Brevet - Session 2005

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

1.

$$A = \frac{13}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{13}{3} - \frac{2 \times 2 \times 5}{3 \times 2} = \frac{13}{3} - \frac{2 \times 5}{3} = \frac{13}{3} - \frac{10}{3}$$
$$= \frac{3}{3} = 1.$$

$$\boxed{A = 1.}$$

2.

$$B = \frac{7 \times 10^{15} \times 8 \times 10^{-8}}{5 \times 10^{-4}} = \frac{7 \times 8}{5} \times \frac{10^{15} \times 10^{-8}}{10^{-4}}$$
$$= 11,2 \times 10^{15+(-8)-(-4)} = 11,2 \times 10^{11}$$
$$= 1,12 \times 10^{1} \times 10^{11} = 1,12 \times 10^{12}.$$

$$\boxed{B = 1,12 \times 10^{12}.}$$

3.

$$\begin{aligned} C &= 4\sqrt{7} - 8\sqrt{28} + \sqrt{700} \\ &= 4\sqrt{7} - 8\sqrt{2^2 \times 7} + \sqrt{10^2 \times 7} \\ &= 4\sqrt{7} - 8 \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{7} + \sqrt{10^2} \times \sqrt{7} \\ &= 4\sqrt{7} - 8 \times 2 \times \sqrt{7} + 10 \times \sqrt{7} \\ &= 4\sqrt{7} - 16\sqrt{7} + 10\sqrt{7} \\ &= -2\sqrt{7}. \end{aligned}$$

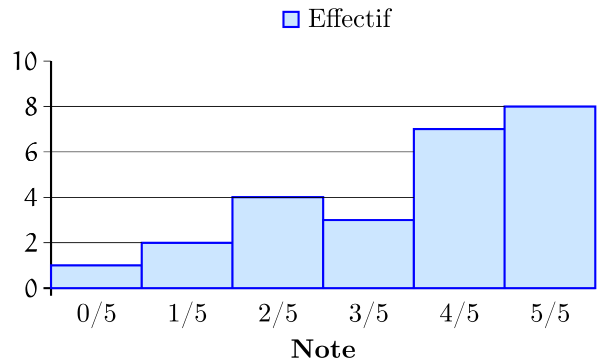
$$\boxed{C = -2\sqrt{7}.}$$

4.

$$(4\sqrt{5}+2)^2 = (4\sqrt{5})^2 + 2 \times (4\sqrt{5}) \times 2 + 2^2 = 16 \times 5 + 16\sqrt{5} + 4 = 84 + 16\sqrt{5}.$$

$$\boxed{(4\sqrt{5}+2)^2 = 84 + 16\sqrt{5}.}$$

Exercice 2 : (3 points)



1.

Note	0	1	2	3	4	5
Effectif	1	2	4	3	7	8
Effectif cumulé croissant	1	3	7	10	17	25

2.

$$\frac{1\times 0+2\times 1+4\times 2+3\times 3+7\times 4+8\times 5}{25}=\frac{2+8+9+28+40}{25}=\frac{87}{25}=3,48.$$

$$\boxed{\text{La moyenne des notes de la classe est } 3,48.}$$

3. La médiane des notes de la classe est la 13 ème note dans l'ordre croissant car elle partage l'effectif total des 25 notes en deux parties ayant un même effectif de 12 notes. Le tableau de la question 1. nous montre que 10 notes sont inférieures ou égales à 3 et 17 notes sont inférieures ou égales à 4. La 13 ème note est donc un 4.

$$\boxed{\text{La médiane des notes de la classe est } 4.}$$

4. Le tableau de la question 1. nous montre que 10 notes sont inférieures ou égales à 3. La fréquence de ces notes est donc $\frac{10}{25}$ ou encore $0,4$.

$$\boxed{\text{La fréquence des notes inférieures ou égales à 3 points est } 0,4.}$$

Exercice 3 : (2 points)

1. $A=3,559\ldots$ et donc

$$\boxed{A=3,56 \text{ arrondi au centième.}}$$

2. Il s'agit de convertir 0,7 heure en minutes. Une heure est égale à 60 minutes et donc 0,7 heure est égale à $0,7\times 60$ minutes ou encore 42 minutes.

