EXERCICE 2

Partie I

1) A chaque lancer, la probabilité d'obtenir une face noire est $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Puisque les lancers sont effectués de manière indépendante, la probabilité d'obtenir deux faces noires c'est-à-dire une face noire à chaque lancer est $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.

$$\boxed{\text{La probabilité d'obtenir deux faces noires est } \frac{1}{9}.}$$

2) De même, la probabilité d'obtenir deux faces vertes est $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ et la probabilité d'obtenir deux faces rouges est $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Donc

$$p(C) = \frac{1}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{4} = \frac{4+1+9}{36} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}.$$

$$\boxed{p(C) = \frac{7}{18}.}$$

3) L'événement « les deux faces obtenues sont de couleurs différentes » est l'événement $\overline{C}$ et $p\left(\overline{C}\right) = 1 - p(C) = \frac{11}{18}$.

$$\boxed{p\left(\overline{C}\right) = \frac{11}{18}.}$$

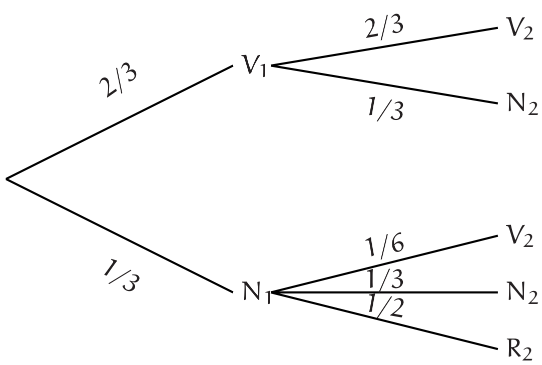
4) Notons V l'événement « les deux faces obtenues sont vertes ». La probabilité demandée est $p_C(V)$. Or

$$p_C(V) = \frac{p(V \cap C)}{p(C)} = \frac{p(V)}{p(C)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{7}{18}} = \frac{18}{7 \times 36} = \frac{1}{7 \times 2} = \frac{1}{14}.$$

$$\boxed{p_C(V) = \frac{1}{14}.}$$

Partie II

1) a) On note V_1, V_2, N_1, ..., les probabilités d'obtenir une face verte au premier lancer, au deuxième lancer, une face noire au premier lancer ... Représentons alors la situation par un arbre.



b) Puisqu'on a obtenu une face verte au premier lancer, on a relancé le dé B avec une probabilité $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ d'obtenir une face verte au deuxième lancer.

$$\boxed{p_{V_1}(V_2) = \frac{2}{3}.}$$

2) La probabilité demandée est $p\left(V_1 \cap V_2\right)$. Or

$$p\left(V_1 \cap V_2\right) = p(V_1) \times p_{V_1}(V_2) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}.$$

3) La probabilité demandée est $p(V_2)$. D'après la formule des probabilités totales, $p(V_2) = p(V_1 \cap V_2) + p(N_1 \cap V_2)$. On sait déjà que $p(V_1 \cap V_2) = \frac{4}{9}$. Ensuite,

$$p(N_1 \cap V_2) = p(N_1) \times p_{N_1}(V_2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}.$$

Finalement, $p(V_2) = \frac{4}{9} + \frac{1}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$.

La probabilité d'obtenir une face verte au deuxième lancer est $\frac{1}{2}$.

