EXERCICE 1 (4 points)

(Commun à tous les candidats)

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme de fractions.
On dispose de deux dés tétraédriques identiques : les quatre faces sont numérotées A, B, C et D.

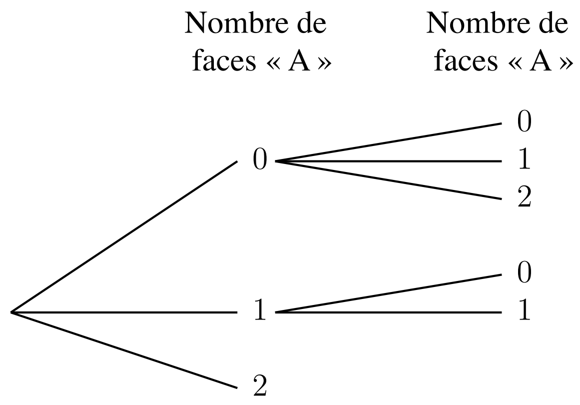
1. On lance des deux dés simultanément et on note la lettre de la face sur laquelle repose chacun des dés.
Déterminer la probabilité des événements suivants :

- E_0 : « ne pas obtenir la lettre A »,
- E_1 : « obtenir une fois la lettre A »,
- E_2 : « obtenir deux fois la lettre A ».

2. On organise un jeu de la façon suivante :

- Le joueur lance les deux dés simultanément.
- Si les deux dés reposent sur les faces « A », le jeu s'arrête.
- Si un seul dé repose sur le face « A », le joueur relance l'autre dé et le jeu s'arrête.
- Si aucun de ne repose sur la face « A », le joueur relance les deux dés et le jeu s'arrête.

a. Recopier et compléter l'arbre suivant en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.



b. Le joueur gagne si, lorsque le jeu s'arrête, les deux dés reposent sur les faces « A ».
Montrer que, pour le joueur, la probabilité de gagner est de $\frac{49}{256}$.

c. Pour participer, le joueur doit payer 5 euros. S'il gagne, on lui donne 10 euros. Si, lorsque le jeu s'arrête, un seul dé repose sur la face « A », il est remboursé. Sinon, il perd sa mise.
Le jeu est-il favorable au joueur ?

BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2009

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

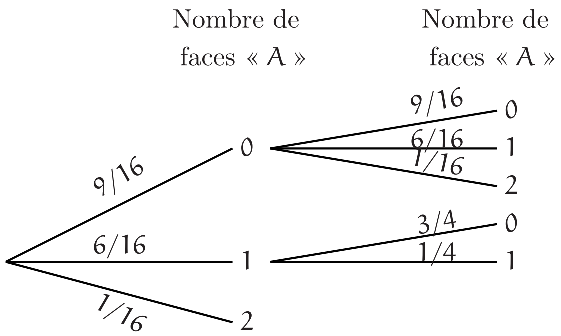
Antilles Guyane

EXERCICE 1

1) Il y a $4 \times 4 = 16$ cas possibles, tous équiprobables. Parmi ces 16 issues possibles, il y a $3 \times 3 = 9$ cas où la lettre A n'apparaît pas, $1 \times 1 = 1$ cas où la lettre A apparaît deux fois et donc $16 - 9 - 1 = 6$ cas où la lettre A apparaît exactement une fois. Donc

$$\boxed{p(E_0) = \frac{9}{16},\ p(E_1) = \frac{6}{16} \text{ et } p(E_2) = \frac{1}{16}.}$$

2) a) Représentons la situation par un arbre.



b) D'après la formule des probabilités totales, la probabilité cherchée est

$$\frac{9}{16} \times \frac{1}{16} + \frac{6}{16} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{9}{256} + \frac{6}{64} + \frac{1}{16} = \frac{9 + 24 + 16}{256} = \frac{49}{256}.$$

$$\boxed{\text{La probabilité de gagner est de } \frac{49}{256}.}$$

c) Le gain algébrique est 5 euros si le A sort deux fois avec une probabilité de $\frac{49}{256}$ et de -5 euros si le A ne sort pas avec une probabilité de $\frac{9}{16} \times \frac{9}{16} = \frac{81}{256}$. Enfin, ce gain est de 0 euro dans le dernier cas. Le gain algébrique moyen est donc

$$E(X) = \frac{49}{256} \times 5 + \left(1 - \frac{49}{256} - \frac{81}{256}\right) \times 0 + \frac{81}{256} \times (-5) = 5\left(\frac{49}{256} - \frac{81}{256}\right) < 0.$$

Puisque le gain algébrique moyen est strictement négatif, le jeu est défavorable au joueur.

