

France métropolitaine 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 (4 points) (commun à tous les candidats)

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35 % des plants proviennent de l'horticulteur H_1 , 25 % de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3 . Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.

La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30 %.

1) Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock.

On envisage les événements suivants :

- H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »,
- H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »,
- H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »,
- C : « l'arbre choisi est un conifère »,
- F : « l'arbre choisi est un arbre feuillu ».

a) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.

b) Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3 .

c) Justifier que la probabilité de l'événement C est égale à 0,525.

d) L'arbre choisi est un conifère.

Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1 ? On arrondira à 10^{-3} .

2) On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

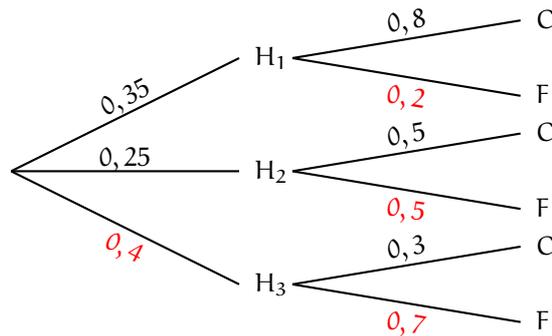
b) Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ?
On arrondira à 10^{-3} .

c) Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ?
On arrondira à 10^{-3} .

France métropolitaine 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 : corrigé

1) a) Représentons la situation par un arbre.



b) La probabilité demandée est $p(C \cap H_3)$.

$$\begin{aligned} p(C \cap H_3) &= p(H_3) \times p_{H_3}(C) = (1 - p(H_1) - p(H_2)) \times p_{H_3}(C) \\ &= (1 - 0,35 - 0,25) \times 0,3 = 0,4 \times 0,3 = 0,12. \end{aligned}$$

$$p(C \cap H_3) = 0,12.$$

c) D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned} p(C) &= p(C \cap H_1) + p(C \cap H_2) + p(C \cap H_3) = p(H_1) \times p_{H_1}(C) + p(H_2) \times p_{H_2}(C) + p(H_3) \times p_{H_3}(C) \\ &= 0,35 \times 0,8 + 0,25 \times 0,5 + 0,12 = 0,28 + 0,125 + 0,12 = 0,525. \end{aligned}$$

$$p(C) = 0,525.$$

d) La probabilité demandée est $p_C(H_1)$.

$$p_C(H_1) = \frac{p(C \cap H_1)}{p(C)} = \frac{p(H_1) \times p_{H_1}(C)}{p(C)} = \frac{0,35 \times 0,8}{0,525} = 0,533 \text{ arrondi à } 10^{-3}.$$

$$p_C(H_1).$$

2) a) X suit une loi binomiale. En effet,

- 10 expériences identiques et indépendantes sont effectuées (choisir un arbre 10 fois) ;
- chaque expérience a deux issues à savoir « l'arbre choisi est un conifère » avec une probabilité $p = 0,525$ (d'après la question 1)c)) et « l'arbre choisi n'est pas un conifère » avec une probabilité $1 - p = 0,475$.

Donc, X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,525$.

b) La probabilité demandée est $p(X = 5)$. La calculatrice fournit

$$p(X = 5) = 0,243 \text{ arrondi à } 10^{-3}.$$

c) La probabilité demandée est $p(X \leq 8)$. La calculatrice fournit

$$p(X \leq 8) = 0,984 \text{ arrondi à } 10^{-3}.$$