$$\boxed{3,7 \text{ h} = 3 \text{ h } 42 \text{ min.}}$$

3. $B=\dfrac{\frac{53}{51}-\frac{32}{85}}{\frac{63}{34}}=0,3576\ldots$ et donc

$$\boxed{B=0,358 \text{ arrondi au millième.}}$$

4. $C=\sqrt{\dfrac{83+167}{158}}=1,25\ldots$ et donc

$$\boxed{C=1,25 \text{ à 0,01 près (ou aussi } 1,26 \text{ à } 0,01 \text{ près).}}$$

Exercice 4 : (3 points)

1. Déterminons le PGCD de 6209 et 4435 par l'algorithme d'Euclide.

$$
\begin{aligned}
6209 &= 1 \times 4435 + 1774 \\
4435 &= 2 \times 1774 + 887 \\
1774 &= 2 \times 887 + 0.
\end{aligned}
$$

On sait alors que le PGCD de 6209 et 4435 est le dernier reste non nul c'est-à-dire 887.

le PGCD de 6209 et 4435 est 887.

2. Le numérateur et le dénominateur de la fraction $\dfrac{4435}{6209}$ sont des multiples de 887 et donc cette fraction n'est pas irréductible.

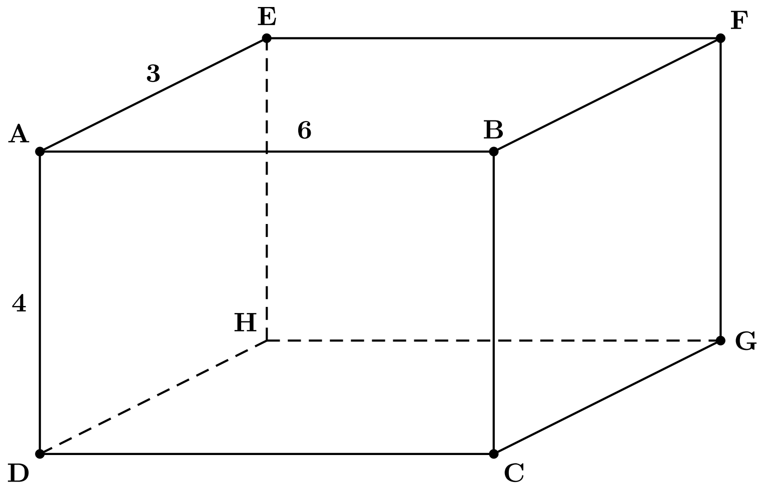
3. On obtient la fraction irréductible égale à $\dfrac{4435}{6209}$ en simplifiant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par leur PGCD 887.

$$\frac{4435}{6209} = \frac{5 \times 887}{7 \times 887} = \frac{5}{7}.$$

La fraction irréductible égale à $\dfrac{4435}{6209}$ est $\dfrac{5}{7}$.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (5 points)



1. a) Puisque ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle, la face ABFE est un rectangle. On en déduit que les droites (AE) et (AB) sont perpendiculaires.

$\boxed{\text{Les droites (AE) et (AB) sont perpendiculaires.}}$

b) La droite (AB) est contenue dans le plan de la face ABCD et la droite (EH) est contenue dans le plan de la face EFGH. Ces deux faces sont strictement parallèles et n'ont donc pas de point commun. On en déduit que les droites (AB) et (EH) n'ont pas de point commun et ne sont donc pas sécantes.

$\boxed{\text{Les droites (AB) et (EH) ne sont pas sécantes.}}$

2. a) Le triangle EFG est rectangle en F avec $EF = AB = 6$ et $FG = AD = 4$. D'après le théorème de Pythagore, on a alors

$$EG^2 = EF^2 + FG^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52,$$

et donc $EG = \sqrt{52}$.

$$\boxed{EG = \sqrt{52}.}$$

b) Le triangle EGC rectangle en G d'après l'énoncé. D'après le théorème de Pythagore, on a alors

$$EC^2 = EG^2 + GC^2 = 52 + 3^2 = 52 + 9 = 61,$$

et donc $EC = \sqrt{61}$.

