BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2009

MATHEMATIQUES

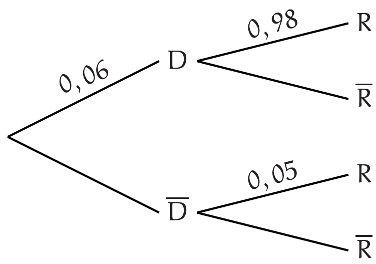
- Série S -

Enseignement Obligatoire

Polynésie

EXERCICE 1

1) Représentons la situation par un arbre.



2) a) La probabilité demandée est $p(D \cap \overline{R})$. Or

$$p(D \cap \overline{R}) = p(D) \times p_D(\overline{R}) = p(D) \times (1 - p_D(R)) = 0,06 \times 0,02 = 0,0012.$$

La probabilité que le lecteur soit défectueux et ne soit pas rejeté est $0,0012$.

b) La probabilité demandée est $p(R \cap \overline{D}) + p(\overline{R} \cap D)$. On a déjà $p(\overline{R} \cap D) = 0,0012$. Il manque

$$p(R \cap \overline{D}) = p(\overline{D}) \times p_{\overline{D}}(R) = (1 - p(D)) \times p_{\overline{D}}(R) = 0,94 \times 0,05 = 0,047,$$

et donc $p(R \cap \overline{D}) + p(\overline{R} \cap D) = 0,047 + 0,0012 = 0,0482$.

La probabilité qu'il y ait erreur de contrôle est $0,0482$.

3) La probabilité demandée est $p(\overline{R})$. D'après la formule des probabilités totales,

$$p(\overline{R}) = p(\overline{R} \cap D) + p(\overline{R} \cap \overline{D}) = 0,0012 + p(\overline{D}) \times p_{\overline{D}}(\overline{R}) = 0,0012 + 0,94 \times (1 - 0,05) = 0,8942.$$

La probabilité qu'un lecteur MP3 ne soit pas rejeté est $0,8942$.

4) a) Notons X le nombre de succès au cours des quatre contrôles. La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,

- 4 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « le lecteur n'est pas rejeté » avec une probabilité $p = 0,8942$ (d'après 3)) ou « le lecteur est rejeté » avec une probabilité $1 - p = 0,1058$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,8942$.

La variable aléatoire G prend 3 valeurs : $120 - 50 = 70$ euros, $60 - 50 = 10$ euros et -50 euros.

- $p(G = 70) = p(X = 4) = \binom{4}{4} \times 0,8942^4 \times 0,1058^0 = 0,8942^4 = 0,64$ à 10^{-2} près.
- $p(G = 10) = p(X = 3) = \binom{4}{3} \times 0,8942^3 \times 0,1058^1 = 4 \times 0,8942^3 \times 0,1058 = 0,30$ à 10^{-2} près.
- $p(G = -50) = 1 - p(G = 70) - p(G = 10) = 1 - 0,8942^4 - 4 \times 0,8942^3 \times 0,1058 = 0,06$ à 10^{-2} près.

Récapitulons ces résultats dans un tableau.

g_i	70	10	-50
$p(G = g_i)$	$0,64$	$0,30$	$0,06$

b) $E(G) = 70 \times p(G = 70) + 10 \times p(G = 10) - 50 \times p(G = -50)$ et donc

$$\begin{aligned} E(G) &= 70 \times 0,8942^4 + 10 \times 4 \times 0,8942^3 \times 0,1058 - 50 \times (1 - 0,8942^4 - 4 \times 0,8942^3 \times 0,1058) \\ &= 44,88 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.} \end{aligned}$$

Ceci signifie que chaque lecteur rapportera en moyenne $44,88$ euros.

