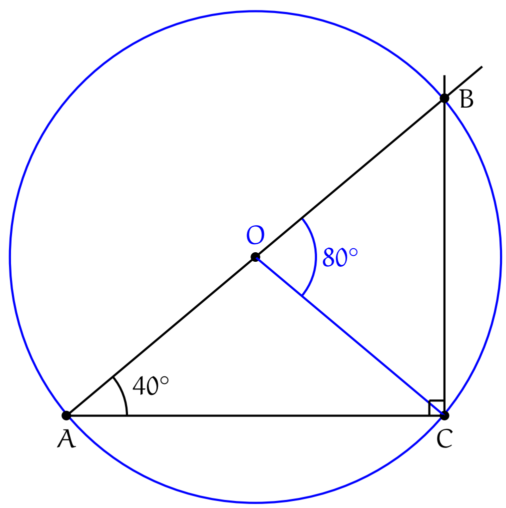
4. Dans le triangle ABC, on a

$$\widehat{ABC} = 180° - \widehat{BAC} - \widehat{BCA} = 180° - 40° - 90° = 50°.$$

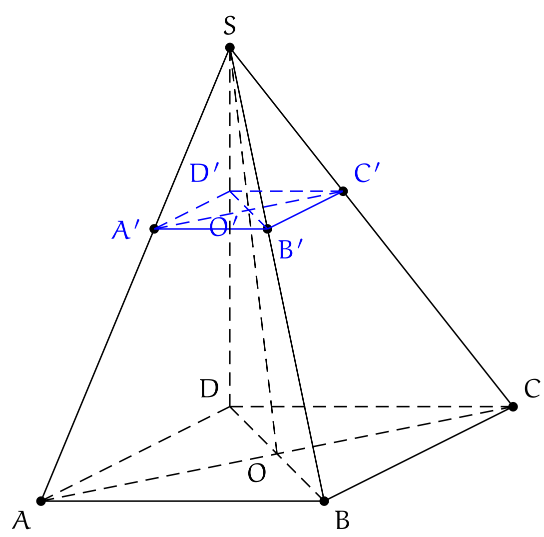
Puisque O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, on a $OB = OC$. On en déduit que le triangle OBC est isocèle en O. Par suite, $\widehat{OCB} = \widehat{OBC} = 50°$. Mais alors,

$$\widehat{BOC} = 180° - \widehat{OCB} - \widehat{OBC} = 180° - 2 \times 50° = 80°.$$

$$\boxed{\widehat{BOC} = 80°.}$$



Exercice 3 : (4 points)



1. $ABCD$ est un rectangle. Donc le triangle ABD est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, $BD^2 = AB^2 + AD^2$ et donc

$$AD^2 = BD^2 - AB^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16,$$

et donc, $AD = \sqrt{16} = 4$.

$$\boxed{AD = 4 \text{ cm.}}$$

2. Notons $\mathscr{V}$ le volume de la pyramide SABCD en cm^3, $\mathscr{A}$ l'aire de sa base ABCD et h sa hauteur. On sait que

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A} \times \mathsf{h} = \frac{1}{3} \times (\mathsf{AB} \times \mathsf{AD}) \times \mathsf{SO} = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 6 = 24 \text{ cm}^3.$$

Le volume de la pyramide SABCD est 24 cm^3.

3. a) On sait que la section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est de même nature que sa base et donc, la section $\mathsf{A'B'C'D'}$ obtenue est un rectangle.

b) Le rapport de la réduction est $\dfrac{\mathsf{SO'}}{\mathsf{SO}}$ ou encore, puisque $\mathsf{O'}$ est le milieu du segment $[\mathsf{SO}]$, le rapport de la réduction est $\dfrac{1}{2}$.

Le rapport de la réduction est $\dfrac{1}{2}$.

4. Notons $\mathscr{V}'$ le volume de la pyramide $\mathsf{SA'B'C'D'}$. Puisque le rapport de la réduction est $\dfrac{1}{2}$, on sait que $\dfrac{\mathscr{V}'}{\mathscr{V}} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3$. Donc

$$\mathscr{V}' = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \mathscr{V} = \frac{1^3}{2^3} \times 24 = \frac{1}{8} \times 24 = 3 \text{ cm}^3.$$

Le volume de la pyramide $\mathsf{SA'B'C'D'}$ est 3 cm^3.

PROBLEME (12 points)

1. Puisque Yann est adhérent au club des sports de la station, il bénéficie d'une réduction de 30% sur le prix de chaque journée de ski. Or, $\frac{30}{100} \times 20 = 6$ et donc Yann bénéficie d'une réduction de 6 € sur le prix de chaque journée de ski. Puisque $20 - 6 = 14$, une journée de ski ne lui coûte plus que 14 €.

2. • Si Yann effectue 8 journées de ski
- avec le tarif A, il paye 8×20 € ou encore il paye 160 €.
- avec le tarif B, il paye $60 + 8 \times 14$ € ou encore il paye 172 €.

• Si Yann paye 220 €avec le tarif A, il a effectué $\frac{220}{20}$ journées de ski ou encore 11 journées de ski. Avec le tarif B, il paye alors $60 + 11 \times 14$ € ou encore il paye 214 €.

Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	11
Coût en euros avec le tarif A	100	160	220
Coût en euros avec le tarif B	130	172	214

3. On note x le nombre de journées de ski durant la saison 2004-2005.

a) Un utilisateur ayant choisi le tarif A paye $20 \times x$ €.

b) Un utilisateur ayant choisi le tarif B paye $60 + 14 \times x$ €.