$$\boxed{EC = \sqrt{61}.}$$

3. Le volume de ABCDEFGH est égal à $AB \times AD \times AE$ m^3 ou encore $3 \times 4 \times 6$ m^3 ou enfin 72 m^3.

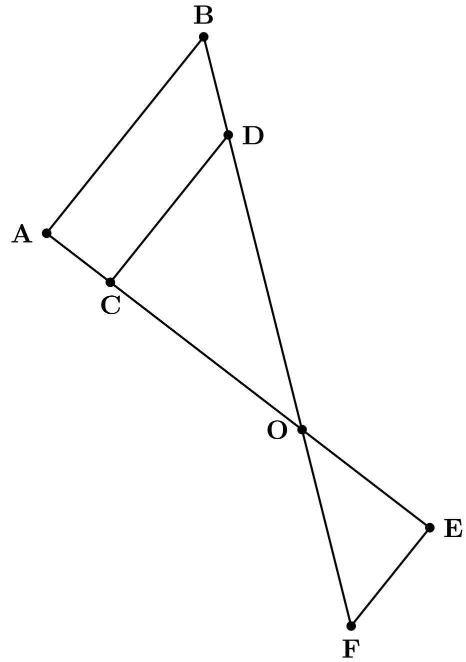
$\boxed{\text{Le volume de ABCDEFGH est égal à 72 m}^3.}$

4. L'aire commune des rectangles ABFE et DCGH est égale à 6×3 m^2 ou encore 18 m^2.
L'aire commune des rectangles ADHE et BCGF est égale à 4×3 m^2 ou encore 12 m^2.
L'aire commune des rectangles ABCD et EFGH est égale à 6×4 m^2 ou encore 24 m^2.

L'aire totale de ABCDEFGH est donc égale à $2 \times (18 + 12 + 24)$ m^2 ou encore à 108 m^2.

$\boxed{\text{L'aire totale de ABCDEFGH est égal à 108 m}^2.}$

Exercice 2 : (3 points)



1. Le point C est sur le segment $[\mathsf{OA}]$, le point D est sur le segment $[\mathsf{OB}]$ et la droite (CD) est parallèle à la droite (AB). D'après le théorème de Thales, on a $\dfrac{\mathsf{OD}}{\mathsf{OB}} = \dfrac{\mathsf{OC}}{\mathsf{OA}}$ et donc

$$\mathsf{OD} = \frac{\mathsf{OC}}{\mathsf{OA}} \times \mathsf{OB} = \frac{3}{3,5} \times 4,9 = 4,2.$$

De même $\dfrac{\mathsf{AB}}{\mathsf{CD}} = \dfrac{\mathsf{OA}}{\mathsf{OC}}$ et donc

$$\mathsf{AB} = \frac{\mathsf{OA}}{\mathsf{OC}} \times \mathsf{CD} = \frac{3,5}{3} \times 1,8 = 2,1.$$

$$\boxed{\mathsf{OD} = 4,2 \text{ et } \mathsf{AB} = 2,1.}$$

2. Le point O est commun aux segments $[\mathsf{AE}]$ et $[\mathsf{BF}]$. De plus,

$$\frac{\mathsf{OA}}{\mathsf{OE}} = \frac{3,5}{2} = 1,75,$$

et

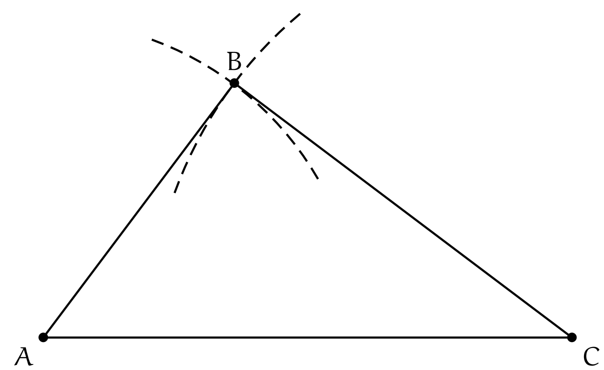
$$\frac{\mathsf{OB}}{\mathsf{OF}} = \frac{4,9}{2,8} = 1,75.$$

Donc, $\dfrac{\mathsf{OA}}{\mathsf{OE}} = \dfrac{\mathsf{OB}}{\mathsf{OF}}$ et d'après la réciproque du théorème de Thales,

$$\boxed{\text{les droites (EF) et (AB) sont parallèles.}}$$

Exercice 3 : (4 points)

1.



