EXERCICE 1 (5 points)

(Commun à tous les candidats)

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près.*

Une entreprise produit en grande quantité des stylos. La probabilité qu'un stylo présente un défaut est égale à $0,1$.

1) On prélève dans cette production, successivement et avec remise huit stylos.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de stylos présentant un défaut parmi les huit stylos prélevés.

a) On admet que X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.

b) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « il n'y a aucun stylo avec un défaut » ;
B : « il y a au moins un stylo avec un défaut » ;
C : « il y a exactement deux stylos avec un défaut ».

2) En vue d'améliorer la qualité du produit vendu, on décide de mettre en place un contrôle qui accepte tous les stylos sans défaut et 20% des stylos avec défaut.
On prend au hasard un stylo dans la production. On note D l'événement « le stylo présente un défaut », et E l'événement « le stylo est accepté ».

a) Construire un arbre traduisant les données de l'énoncé.

b) Calculer la probabilité qu'un stylo soit accepté au contrôle.

c) Justifier que la probabilité qu'un stylo ait un défaut sachant qu'il a été accepté au contrôle est égale à $0,022$ à 10^{-3} près.

3) Après le contrôle, on prélève, successivement et avec remise, huit stylos parmi les stylos acceptés.
Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucun stylo avec un défaut dans ce prélèvement de huit stylos.
Comparer ce résultat avec la probabilité de l'événement A calculée à la question **1)b)**.
Quel commentaire peut-on faire ?

BACCALAUREAT GENERAL

Session de Juin 2008

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Réunion

EXERCICE 1

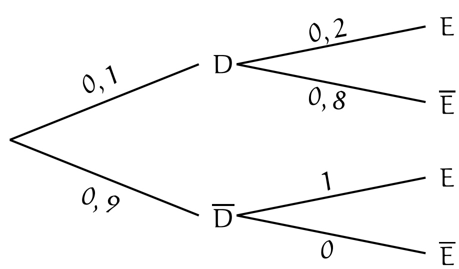
1) a) X est une loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 0,1$.

b) • $p(A) = p(X = 0) = \binom{8}{0} \times (0,1)^0 \times (0,9)^8 = 0,9^8 = 0,43$ à 10^{-2} près.

• $p(B) = p(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,9^8 = 0,57$ à 10^{-2} près.

• $p(C) = p(X = 2) = \binom{8}{2} \times (0,1)^2 \times (0,9)^6 = 28 \times (0,1)^2 \times (0,9)^6 = 0,15$ à 10^{-2} près.

2) a) Traduisons la situation par un arbre.



b) La formule des probabilités totales permet d'écrire

$$p(E) = p(D \cap E) + p(\overline{D} \cap E) = p(D) \times p_D(E) + p(\overline{D}) \times p_{\overline{D}}(E) = 0,1 \times 0,2 + 0,9 \times 1 = 0,92.$$

La probabilité qu'un stylo soit accepté au contrôle est $0,92$.

c) La probabilité demandée est $p_E(D)$. Or

$$p_E(D) = \frac{p(E \cap D)}{p(E)} = \frac{p(D) \times p_D(E)}{p(E)} = \frac{0,1 \times 0,2}{0,92} = 0,022 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

La probabilité qu'un stylo ait un défaut sachant qu'il a été accepté au contrôle est $0,022$ à 10^{-2} près.

3) Notons Y le nombre de stylos ayant un défaut après le contrôle. La variable aléatoire Y est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,

- 8 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « le stylo a un défaut » avec une probabilité $p = 0,022$ (d'après 2.) ou « le stylo n'a pas de défaut » avec une probabilité $1 - p = 0,978$.

La variable aléatoire Y suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 0,022$.

La probabilité demandée est $p(Y = 0)$.

$$p(Y = 0) = \binom{8}{0} \times (0,022)^0 \times (0,978)^8 = 0,84 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

Ainsi, la probabilité est passée de $0,43$ avant le contrôle à $0,84$ après le contrôle. Cette probabilité a nettement augmenté et le contrôle semble efficace.