

EXERCICE 1

1) b)

2) d)

3) d)

Explications.

1) $p(A) = \frac{3}{5}$ et donc $p(\bar{A}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - P(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A) \times p(B) \text{ (car A et B sont indépendants)}$$
$$= p(A) + (1 - p(A))p(B).$$

Par suite,

$$p(B) = \frac{p(A \cup B) - p(A)}{1 - p(A)} = \frac{\frac{4}{5} - \frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{2/5}{3/5} = \frac{2}{3}.$$

La bonne réponse est la réponse b).

2)

$$p(X > 5) = 1 - p(X \leq 5) = 1 - \int_0^5 \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - [-e^{-\lambda x}]_0^5 = 1 - (-e^{-5\lambda} + e^0) = 1 + e^{-5\lambda} - 1$$
$$= e^{-5 \times 0,04} = e^{-0,2} = 0,818...$$
$$= 0,82 \text{ à } 10^{-2} \text{ près par excès.}$$

La bonne réponse est la réponse d).

3) On note P l'événement « ce soir, il pleut » et C l'événement « ce soir, je sors mon chien ».

L'énoncé donne $p(P) = \frac{1}{4}$, $p_P(C) = \frac{1}{10}$ et $p_{\bar{P}}(C) = \frac{9}{10}$. La probabilité demandée est $p_C(\bar{P})$.

$$p_C(\bar{P}) = \frac{p(\bar{P} \cap C)}{p(C)} = \frac{p(\bar{P}) \times p_{\bar{P}}(C)}{p(C)} = \frac{(1 - p(P)) \times p_{\bar{P}}(C)}{p(C)}.$$

Il reste à calculer $p(C)$. D'après la formule des probabilités totales

$$p(C) = p(P \cap C) + p(\bar{P} \cap C) = p(P) \times p_P(C) + p(\bar{P}) \times p_{\bar{P}}(C) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} + \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{9}{10} = \frac{1}{40} + \frac{27}{40} = \frac{28}{40}.$$

Donc

$$p_C(\bar{P}) = \frac{\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{9}{10}}{\frac{28}{40}} = \frac{27/40}{28/40} = \frac{27}{28} \text{ et la bonne réponse est la réponse d).}$$