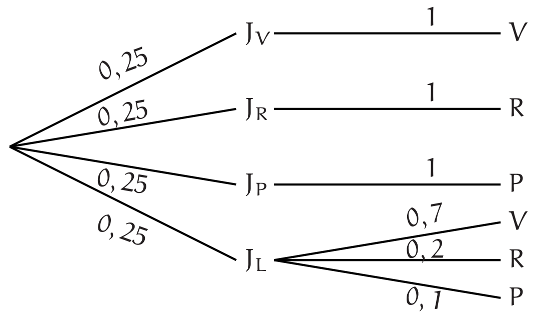
EXERCICE 2

1) Représentons la situation par un arbre. On note J_V (respectivement J_R, J_P, J_L) l'événement « le concurrent tire le jeton sur lequel figure la lettre V (respectivement R, P, L) ». On note aussi V (respectivement R, P) l'événement « le concurrent effectue le parcours en vélo (respectivement en roller, à pied) ».



2) La probabilité demandée est $p(V)$. D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned}p(V) &= p(J_V \cap V) + p(J_R \cap V) + p(J_P \cap V) + p(J_L \cap V)\\ &= p(J_V) \times p_{J_V}(V) + p(J_R) \times p_{J_R}(V) + p(J_P) \times p_{J_P}(V) + p(J_L) \times p_{J_L}(V)\\ &= 0,25 \times 1 + 0,25 \times 0 + 0,25 \times 0 + 0,25 \times 0,7 = 0,25 + 0,25 \times 0,7 = 0,425.\end{aligned}$$

$\boxed{\text{La probabilité qu'un concurrent effectue le trajet à vélo est } 0,425.}$

3) La probabilité demandée est $p_V(J_L)$.

$$p_V(J_L) = \frac{p(V \cap J_L)}{p(V)} = \frac{p(J_L) \times p_{J_L}(V)}{p(V)} = \frac{0,25 \times 0,7}{0,425} = \frac{0,175}{0,425} = \frac{175}{425} = \frac{7}{17}.$$

$\boxed{\text{La probabilité qu'un concurrent tire le jeton L sachant qu'il effectue le trajet à vélo est } \dfrac{7}{17}.}$

4) On note X le nombre de fois que le vainqueur est un « non cycliste ». Cette variable aléatoire suit un schéma de Bernoulli. En effet, on recommence 6 fois la même expérience de manière indépendante et à chaque expérience, on a deux éventualités « le vainqueur est un non cycliste » avec une probabilité $p = \dfrac{1}{3}$ et « le vainqueur est un cycliste » avec une probabilité $1 - p = \dfrac{2}{3}$.

La probabilité qu'au moins une fois le vainqueur soit un non cycliste est

$$p(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{6}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^6 = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6.$$

$\boxed{\text{La probabilité qu'au moins une fois le vainqueur soit un non cycliste est } 1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^6 = 0,91 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}}$