2. $BA^2 + BC^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$ et $AC^2 = 7^2 = 49$. Donc $BA^2 + BC^2 = AC^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

le triangle ABC est rectangle en B.

3. Notons $\mathscr{P}$ le périmètre de ABC exprimé en cm et $\mathscr{A}$ son aire exprimée en cm^2.

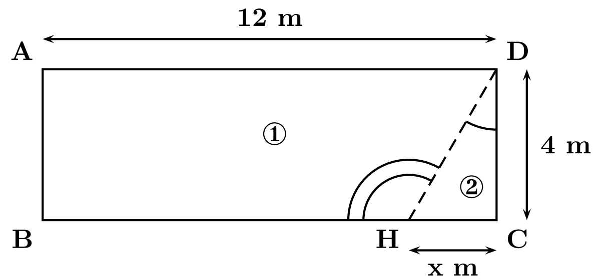
$$\mathscr{P} = AB + AC + BC = 4,2 + 5,6 + 7 = 16,8 \text{ cm}.$$

Ensuite, puisque le triangle ABC est rectangle en B,

$$\mathscr{A} = \frac{BA \times BC}{2} = \frac{4,2 \times 5,6}{2} = 11,76 \text{ cm}^2.$$

Le périmètre de ABC est $16,8$ cm et l'aire de ABC est $11,76$ cm^2.

PROBLEME (12 points)



Partie I : (3 points)

1. Le triangle HDC est rectangle en C. D'après le théorème de PYTHAGORE, on a

$$HD^2 = HC^2 + CD^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25,$$

et donc $HD = \sqrt{25} = 5$ m.

$$\boxed{\text{Quand } x = 3 \text{ cm, la longueur de la cloison est 5 m.}}$$

2. Le triangle HCD est rectangle en C. Donc,

$$\cos \widehat{HDC} = \frac{DC}{HD} = \frac{4}{5} = 0,8,$$

puis $\widehat{HDC} = 37°$ au degré près.

$$\boxed{\text{Quand } x = 3 \text{ cm, } \widehat{HDC} = 37° \text{ au degré près.}}$$

3. Le triangle HCD est rectangle en C donc $\widehat{CHD} + \widehat{CDH} = 90°$ puis

$$\widehat{CHD} = 90 - \widehat{CDH} = 90° - 37° = 53° \text{ au degré près.}$$

Enfin, l'angle $\widehat{BHC}$ est un angle plat et donc $\widehat{DHB} + \widehat{CHD} = 180°$ puis

$$\widehat{DHB} = 180 - \widehat{CHD} = 180° - 53° = 127° \text{ au degré près.}$$

$$\boxed{\text{Quand } x = 3 \text{ cm, } \widehat{DHB} = 127° \text{ au degré près.}}$$

Partie II : (6 points)

