

### EXERCICE 3 (5 points )

(Commun à tous les candidats)

On dispose de deux urnes  $U_1$  et  $U_2$ .

L'urne  $U_1$  contient 4 jetons numérotés de 1 à 4.

L'urne  $U_2$  contient 4 boules blanches et 6 boules noires.

Un jeu consiste à tirer un jeton de l'urne  $U_1$ , à noter son numéro, puis à tirer simultanément de l'urne  $U_2$  le nombre de boules indiqué par le jeton.

On considère les événements suivants :

$J_1$  « le jeton tiré de l'urne  $U_1$  porte le numéro 1 »

$J_2$  « le jeton tiré de l'urne  $U_1$  porte le numéro 2 »

$J_3$  « le jeton tiré de l'urne  $U_1$  porte le numéro 3 »

$J_4$  « le jeton tiré de l'urne  $U_1$  porte le numéro 4 »

$B$  « toutes les boules tirées de l'urne  $U_2$  sont blanches »

On donnera tous les résultats sous la forme d'une fraction irréductible sauf dans la question 4.b) où une valeur arrondie à  $10^{-2}$  suffit.

1. Calculer  $p_{J_1}(B)$ , probabilité de l'événement  $B$  sachant que l'événement  $J_1$  est réalisé. Calculer de même la probabilité  $p_{J_2}(B)$ .  
On admet dans la suite les résultats suivants :

$$p_{J_3}(B) = \frac{1}{30} \quad \text{et} \quad p_{J_4}(B) = \frac{1}{210}.$$

2. Montrer que  $p(B)$ , probabilité de l'événement  $B$ , vaut  $\frac{1}{7}$ . On pourra s'aider d'un arbre de probabilités.
3. On dit à un joueur que toutes les boules qu'il a tirées sont blanches. Quelle est la probabilité que le jeton tiré porte le numéro 3 ?
4. On joue 10 fois de suite à ce jeu. Chacune des parties est indépendante des précédentes. On note  $N$  la variable aléatoire prenant comme valeur le nombre de parties où toutes les boules tirées sont blanches.
  - a) Quelle est la probabilité suivie par la variable aléatoire  $N$  ?
  - b) Calculer la probabilité de l'événement ( $N = 3$ ).