

EXERCICE 3 : (5 points)

Commun à tous les candidats

I Cette question est une restitution organisée de connaissances.

On rappelle que si n et p sont deux nombres entiers naturels tels que $p \leq n$ alors $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$.

Démontrer que pour tout nombre entier naturel n et pour tout nombre entier naturel p tels que

$$1 \leq p < n \text{ on a : } \binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}.$$

II Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher :

7 jetons blancs numérotés de 1 à 7 et 3 jetons noirs numérotés de 1 à 3.

On tire simultanément deux jetons de ce sac.

1) a) On note A l'événement «obtenir deux jetons blancs».

Démontrer que la probabilité de l'événement A est égale à $\frac{7}{15}$.

b) On note B l'événement «obtenir deux jetons portant des numéros impairs».

Calculer la probabilité de B.

c) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2) Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de jetons blancs obtenus lors de ce tirage simultané.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique de X .