

BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2011

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

France métropolitaine

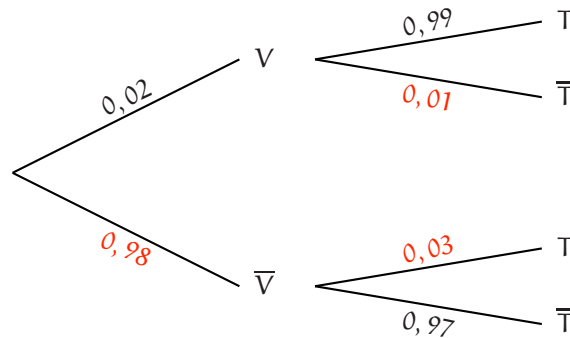
EXERCICE 1

PARTIE A

1) a) L'énoncé fournit directement

$$p(V) = 0,02, p_V(T) = 0,99 \text{ et } p_{\bar{V}}(\bar{T}) = 0,97.$$

Représentons la situation par un arbre.



b) On en déduit que $p(V \cap T) = p(V) \times p_V(T) = 0,02 \times 0,99 = 0,0198$.

$$p(V \cap T) = 0,0198.$$

2) La probabilité demandée est $p(T)$. D'après la formule des probabilités totales, $p(T) = p(T \cap V) + p(T \cap \bar{V})$. D'après la question précédente, $p(V \cap T) = 0,0198$ et d'autre part

$$p(T \cap \bar{V}) = p(\bar{V}) \times p_{\bar{V}}(T) = (1 - p(V))(1 - p_{\bar{V}}(\bar{T})) = (1 - 0,02)(1 - 0,97) = 0,98 \times 0,03 = 0,0294,$$

et donc $p(T) = 0,0198 + 0,0294 = 0,0492$.

$$p(T) = 0,0492.$$

3) a) La probabilité demandée est $p_T(V)$. Or,

$$p_T(V) = \frac{p(V \cap T)}{p(T)} = \frac{0,0198}{0,0492} = 0,402\dots$$

Donc $p_T(V) = 40,2\dots\%$ ou encore $p_T(V) = 40\%$ à 1% près ce qui justifie la phrase de l'énoncé.

b) La probabilité demandée est $p_{\bar{T}}(\bar{V})$. Or,

$$p_{\bar{T}}(\bar{V}) = \frac{p(\bar{V} \cap \bar{T})}{p(\bar{T})}.$$

Ensuite, d'après la formule des probabilités totales, $p(\bar{T}) = p(\bar{V} \cap \bar{T}) + p(V \cap \bar{T})$ et donc, d'après le calcul de la question 2),

$$p(\bar{V} \cap \bar{T}) = p(\bar{T}) - p(V \cap \bar{T}) = (1 - 0,0492) - 0,0294 = 0,9214$$

$$\text{puis } p_{\overline{V}} = \frac{0,9214}{1 - 0,0492} = 0,9691 \text{ arrondi à } 10^{-4}.$$

$$p_{\overline{V}} = 0,9691 \text{ arrondi à } 10^{-4}.$$

PARTIE B

- 1) La variable aléatoire X est régie par un schéma de BERNOULLI. En effet,
- 10 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
 - chaque expérience a deux issues : « la personne est contaminée par le virus » avec une probabilité $p = 0,02$ ou « la personne n'est pas contaminée par le virus » avec une probabilité $1 - p = 0,98$.
- La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,02$.
- 2) La probabilité demandée est $p(X \geq 2)$. Or,

$$\begin{aligned} p(X \geq 2) &= 1 - p(X = 0) - p(X = 1) = 1 - \binom{10}{0} \times 0,02^0 \times 0,98^{10} - \binom{10}{1} \times 0,02^1 \times 0,98^9 \\ &= 1 - 0,98^{10} - 10 \times 0,02 \times 0,98^9 = 0,0162 \text{ arrondi à } 10^{-4}. \end{aligned}$$

La probabilité qu'au moins deux personnes soient contaminées est 0,0162 arrondi à 10^{-4} .