

EXERCICE 2 : corrigé

1) a) L'énoncé dit que $E(X) = 10$ et donc $\frac{1}{\lambda} = 10$ puis $\lambda = \frac{1}{10} = 0,1$.

b) La probabilité demandée est $p(10 \leq X \leq 20)$. On sait que pour tout réel t ,

$$p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = [-e^{-\lambda x}]_0^t = (-e^{-\lambda t}) - (-e^0) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Par suite,

$$p(10 \leq X \leq 20) = p(X \leq 20) - p(X \leq 10) = (1 - e^{-0,1 \times 20}) - (1 - e^{-0,1 \times 10}) = e^{-1} - e^{-2}.$$

La calculatrice donne

$$p(10 \leq X \leq 20) = e^{-1} - e^{-2} = 0,2325 \text{ arrondi à } 10^{-4}.$$

c) La probabilité demandée est $p_{X \geq 10}(X \geq 15)$.

$$p_{X \geq 10}(X \geq 15) = \frac{p((X \geq 10) \cap (X \geq 15))}{p(X \geq 10)} = \frac{p(X \geq 15)}{p(X \geq 10)} = \frac{1 - p(X \leq 15)}{1 - p(X \leq 10)} = \frac{e^{-0,1 \times 15}}{e^{-0,1 \times 10}} = \frac{e^{-1,5}}{e^{-1}} = e^{-1,5+1} = e^{-0,5}.$$

La calculatrice donne

$$p_{X \geq 10}(X \geq 15) = e^{-0,5} = 0,6065 \text{ arrondi à } 10^{-4}.$$

2) a) L'énoncé dit que les paramètres de la loi Y sont n et $p = 0,8$. On sait alors que $E(Y) = np = 0,8n$ et $\sigma(Y) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{n \times 0,8 \times 0,2} = \sqrt{0,16n}$.

$$E(Y) = 0,8n \text{ et } \sigma(Y) = \sqrt{0,16n}.$$

b) La calculatrice fournit $p_1 = p(Z \leq 71) = 0,9575$ arrondi à 10^{-4} .

c) Puisque le restaurant a une capacité d'accueil de 70 places, la probabilité demandée est $p(Y > 70)$. Or $p(Y > 70) = 1 - p(Y \leq 70)$ avec $p(Y \leq 70) = 0,96$ à 10^{-2} près. Donc

$$p(Y > 70) = 0,04 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

Le restaurant a environ 4 chances sur 100 de ne pas pouvoir accueillir certains des clients qui ont réservé et se présentent.