

France métropolitaine. Septembre 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 (5 points) (commun à tous les candidats)

Dans une usine, on utilise deux machines A et B pour fabriquer des pièces.

1) La machine A assure 40 % de la production et la machine B en assure 60 %.

On estime que 10 % des pièces issues de la machine A ont un défaut et que 9 % des pièces issues de la machine B ont un défaut.

On choisit une pièce au hasard et on considère les événements suivants :

- A : « La pièce est produite par la machine A »,
- B : « La pièce est produite par la machine B »,
- D : « La pièce a un défaut »,
- \overline{D} , l'évènement contraire de l'évènement D.

a) Traduire la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

b) Calculer la probabilité que la pièce choisie présente un défaut et ait été fabriquée par la machine A.

c) Démontrer que la probabilité $P(D)$ de l'évènement D est égale à 0,094.

d) On constate que la pièce choisie a un défaut.

Quelle est la probabilité que cette pièce provienne de la machine A ?

2) On estime que la machine A est convenablement réglée si 90 % des pièces qu'elle fabrique sont conformes.

On décide de contrôler cette machine en examinant n pièces choisies au hasard (n entier naturel) dans la production de la machine A. On assimile ces n tirages à des tirages successifs indépendants et avec remise.

On note X_n le nombre de pièces qui sont conformes dans l'échantillon de n pièces, et $F_n = \frac{X_n}{n}$ la proportion correspondante.

a) Justifier que la variable aléatoire X_n suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

b) Dans cette question, on prend $n = 150$.

Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique I au seuil de 95 % de la variable aléatoire F_{150} .

c) Un test qualité permet de dénombrer 21 pièces non conformes sur un échantillon de 150 pièces produites.

Cela remet-il en cause le réglage de la machine ? Justifier la réponse.