

# Asie 2014. Enseignement spécifique

## EXERCICE 2 (6 points) (commun à tous les candidats)

Le taux d'hématocrite est le pourcentage du volume de globules rouges par rapport au volume total du sang. On note  $X$  la variable aléatoire donnant le taux d'hématocrite d'un adulte choisi au hasard dans la population française. On admet que cette variable suit une loi normale de moyenne  $\mu = 45,5$  et d'écart-type  $\sigma$ .

### Partie A

On note  $Z$  la variable aléatoire  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 45,5}{\sigma}$ .

- 1) a) Quelle est la loi de la variable aléatoire  $Z$  ?  
b) Déterminer  $P(X \leq \mu)$ .
- 2) En prenant  $\sigma = 3,8$ , déterminer  $P(37,9 \leq X \leq 53,1)$ . Arrondir le résultat au centième.

### Partie B

Une certaine maladie  $V$  est présente dans la population française avec la fréquence 1 %. On sait d'autre part que 30 % de la population française a plus de 50 ans, et que 90 % des porteurs de la maladie  $V$  dans la population française ont plus de 50 ans.

On choisit au hasard un individu dans la population française.

On note  $\alpha$  l'unique réel tel que  $P(X \leq \alpha) = 0,995$ , où  $X$  est la variable aléatoire définie au début de l'exercice. On ne cherchera pas à calculer  $\alpha$ .

On définit les évènements :

- $M$  « l'individu est porteur de la maladie  $V$  » ;
- $S$  « l'individu a plus de 50 ans » ;
- $H$  « l'individu a un taux d'hématocrite supérieur à  $\alpha$  ».

Ainsi  $P(M) = 0,01$ ,  $P_M(S) = 0,9$  et  $P(H) = P(X > \alpha)$ .

D'autre part, une étude statistique a révélé que 60 % des individus ayant un taux d'hématocrite supérieur à  $\alpha$  sont porteurs de la maladie  $V$ .

- 1) a) Déterminer  $P(M \cap S)$ .  
b) On choisit au hasard un individu ayant plus de 50 ans. Montrer que la probabilité qu'il soit porteur de la maladie  $V$  est égale à 0,03.
- 2) a) Calculer la probabilité  $P(H)$ .  
b) L'individu choisi au hasard a un taux d'hématocrite inférieur ou égal à  $\alpha$ . Calculer la probabilité qu'il soit porteur de la maladie  $V$ . Arrondir au millième.

### Partie C

Le but de cette partie est d'étudier l'influence d'un gène sur la maladie  $V$ .

- 1) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de la maladie  $V$  dans les échantillons de taille 1 000, prélevés au hasard et avec remise dans l'ensemble de la population française. On arrondira les bornes de l'intervalle au millième.
- 2) Dans un échantillon aléatoire de 1 000 personnes possédant le gène, on a trouvé 14 personnes porteuses de la maladie  $V$ . Au regard de ce résultat, peut-on décider, au seuil de 95 %, que le gène a une influence sur la maladie ?