EXERCICE 1 (5 points)

(Commun à tous les candidats)

Une entreprise fait fabriquer des paires de chaussettes auprès de trois fournisseurs $\mathscr{F}_1$, $\mathscr{F}_2$ et $\mathscr{F}_3$. Dans l'entreprise, toutes ces paires de chaussettes sont regroupées dans un stock unique. La moitié des paires de chaussettes est fabriquée par le fournisseur $\mathscr{F}_1$, le tiers par le fournisseur $\mathscr{F}_2$ et le reste par le fournisseur $\mathscr{F}_3$. Une étude statistique a montré que :

- 5% des paires de chaussettes fabriquées par le fournisseur $\mathscr{F}_1$ ont un défaut ;
- $1,5\%$ des paires de chaussettes fabriquées par le fournisseur $\mathscr{F}_2$ ont un défaut ;
- sur l'ensemble du stock, $3,5\%$ des paires de chaussettes ont un défaut.

1. On prélève au hasard une paire de chaussettes dans le stock de l'entreprise.
On considère les événements F_1, F_2, F_3 et D suivants :

- F_1 : « La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur $\mathscr{F}_1$ »,
- F_2 : « La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur $\mathscr{F}_2$ »,
- F_3 : « La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur $\mathscr{F}_3$ »,
- D : « La paire de chaussettes prélevée présente un défaut ».

a. Traduire en termes de probabilités les données de l'énoncé en utilisant les événements précédents.

Dans la suite, on pourra utiliser un arbre pondéré associé à cette expérience.

b. Calculer la probabilité qu'une chaussette prélevée soit fabriquée par le fournisseur $\mathscr{F}_1$ et présente un défaut.

c. Calculer la probabilité de l'événement $F_2 \cap D$.

d. En déduire la probabilité de l'événement $F_3 \cap D$.

e. Sachant que la paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur $\mathscr{F}_3$, quelle est la probabilité qu'elle présente un défaut ?

2. L'entreprise conditionne les paires de chaussettes par lots de six paires.
On considère que le stock est suffisamment grand pour assimiler le choix de six paires de chaussettes à des tirages indépendants successifs avec remise.

a. Calculer la probabilité que deux paires de chaussettes exactement d'un lot présente un défaut ; on donnera un résultat arrondi au millième.

b. Démontrer que la probabilité, arrondie au millième, qu'au plus une paire de chaussettes d'un lot présente un défaut est égale à $0,983$.

BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2009

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

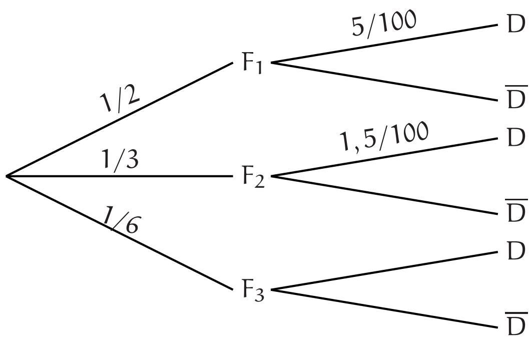
Asie

EXERCICE 1

1) a) L'énoncé donne $p(F_1) = \dfrac{1}{2}$, $p(F_2) = \dfrac{1}{3}$ et $p(F_3) = 1 - \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6}$.

D'autre part, $p_{F_1}(D) = \dfrac{5}{100}$, $p_{F_2}(D) = \dfrac{1,5}{100}$ et $p(D) = \dfrac{3,5}{100}$.

Traduisons alors la situation par un arbre.



b) La probabilité demandée est $p(F_1 \cap D)$.

$$p(F_1 \cap D) = p(F_1) \times p_{F_1}(D) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{100} = \frac{2,5}{100}.$$

$$\boxed{p(F_1 \cap D) = 0,025.}$$

c)

$$p(F_2 \cap D) = p(F_2) \times p_{F_2}(D) = \frac{1}{3} \times \frac{1,5}{100} = \frac{0,5}{100}.$$

$$\boxed{p(F_2 \cap D) = 0,005.}$$

d) D'après la formule des probabilités totales, $p(F_1 \cap D) + p(F_2 \cap D) + p(F_3 \cap D) = p(D)$ et donc

$$p(F_3 \cap D) = p(D) - p(F_1 \cap D) - p(F_2 \cap D) = 0,035 - 0,025 - 0,005 = 0,005.$$

$$\boxed{p(F_3 \cap D) = 0,005.}$$

e) La probabilité demandée est $p_{F_3}(D)$.

$$p_{F_3}(D) = \frac{p(F_3 \cap D)}{p(F_3)} = \frac{0,005}{1/6} = 0,03.$$

$$\boxed{p_{F_3}(D) = 0,03.}$$

2) a) Notons X le nombre de paires de chaussettes qui présentent un défaut. La variable aléatoire X est régie par un schéma de BERNOULLI. En effet,

- 6 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « la chaussette présente un défaut » avec une probabilité $p = \frac{3,5}{100}$ et « la chaussette ne présente pas de défaut » avec une probabilité $1 - p = \frac{96,5}{100}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = \frac{3,5}{100}$.

La probabilité demandée est $p(X = 2)$ et on a

$$p(X = 2) = \binom{6}{2}\left(\frac{3,5}{100}\right)^2\left(\frac{96,5}{100}\right)^4 = 0,016 \text{ arrondi au millième.}$$

b) La probabilité demandée est $p(X \leqslant 1)$ et on a

$$p(X \leqslant 1) = p(X = 0) + p(X = 1) = \left(\frac{96,5}{100}\right)^6 + \binom{6}{1} \times 0,035^1 \times 0,965^5 = 0,983 \text{ arrondi au millième.}$$

