EXERCICE 4 (4 points)

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. On donnera sur la feuille la réponse choisie sans justification. Il sera attribué un point si la réponse est exacte, zéro sinon.

Dans certaines questions, les résultats proposés ont été arrondis à 10^{-3} près.

1) Un représentant de commerce propose un produit à la vente.
Une étude statistique a permis d'établir que, chaque fois qu'il rencontre un client, la probabilité qu'il vende son produit est égale à 0,2.
Il voit cinq clients par matinée en moyenne. La probabilité qu'il ait vendu exactement deux produits dans une matinée est égale à :

a) 0,4 **b)** 0,04 **c)** 0,1024 **d)** 0,2048

2) Dans une classe, les garçons représentent le quart de l'effectif. Une fille sur trois a eu son permis du premier coup, alors que seulement un garçon sur dix l'a eu du premier coup. On interroge un élève (garçon ou fille) au hasard. La probabilité qu'il ait eu son permis du premier coup est égale à :

a) 0,043 **b)** 0,275 **c)** 0,217 **d)** 0,033

3) Dans la classe de la question 2, on interroge un élève au hasard parmi ceux ayant eu leur permis du premier coup. La probabilité que cet élève soit un garçon est égale à :

a) 0,100 **b)** 0,091 **c)** 0,111 **d)** 0,25

4) Un tireur sur cible s'entraîne sur une cible circulaire comportant trois zones délimitées par des cercles concentriques, de rayons respectifs 10, 20 et 30 centimètres. On admet que la probabilité d'atteindre une zone est proportionnelle à l'aire de cette zone et que le tireur atteint toujours la cible. La probabilité d'atteindre la zone la plus éloignée du centre est égale à :

a) $\frac{5}{9}$ **b)** $\frac{9}{14}$ **c)** $\frac{4}{7}$ **d)** $\frac{1}{3}$

EXERCICE 4

1) **d.**

2) **b.**

3) **b.**

4) **a.**

Explications.

1) Notons X le nombre de personnes qui achètent le produit. La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,

- 5 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « la personne achète le produit » avec une probabilité $p = 0,2$ ou « la personne n'accepte pas de répondre » avec une probabilité $1 - p = 0,8$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,2$. La probabilité demandée est $p(X = 2)$. Or

$$p(X=2) = \binom{5}{2}(0,2)^2(0,8)^3 = \frac{5\times 4}{2} \times 0,04 \times 0,512 = 0,2048.$$

$$\boxed{p(X = 2) = 0,2048.}$$

2) Notons

- G l'événement « l'élève interrogé est un garçon » de sorte que $\overline{G}$ est l'événement « l'élève interrogé est une fille »
- P l'événement « l'élève interrogé a eu son permis du premier coup ».

L'énoncé donne $p(G) = \frac{1}{4}$ et donc $p(\overline{G}) = \frac{3}{4}$, $p_{\overline{G}}(P) = \frac{1}{3}$ et $p_G(P) = \frac{1}{10}$. La probabilité demandée est $p(P)$. La formule des probabilités totales permet d'écrire

$$p(P) = p(P\cap G) + p(P\cap\overline{G}) = P(G)\times p_G(P) + P(\overline{G})\times p_{\overline{G}}(P) = \frac{1}{4}\times\frac{1}{10} + \frac{3}{4}\times\frac{1}{3} = \frac{11}{40} = 0,275.$$

$$\boxed{p(P) = 0,275.}$$

3) La probabilité demandée est $p_P(G)$. Or

$$p_P(G) = \frac{p(P\cap G)}{p(P)} = \frac{p(G)\times p_G(P)}{p(P)} = \frac{\frac{1}{4}\times\frac{1}{10}}{\frac{11}{40}} = \frac{1}{11} = 0,091 \text{ arrondi au millième.}$$

$$\boxed{p_P(G) = 0,091 \text{ arrondi au millième.}}$$

4) L'aire $\mathscr{A}$ de la cible est égale à $\pi\times(30)^2$ cm^2 ou encore 900π cm^2. L'aire $\mathscr{A}_1$ de la zone la plus éloignée du centre est égale à $(\pi\times(30)^2 - \pi\times(20)^2)$ cm^2 ou encore 500π. Puisque le tireur touche toujours la cible et que la probabilité d'atteindre une zone est proportionnelle à l'aire de cette zone, la probabilité demandée est le rapport $\frac{\mathscr{A}_1}{\mathscr{A}}$ ou encore $\frac{5}{9}$.

$$\boxed{\text{La probabilité d'atteindre la zone la plus éloignée du centre vaut } \frac{5}{9}.}$$