1. a) La surface au sol du cagibi ② exprimée en m^2 est

$$f(x) = \frac{CH \times CD}{2} = \frac{x \times 4}{2} = 2x.$$

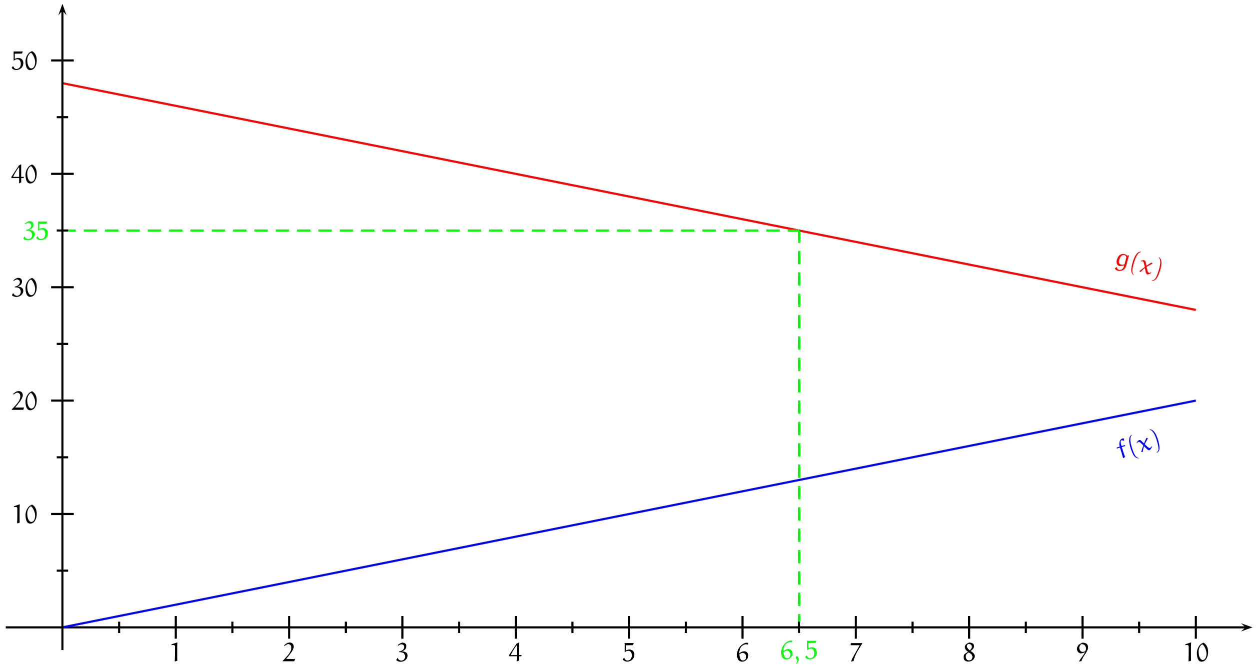
$$\boxed{f(x) = 2x.}$$

b) Le rectangle ABCD a une aire de 4×12 m^2 ou encore 48 m^2. La surface au sol du séjour ① exprimée en m est la différence entre l'aire du rectangle ABCD et l'aire du cagibi ②. Cette surface au sol est donc $g(x) = 48 - 2x$.

$$\boxed{g(x) = 48 - 2x.}$$

2. a) La fonction f est une fonction affine et même une fonction linéaire. La fonction g est une fonction affine.

b) Représentations graphiques des fonctions f et g.



3. a) La valeur maximale de x pour que la surface minimale du séjour soit 35 m^2 est $6,5$ m.

b) La surface du séjour est $48 - 2x$ m^2. Cette surface doit être supérieure ou égale à 35 m^2. L'inéquation à résoudre est donc $48 - 2x \geq 35$.

c) Résolvons cette inéquation :

$$\begin{array}{l} 48 - 2x \geq 35 \\ 48 - 35 \geq 2x \\ 13 \geq 2x \\ \dfrac{13}{2} \geq x \text{ (car } 2 > 0) \\ x \leq 6,5 \end{array}$$

et on retrouve le résultat obtenu graphiquement : la valeur maximale de x est $6,5$.

Partie III : (3 points)

1. « échelle 1/200 » signifie que les longueurs sur la maquette sont obtenues en multipliant les longueurs réelles par $\dfrac{1}{200}$.

2. $\dfrac{1}{200} \times 12 = 0,06$ et donc, sur la maquette, la longueur du mur de 12 m sera de $0,06$ m ou encore de 6 cm.

3. On sait que les aires sont multipliées par le carré de l'échelle. Or,

$$\left(\frac{1}{200}\right)^2 \times 48 = \frac{48}{40000} = 0,0012.$$

La surface du sol du séjour dans la maquette est donc de $0,012$ m^2 ou encore, comme 1 m^2 est égal à 10000 cm^2, de 120 cm^2.

4. On sait que le volume du séjour de la maquette en cm^3 est obtenu en multipliant le volume réel du séjour en cm^3 par le cube de l'échelle c'est-à-dire en multipliant par $\left(\dfrac{1}{200}\right)^3 = \dfrac{1}{200^3}$. Donc le volume réel du séjour en cm^3 est obtenu en divisant par $\dfrac{1}{200^3}$ ou encore en multipliant par 200^3 le volume du séjour de la maquette en cm^3.

$$200^3 \times 13,25 = 8 \times 10^6 \times 13,25 = 106 \times 10^6.$$

Le volume réel du séjour est donc 106×10^6 cm^3 c'est-à-dire 106 millions de cm^3 ou encore, comme 1 m^3 est égal à 10^6 cm^3, le volume réel du séjour est 106 m^3.