

EXERCICE 2 (4 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Une salle informatique d'un établissement scolaire est équipée de 25 ordinateurs dont 3 sont défectueux. Tous les ordinateurs ont la même probabilité d'être choisis.

On choisit au hasard deux ordinateurs de cette salle.

Quelle est la probabilité que ces deux ordinateurs soient défectueux ?

Partie B

La durée de vie d'un ordinateur (c'est-à-dire la durée de fonctionnement avant la première panne), est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.

Ainsi, pour tout réel t positif, la probabilité qu'un ordinateur ait une durée de vie inférieure à t

années, notée $p(X \leq t)$, est donnée par : $p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$.

1. Déterminer λ sachant que $p(X > 5) = 0,4$.
2. Dans cette question, on prendra $\lambda = 0,18$.

Sachant qu'un ordinateur n'a pas eu de panne au cours des 3 premières années, quelle est, à 10^{-3} près, la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 5 ans ?

3. Dans cette question, on admet que la durée de vie d'un ordinateur est indépendante de celle des autres et que $p(X > 5) = 0,4$.
 - a) On considère un lot de 10 ordinateurs.
Quelle est la probabilité que, dans ce lot, l'un au moins des ordinateurs ait une durée de vie supérieure à 5 ans ? On donnera une valeur arrondie au millième de cette probabilité.
 - b) Quel nombre minimal d'ordinateurs doit-on choisir pour que la probabilité de l'événement « l'un au moins d'entre eux a une durée de vie supérieure à 5 ans » soit supérieure à 0,999 ?