

# Rochambeau 2015. Enseignement spécifique

## EXERCICE 3 : corrigé

### Partie A

1) La probabilité demandée est  $P(98 \leq X \leq 102)$ . La calculatrice (ou le cours) fournit  $P(98 \leq X \leq 102) = P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 0,95$  à  $10^{-2}$  près.

2) Soit  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 100}{\sigma}$ . On sait que  $Z$  suit la loi normale centré réduite (loi normale de moyenne 0 et d'écart-type 1). De plus,

$$98 \leq X \leq 102 \Leftrightarrow -2 \leq X - 100 \leq 2 \Leftrightarrow -\frac{2}{\sigma} \leq Z \leq \frac{2}{\sigma}.$$

Par symétrie,

$$\begin{aligned} P\left(-\frac{2}{\sigma} \leq Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) &= P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) - P\left(Z \leq -\frac{2}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) - P\left(Z \geq \frac{2}{\sigma}\right) \\ &= P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) - \left(1 - P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right)\right) = 2P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) - 1. \end{aligned}$$

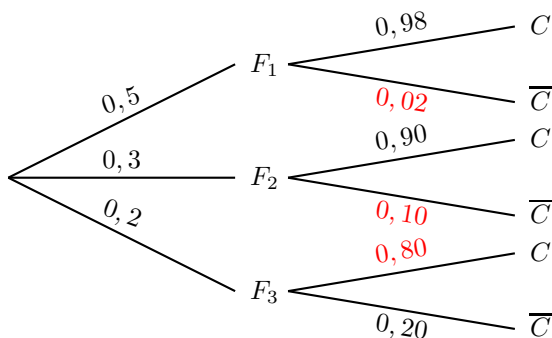
Puis,

$$P(98 \leq X \leq 102) = 0,97 \Leftrightarrow 2P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) - 1 = 0,97 \Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right) = 0,985.$$

La calculatrice fournit  $\frac{2}{\sigma} = 2,17009\dots$  puis  $\sigma = 0,92$  à  $10^{-2}$  près.

### Partie B

1) Représentons la situation par un arbre de probabilités.



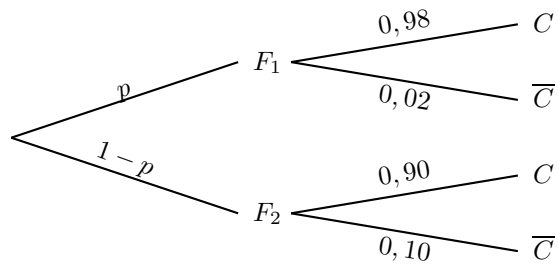
La probabilité demandée est  $p_C(F_1)$ . D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned} p(C) &= p(F_1) \times p_{F_1}(C) + p(F_2) \times p_{F_2}(C) + p(F_3) \times p_{F_3}(C) \\ &= 0,5 \times 0,98 + 0,3 \times 0,9 + 0,2 \times (1 - 0,2) = 0,92. \end{aligned}$$

Par suite,

$$p_C(F_1) = \frac{p(C \cap F_1)}{p(C)} = \frac{p(F_1) \times p_{F_1}(C)}{p(C)} = \frac{0,5 \times 0,98}{0,92} = 0,53 \text{ arrondi à } 10^{-2}.$$

2) Représentons de nouveau la situation par un arbre de probabilités.



D'après la formule des probabilités totales,

$$P(C) = P(F_1) \times P_{F_1}(C) + P(F_2) \times P_{F_2}(C) = 0,98p + 0,9(1-p) = 0,08p + 0,9,$$

puis

$$P(C) = 0,92 \Leftrightarrow 0,08p + 0,9 = 0,92 \Leftrightarrow p = \frac{0,02}{0,08} \Leftrightarrow p = \frac{1}{4}.$$

L'entreprise doit acheter le quart de ses fèves au fournisseur 1 et les trois quarts restant au fournisseur 2.