4. Notons x le nombre de jours où Yann a skié. Puisque Yann est adhérent au club, il a dépensé au total $14x + 60$ €. Comme on sait d'autre part qu'il a dépensé 242 €, on a donc $14x + 60 = 242$.
Maintenant, les équations suivantes ont la même solution.

$$14x + 60 = 242$$
$$14x = 242 - 60$$
$$14x = 182$$
$$x = \frac{182}{14}$$
$$x = 13.$$

Yann a skié 13 jours.

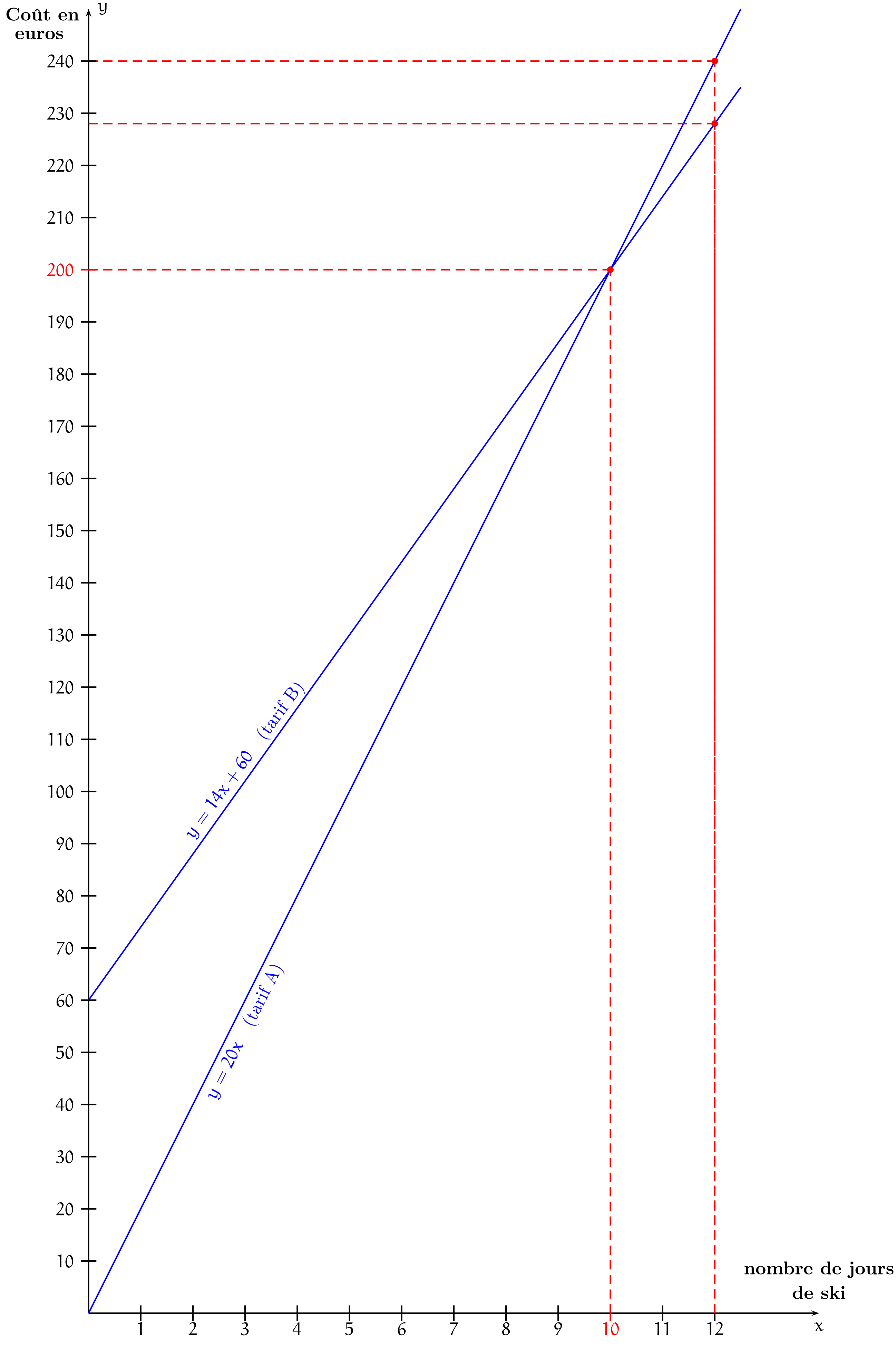
5. Représentation graphique des fonctions f et g. Voir page suivante.

6. a) Sur le graphique de la page suivante, on voit que si Léa skie 12 jours, le tarif le plus intéressant pour elle est le tarif B.
Dans ce cas, elle paiera $14 \times 12 + 60$ € ou encore elle paiera 228 €.

Pour 12 jours de ski, le tarif B est plus avantageux et le coût correspondant est de 228 €.

b) Sur le graphique de la page suivante, on voit que les tarifs A et B sont égaux quand on skie 10 jours.
Dans ce cas, le coût est de 20×10 € ou encore de 200 €.

Pour 10 jours de ski, les tarifs A et B sont égaux et le coût correspondant est de 200 €.


Coût en euros
y
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
$y = 14x + 60$ (tarif B)
$y = 20x$ (tarif A)
nombre de jours de ski
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
x